PROPRIÉTÉ DE THALÈS

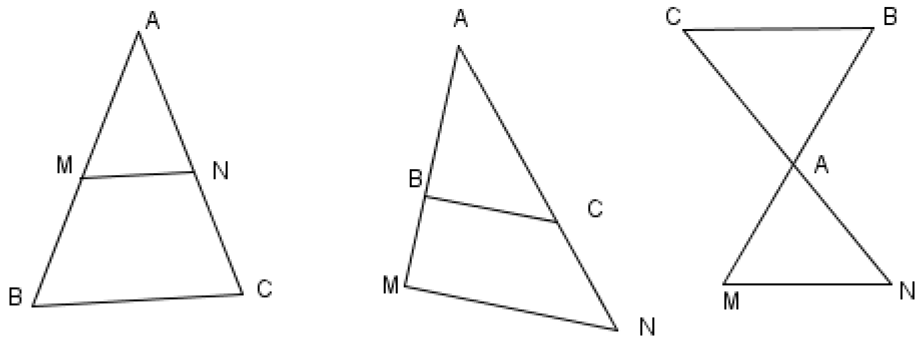
Thalès dans un triangle rectangle

1. Propriétés de Thalès

1.1 Propriété directe

ABC est un triangle , M un point de la droite (AB), N un point de la droite (AC).

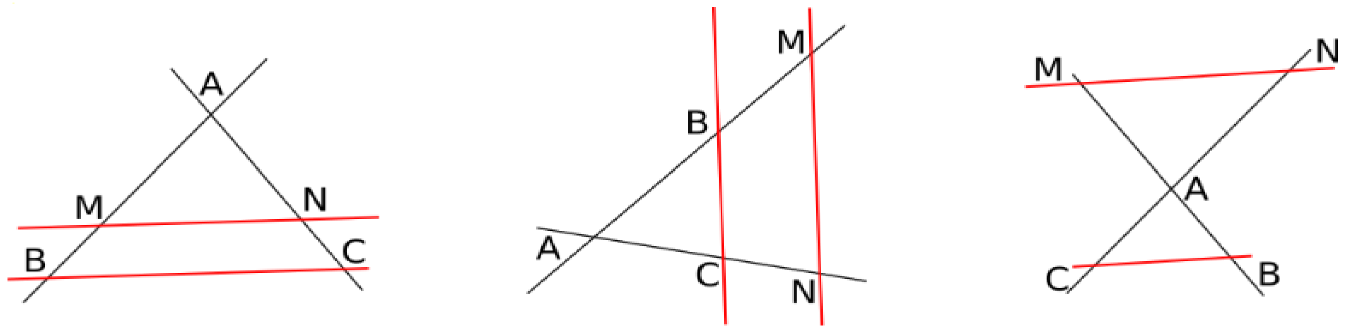
Si (MN) // (BC) alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$



1.2 Propriété réciproque

ABC est un triangle , M un point de la droite (AB), N un point de la droite (AC) tel que la position de M par rapport à A et B soit le même que la position de N par rapport à A et C.

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ alors Si (MN) // (BC)



1.3 Conséquence

ABC est un triangle , M un point de la droite (AB), N un point de la droite (AC).

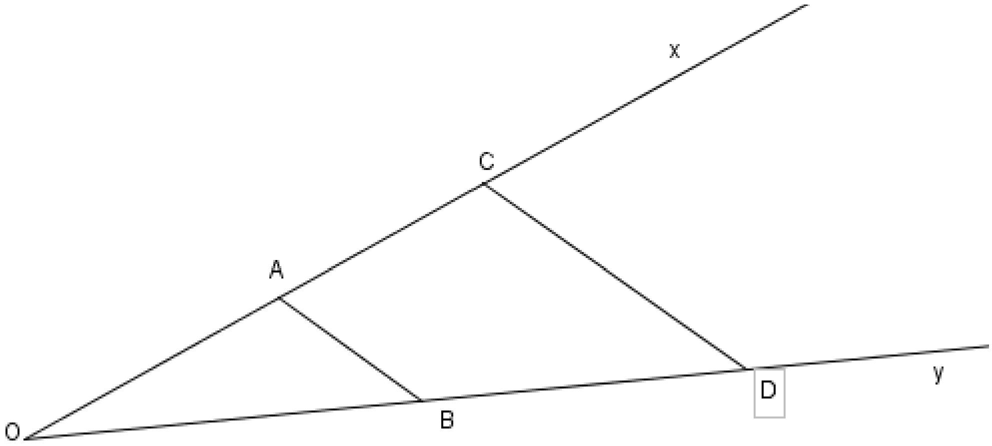
Si (MN) // (BC) alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

2. Utilisations de la propriété de Thalès

2.1 Construction de la quatrième proportionnelle

Programme de construction

- Tracer deux demi-droites [Ox) et [Oy) d'origine O.
- Placer sur [Ox) deux points A et C tels que OA = a et OC = b.
- Placer sur [Oy) le point B tel que OB = c
- Tracer la droite (AB).



La droite parallèle à (AB) et passant par C coupe (OB) en D. Ainsi, $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$. Si on pose OD = d,

OA = a, OC = b, OB = c , on a $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. d est la quatrième proportionnelle

2.2 Recherche des points divisant un segment dans un rapport donné

A et B sont des points du plan. Construire le point M tel que b AM = a AB.

Programme de construction :

Si b AM = a AB, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{a}{b}$

Tracer une demi-droites [Ax).

Marquer les points T et T' sur cette demi-droite tels que AT' = a et AT = b.

Tracer la droite (TB). La parallèle à (TB) passant par T' coupe (AB) en M tels que $\frac{AT'}{AT} = \frac{AM}{AB} = \frac{a}{b}$.

On obtient le point M tel que b AM = a AB.

Avec Géogebra , on peut prendre comme exemple a = 2 et b = 3

2.3 Calcul des distances de deux points

La propriété directe et sa conséquence peut être utilisée dans le calcul de distances

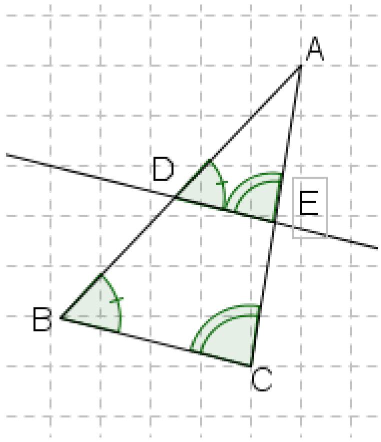
3. Cas général de la propriété de Thalès

Des droites parallèles découpent des segments de mesures proportionnelles sur des droites qui leur sont sécantes.

Les droites (D) et (D') sont sécantes et (AA') // (CC') // (BB') donc $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$.

4. Triangles semblables

On considère un triangle ABC. Parallèlement au côté [BC], on mène une droite coupant les deux autres côté en D et E.

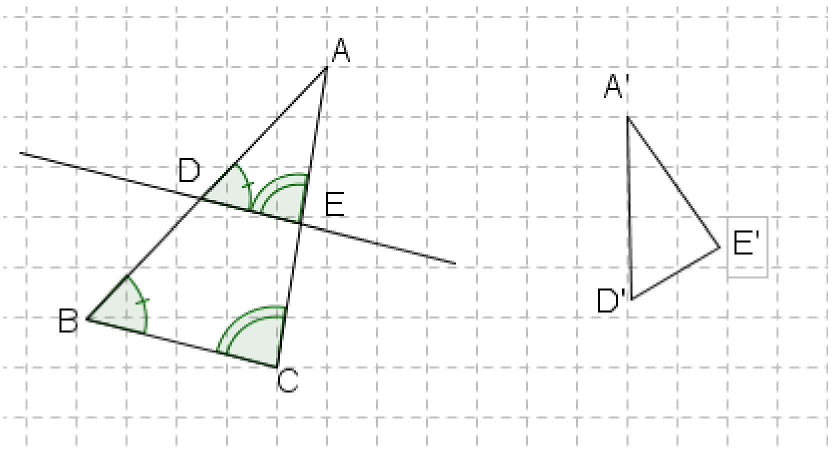


Les angles des deux triangles ABC et ADE ont même mesure :

- $\hat{A}$ est commun,
- mes $\hat{B}$ = mes $\hat{D}$ et mes $\hat{C}$ = mes $\hat{E}$ (angles correspondants)
- les côtés sont proportionnels (Théorème de Thalès)

Les triangles ABC et ADE sont dits semblables.

Si on déplace le triangle ADE dans le même ordre, on obtient un triangle A'D'E' qui est semblable à ABC.



A et A' sont des sommets homologues. $\hat{A}$ et $\hat{A}'$ sont des angles homologues. [AB] et {A'B'] sont des côtés homologues.

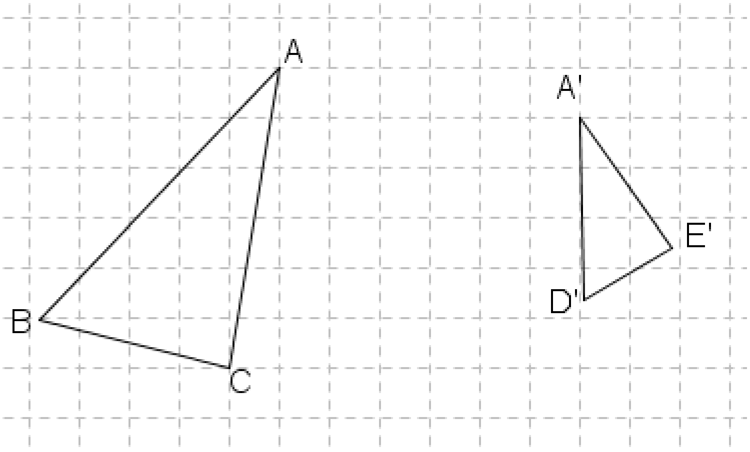
4.1 Définition et propriétés

4.1.1 Définition

Deux triangles sont semblables s'ils ont leurs angles homologues de même mesure ou leurs côtés homologues proportionnels

4.1.2 Propriétés directes

Deux triangles sont semblables si leurs côtés sont deux à deux proportionnels ou leurs angles deux à deux de même mesure.

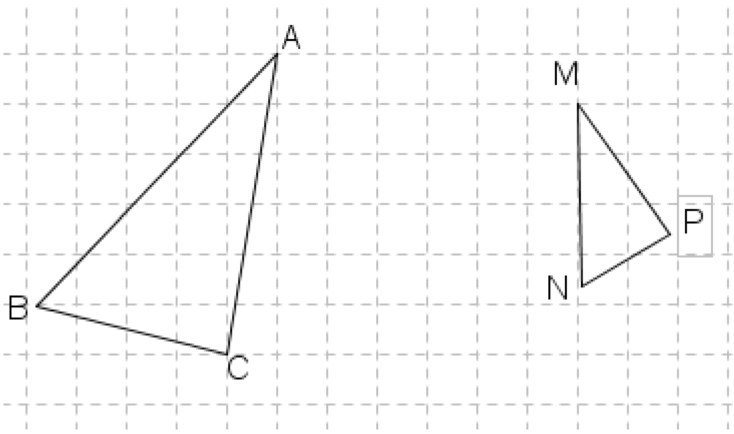


Si ABC et ADE sont deux triangles semblables, alors $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}=\frac{BC}{DE}$

$mes\,C\hat{A}B = mes\,E\hat{A}D \quad , \quad mes\,C\hat{B}A = mes\,E\hat{D}A \quad , \quad mes\,B\hat{C}A = mes\,D\hat{E}A$

4.1.3 Propriété réciproque

Si deux triangles ont leur côtés deux à deux proportionnels, ils sont semblables



$\frac{AB}{MN}=\frac{AC}{MP}=\frac{BC}{NP}$ alors ABC et MNP sont semblables

Si deux triangles ont leurs angles deux à deux de même mesure , lors ils sont semblables

4.1.4 Triangles semblables dans le triangle rectangle

ABC est un triangle rectangle en A. (AH) est une hauteur signifie que ABC, HBA, HAC sont des triangles semblables.

On a $AB^2 = BC \times BH$ et $AC^2 = BC \times HC$