5e exemple : $f(x) = x^3$

- $D_f = IR = \left]-\infty;+\infty\right[$

- *Parité* : $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$

  Donc f est paire : On va faire l'étude sur De = $D_e = \left[0;+\infty\right[$

- *Limites :*

  $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 0^3 = 0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$

  $f'(x) = 3x^2$

- *Etude du signe de f '(x)*

  $f'(x) = 0$ si et seulement si x =0

  f '(0) = 0, donc on a une tangente horizontale en 0

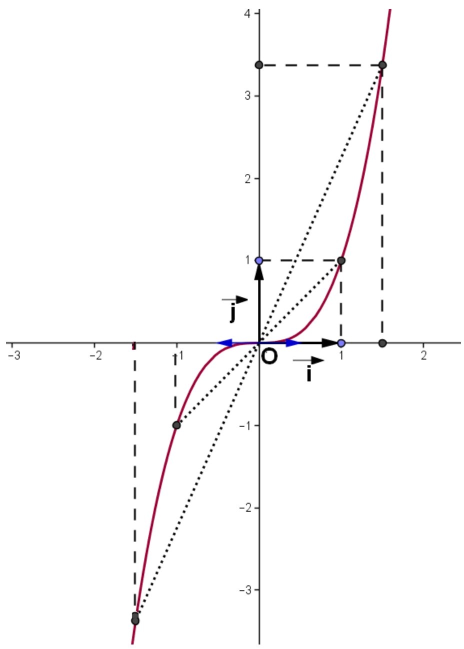
- *Tableau de variation*

x	0	$+\infty$
f '(x)	0	+
f(x)	0 ↗	$+\infty$

- *Tableau de valeur*

x	0	1	1.5
f(x)	0	1	3,375

- *Courbe*



6e exemple : $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

- $D_f = Df = IR = \left]-\infty;+\infty\right[$
- *Parité,*

  $f(-x) = x^4 - 2x^2 + 1$ donc f est paire

  $D_e = [0;+\infty[$

- *Limites*

$$\lim_{x\to 0} f(x) = 1 \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

- *Dérivée*

$$f'(x) = 4x^3 - 4x$$

- *Etude du signe de f '(x)(sur* $D_e = [\,0 ; +\infty\,[$ *)*

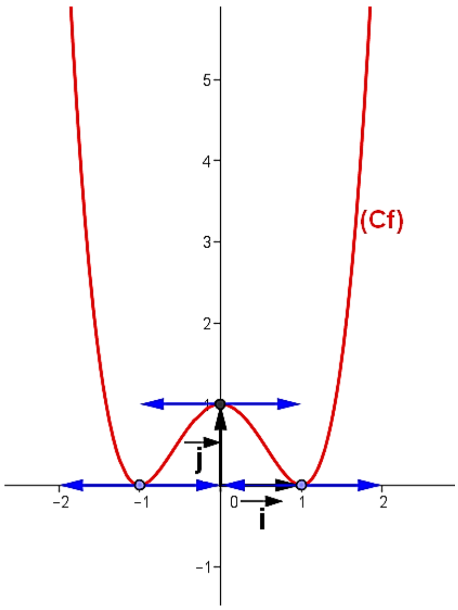
$f'(x) = 0$ si et seulement $4x(x^2-1) = 0$ donc si $x = 0$ *ou* $x = 1$ *ou* $x = -1$

x	0		1		$+\infty$
4		+		+	
x	0	+		+	
x +1		+		+	
x -1		−	0	+	
f '(x)	0	−	0	+	

La courbe admet des tangentes horizontales aux points d'abscisses 0, 1, et -1.

- *Tableau de variation*

x	0		1		$+\infty$
f '(x)		−	0	+	
f(x)	1	↘	0	↗	$+\infty$



x	-1	1	2	-2
y	0	0	9	9

Exercices

I- Soit $f(x) = -x^2 - x + 2$

1. $D_f = IR = \,]-\infty ; +\infty[$
2. $f(-x) = -(-x)^2 - (-x) + 2 = -x^2 + x + 2$ donc f n'est ni paire ni impaire
3. *Limites :*

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} -x^2 = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} -x^2 = -\infty$$

4. *Dérivée*

$$f'(x) = -2x - 1$$

5. *Signe de f '(x)*

$f'(x)=0$ si et seulement si $x=-\frac{1}{2}$

$f'(x)=-2(x+\frac{1}{2})$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
-2	$-$		$-$
$x+\frac{1}{2}$	$-$	0	$+$
$f'(x)$	$+$	0	$-$

6. *Tableau de variation*

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$\frac{9}{4}$	↘ $-\infty$

$f'(-\frac{1}{2})=0$ donc on a une tangente horizontale au point d'abscisse $x=-\frac{1}{2}$

7. *Intersection de la courbe avec l'axe des abscisses*

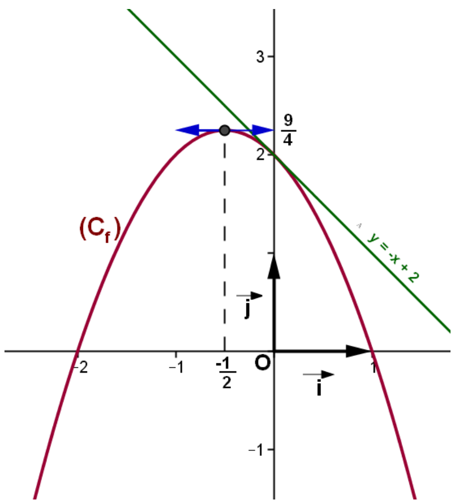
   f(x) = 0 signifie $-x^2-x+2=0$

   $\Delta=(-1)^2-4(-1).2=9$

On a deux racines distinctes $x'=\frac{1-3}{2(-1)}=1$ et $x''=\frac{1+3}{2(-1)}=-2$

On a donc deux points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses : $A(1;0)$ et $B(-2;0)$

8. *Tangente en 0 :*
   L'équation de la tangente en 0 à la courbe de f est y = f '(0)(x-0)+f(0).
   f(0)=2 et f '(0) = -1.
   Donc l'équation de la tangente en 0 à la courbe de f est y = -x+2



II- On donne le tableau de variation d'une fonction f

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f '(x)		−	0	+	0	−	
f(x)	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

$D_f = IR =]-\infty ; +\infty[$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

f '(-1)=0 et f '(1)=0, donc on a des tangentes horizontales en -1 et en 1

Tableau de valeurs

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	3/2	-1	1	3	-1