

## Corrigé exercice 2 Bacc D 2018

### Exercice 2

1- On lance une fois un dé tétraédrique dont les faces sont numérotées 1, 2, 3 et 4.

On s'intéresse au numéro de la face cachée.

Pour  $k \in \{1; 2; 3; 4\}$ , on note  $P_k$  la probabilité pour que le numéro de la face cachée soit égale à  $k$ .

Le dé est truqué et les probabilités  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  et  $P_4$  vérifient  $P_2 = \frac{1}{2}P_1 = \frac{1}{3}P_3$  et  $P_4 = 2P_1$ .

On a  $P_2 = \frac{1}{2}P_1$ ,  $P_3 = \frac{3}{2}P_1$ ,  $P_4 = 2P_1$  et  $P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1$ , donc  $P_1 + \frac{1}{2}P_1 + \frac{3}{2}P_1 + 2P_1 = 1$

Ce qui donne  $\frac{2P_1 + P_1 + 3P_1 + 4P_1}{2} = 1$  ou  $\frac{10P_1}{2} = 1$

d'où  $P_1 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ .

On a alors  $P_2 = \frac{1}{2}P_1 = \frac{1}{10}$ ,  $P_3 = \frac{3}{2}P_1 = \frac{3}{10}$ , et  $P_4 = 2P_1 = \frac{2}{5}$

Ainsi  $P_1 = \frac{1}{5}$ ,  $P_2 = \frac{1}{10}$ ,  $P_3 = \frac{3}{10}$  et  $P_4 = \frac{2}{5}$

2- On lance deux fois de suite ce dé.

a- A : « Le produit des deux numéros des deux faces cachées est égal à 4 ».

On a ce cas si les résultats sont (1;4), (4;1) ou (2;2).

Alors  $P(A) = P_1 \cdot P_4 + P_4 \cdot P_1 + P_2 \cdot P_2$

$$P(A) = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$$

$$P(A) = \frac{17}{100}$$

b- On désigne par  $a$  le numéro de la face cachée au premier lancer, et par  $b$  le numéro au deuxième lancer.

$X$  est la variable égale au nombre  $|b - a|$ .

Les valeurs possibles de  $X$  sont 0, 1, 2, ou 3.

$|b - a| = 0$  si  $(a; b) \in \{(1;1); (2;2); (3;3); (4;4)\}$

Donc  $P(X=0) = P_1 \cdot P_1 + P_2 \cdot P_2 + P_3 \cdot P_3 + P_4 \cdot P_4$

Ainsi  $P(X=0) = \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{10}\right)^2 + \left(\frac{3}{10}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{30}{100}$

d'où  $P(X=0) = \frac{3}{10}$

$|b - a| = 1$  si  $(a; b) \in \{(1;2); (2;3); (3;4); (4;3); (3;2); (2;1)\}$

$$P(X=1) = 2(P_1 \cdot P_2 + P_2 \cdot P_3 + P_3 \cdot P_4)$$

$$P(X=1) = 2 \left( \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{10} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{5} \right)$$

$$P(X=1) = 2 \frac{17}{100} = \frac{17}{50}$$

$|b - a| = 2$  si  $(a; b) \in \{(1; 3); (2; 4); (4; 2); (3; 1)\}$

$$P(X=2) = 2(P_1 \cdot P_3 + P_2 \cdot P_4 + P_4 \cdot P_2 + P_3 \cdot P_1)$$

$$P(X=2) = 2 \left( \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{10} + \frac{1}{10} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{10} + \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{5} \right)$$

$$P(X=2) = 2 \left( \frac{5}{50} \right) = \frac{1}{10}$$

$|b - a| = 3$  si  $(a; b) \in \{(1; 4); (4; 1)\}$

$$P(X=3) = 2(P_1 \cdot P_4 + P_4 \cdot P_1) = 2 \left( \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} \right)$$

$$P(X=3) = \frac{4}{25}$$

$x_i$	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>Total</b>
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{17}{50}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{25}$	1