BACCALAURÉAT D'ENSEIGNEMENT GÉNÉRAL

SESSION 2021

OSE

Série	: OSE	Épreuve de	: **MATHÉMATIQUES**
Option	: OSE	Durée	: **04 heures**
Code matière	: 009	Coefficient	: **5**

N.B. : - **Les trois exercices et le problème sont obligatoires.**
- **Machine à calculer scientifique non programmable autorisée.**

EXERCICE 1 (04 points)

Une urne contient 6 jetons indiscernables au toucher dont 3 rouges numérotés 1, 2, 2 et 3 blancs numérotés 0, 1, 2. Une épreuve (E) consiste à tirer simultanément 3 jetons de l'urne.

I. On effectue une épreuve.

1 - Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Obtenir 3 jetons de même couleur ». (0,5)

B : « La somme des numéros des 3 jetons tirés est égale à 4 ». (0,5)

C : « Le produit des numéros des 3 jetons tirés est nul ». (0,5)

D : « Obtenir au moins un jeton rouge portant le numéro 2 ». (0,5)

2 - Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe le nombre de jetons rouges tirés portant le numéro 2.

a) Donner l'univers image de X . (0,25)

b) Déterminer la loi de probabilité de X . (0,75)

c) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X . (0,25 + 0,25)

II. Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

On répète n fois de suite et d'une manière indépendante l'épreuve (E).

Calculer, en fonction de n , la probabilité pour que l'évènement C soit réalisé au moins une fois. (0,5)

EXERCICE 2 (03 points)

Le tableau ci-dessous donne en milliards d'ariary les coûts d'exportation d'une société de 2013 à 2020.

Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Coûts des exportations : y_i	5	7	a	8	10	11	12	12

1 - Montrer que $a = 7$ sachant que l'ordonnée du point moyen G soit égale à 9. (0,5)

2 - Construire le nuage de points de cette série statistique dans un repère orthonormé d'unité 1 cm. (0,75)

3 - a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r . (0,5)

b) Interpréter le résultat. (0,25)

4 - a) Donner l'équation de la droite de régression de y en x . (0,75)

b) Donner une estimation du coût d'exportation de cette société en 2022. (0,25)

EXERCICE 3 (04 points)

I- Un capital de Ar 912 000,00 est placé à intérêt simple dans une banque à rémunération annuelle de 8% pendant 4 ans.

1 - a) Calculer la valeur acquise par ce capital. (0,5)

b) En déduire l'intérêt produit. (0,5)

2 - Durant combien d'années doit-on placer ce capital pour que la valeur acquise sera égale à Ar 1 641 600,00 ? (0,5)

II- Un capital de C exprimé en ariary est placé au taux d'intérêt « t » pendant « n » année. Sachant que :

- les intérêts produits au cours de la deuxième année de placement s'élèvent à Ar 110 000,00,
- les intérêts produits au cours de la troisième année de placement s'élèvent à Ar 121 000,00,
- le total des intérêts produits au cours des « n » années de placement s'élève à Ar 1 593 742,46,
- le capital C est placé à intérêt composé.

1 - Calculer t en pourcentage. (1)

2 - Calculer le capital initial C. (0,5)

3 - Déterminer le nombre d'années « n ». (0,5)

4 - Déterminer le solde du compte à la fin de placement. (0,5)

PROBLÈME (09 points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle par : $\begin{cases} f(x) = 1 - \ln(x+1) & \text{si } x \in \left]-1;0\right[\\ f(x) = (1-x)e^{x} & \text{si } x \in \left[0;+\infty\right[\end{cases}$

On désigne par ($\mathscr{C}$) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'unité 2 cm.

1 - Montrer que f est continue en $x_0 = 0$. (0,5)

2 - a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{f(x)-f(0)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{f(x)-f(0)}{x}$. (0,25+0,25)

b) Que peut-on dire de la dérivabilité de f en $x_0 = 0$? (0,25)

3 - a) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. (0,25+0,25)

b) Étudier les branches infinies de ($\mathscr{C}$). (0,25+0,25)

4 - a) Calculer $f'(x)$ sur chacun des intervalles $\left]-1;0\right[$ et $\left]0;+\infty\right[$ où f' est la fonction dérivée de f. (1)

b) Dresser le tableau de variation de f. (1,25)

5 - Déterminer l'abscisse du point d'intersection de ($\mathscr{C}$) avec l'axe des abscisses. (0,5)

6 - Tracer ($\mathscr{C}$) en précisant les demi-tangentes au point d'abscisse $x_0 = 0$. (1,5)

7 - Soit g la restriction de f à l'intervalle $I = \left]-1;0\right[$.

a) Montrer que g réalise une bijection de $I = \left]-1;0\right[$ sur un intervalle J que l'on précisera. (0,5)

b) Tracer la courbe ($\mathscr{C}'$) de la fonction réciproque g^{-1} de g dans le même repère que ($\mathscr{C}$). (0,75)

8 - Calculer, en cm^2, l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe ($\mathscr{C}$), les axes du repère et la droite d'équation $x = 1$. (1,25)