Équations - Inéquations

1. Équation du premier degré dans IR

1.1 Vocabulaires

Une équation du premier degré dans IR est une équation qu'on peut ramener à la forme

ax + b = 0

où a et b sont des réels , x est l'inconnue

Résoudre une équation dans IR c'est trouver la valeur de l'inconnue x qui satisfait l'égalité

Exemple

3x = 2, 4x +1= x — 2 sont des équations du premier degré dans IR.

1.2 Résolution

1.2.1 Équation du type ax = b

x = $\frac{b}{a}$. L'ensemble des solutions est S ={ $\frac{b}{a}$ }

Exemple

Résoudre dans IR 3x = - 6

x = $\frac{-6}{3}$ = — 2 S = { —2 }

1.2.2 Équation du type ax +b = cx + d

Pour résoudre un telle équation, on isole dans un membre de l'égalité les inconnues et dans l'autre membre les constantes.

Exemple

résoudre dans IR l'équation 4x — 5 = — 2x + 13.

On a 4x — 5 = — 2x + 13. si 4x +2x = 13 + 5, alors, 6x = 18 et on a x = 3. Donc S = {3}

1.2.3 Équation du type (ax +b)(cx + d) = 0

Rappelons qu'un produit de facteur est nul si l'un des facteurs est nul .

Donc (ax +b)(cx + d) = 0 si ax + b = 0 ou cx + d = 0, x = $\frac{-b}{a}$ ou x = $\frac{-d}{c}$.

Exemple

Résoudre dans IR (2x – 5)(5 – x) = 0

(2x – 5)(5 – x) = 0 si 2x – 5 = 0 ou 5 – x = 0 si x = $\frac{5}{2}$ ou x = 5. S = { $\frac{5}{2}$; 5}

2. Inéquation du premier degré dans IR

2.1 Vocabulaire

Résoudre une inéquation du premier degré dans IR signifie trouver l'ensemble des inconnues qui vérifie l'inégalité.Il se présente sous forme d'intervalles non bornés à droite ou à gauche

2.2 Résolution

2.2.1 Inéquation de la forme ax +b < cx + d ou ax +b ≤ cx + d

On ramène au premier membre de l'inégalité les inconnues et dans le deuxième membre les constantes.

ax +b < cx + d si ax – cx < d – b, alors (a – c)x < d – b

a – c > 0	a – c < 0
x < $\frac{d-b}{a-c}$ L'ensemble des solutions est : S =] - ∞ ; $\frac{d-b}{a-c}$ [	x > $\frac{d-b}{a-c}$ L'ensemble des solutions est : S =] $\frac{d-b}{a-c}$; + ∞ [

ax +b ≤ cx + d si ax – cx ≤ d – b, alors (a – c)x ≤ d – b

a – c > 0	a – c < 0
x ≤ $\frac{d-b}{a-c}$ L'ensemble des solutions est : S =] - ∞ ; $\frac{d-b}{a-c}$]	x ≥ $\frac{d-b}{a-c}$ L'ensemble des solutions est : S = [$\frac{d-b}{a-c}$; + ∞ [

Exemple

Résoudre dans IR, 4x – 30 ≤ 24x - 5

4x – 30 ≤ 24x – 5 , alors 4x – 24x ≤ 30 – 5 ,donc – 20x ≤ 25

ou encore x ≥ $\frac{25}{-20}$ d'où x ≥ – $\frac{5}{4}$. l'ensemble des solutions est S = [– $\frac{5}{4}$; + ∞ [

Remarque

Pour les inégalités ax +b ≥ cx + d ou ax +b › cx + d, on peut toujours les ramener aux formes

mx +p ≤ rx + t ou mx +p < rx + t .

2.2.2 Exemple de résolution d'un système d'inéquation

Résoudre le système d'inéquations suivantes : $\begin{cases} x-2 \geq 4x - \frac{1}{2} \\ 5x+4 \leqslant 3+x \end{cases}$

x – 2 ≥ 4x - $\frac{1}{2}$ et 5x +4 ≤ 3 + x si x – 4x ≥ 2 - $\frac{1}{2}$ et 5x – x ≤ 3 – 4 alors $-3x \geq \frac{3}{2}$ et $4x \leq 1$, donc $x \leq -\frac{1}{2}$ et $x \leq \frac{1}{4}$. S =] $-\infty$; $-\frac{1}{2}$]

3. Résolution d'un problème à une inconnue

3.1 Méthode

On choisit une lettre pour désigner l'inconnue qu'on cherche (x , m, t, $\cdots$)

On traduit par un équation l'hypothèse

On résout l'équation

3.2 Exemple

Le triple d'un nombre est égal à ce nombre diminué de 6. Trouver ce nombre.

Soit x ce nombre, alors 3x = x – 6, donc 2x = - 6, c'est-à-dire x = $\frac{-6}{2}$. Le nombre cherché est – 3