MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

SECRÉTARIAT GÉNÉRAL

DIRECTION GÉNÉRALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR

DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR

Service d'Appui au Baccalauréat

BACCALAURÉAT D'ENSEIGNEMENT GÉNÉRAL

SESSION 2021

D

Série	: Scientifique	Épreuve de	: **MATHÉMATIQUES**
Option	: D	Durée	: **03 heures 15 minutes**
Code matière	: 009	Coefficient	: **4**

N.B. : Les deux exercices et le problème sont obligatoires.
Machine à calculer scientifique non programmable autorisée.

EXERCICE 1 (05 points)

Dans le plan complexe $(\mathcal{P})$ muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$; on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 2+i$; $z_B = 1+4i$ et $z_C = -1$.

1- On pose $U = \dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$.

Déterminer le module et un argument de U ; en déduire la nature du triangle ABC. (1)

2- Soit S la transformation définie par son expression analytique suivante :

$$\begin{cases} x' = 2y \\ y' = -2x+5 \end{cases}$$

a) Donner l'expression complexe de S, en déduire sa nature et ses éléments caractéristiques. (1)

b) Construire dans un même repère le triangle ABC et son image $A'B'C'$ par la transformation S. (0,75)

3- Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, on considère le polynôme P défini par :

$$P(z) = z^3 - (1+4i)z^2 - (3+i)z - 12$$

a) Calculer $P(3i)$. (0,5)

b) En déduire la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$. (1)

c) Donner les solutions de $P(z) = 0$ sous forme trigonométrique. (0,75)

EXERCICE 2 (05 points)

On dispose de deux dés cubiques A et B dont les faces de chaque dé sont numérotées de 1 à 6.

Le dé A est normal, toutes ses faces ont la même probabilité d'apparition.

Le dé B est pipé tel que la probabilité d'avoir le numéro 1 après un lancer soit égale à $\dfrac{1}{3}$ et les autres éventualités ont la même probabilité d'apparition.

1- Calculer la probabilité d'avoir un numéro impair en lançant une fois :

– le dé A. (0,5)

– le dé B. (0,5)

2- On lance simultanément les deux dés A et B. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

E : « Obtenir deux numéros impairs égaux ou distincts ». (0,5)

E' : « Obtenir deux numéros égaux ». (0,5)

3- On lance le dé B trois fois de suite et d'une manière indépendante. On considère la règle de jeu suivante :

Si le numéro 1 est apparu, on gagne 3 points ; dans le cas contraire, on gagne 0 point.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de points obtenus lors des 3 lancers.

a) Donner l'univers image de X. (1)

b) Calculer la probabilité de l'événement $(X \geq 3)$. (1)

c) Déterminer l'espérance mathématique de X. (1)

PROBLÈME (10 points)

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\begin{cases} x-1+e^{x-1}, & si\ x<1 \\ x(1+\ln x), & si\ x \geq 1 \end{cases}$

On désigne par $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'unité $1\,cm$.

1- a) Montrer que f est continue en $x_0=1$. (0,5)

b) Étudier la dérivabilité de f en $x_0=1$ (pour la limite à gauche en $x_0=1$; on pourra poser $X=x-1$). (1)

c) Écrire l'équation de la tangente (T) à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse $x_0=1$. (0,5)

2- a) Calculer $f'(x)$ sur chacun des intervalles $]-\infty\,;1[$ et $]1\,;+\infty[$ où f' est la fonction dérivée de f. (1)

b) Dresser le tableau de variation de f sur son ensemble de définition. (1)

3- a) Montrer que la courbe $(\mathscr{C})$ coupe l'axe des abscisses en un point unique α tel que $0<\alpha<\frac{1}{2}$. (1)

b) Étudier la branche infinie de $(\mathscr{C})$ au voisinage de $+\infty$ et montrer que la droite (D) d'équation $y=x-1$ est une asymptote oblique à $(\mathscr{C})$ au voisinage de $-\infty$. (1)

4- Tracer (T) et $(\mathscr{C})$ dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. (1,5)

5- Calculer, en cm^2, l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x=1$ et $x=3$. (1)

6- a) Montrer que f est une bijection de $\mathbb{R}$ vers un intervalle I que l'on précisera. (0,5)

b) Tracer la courbe $(\mathscr{C}')$ représentative de la fonction réciproque f^{-1} de f dans le même repère que $(\mathscr{C})$. (1)