Corrigé exercice 2 Bacc série D 2017

A- On dispose de deux urnes U_1 contenant 8 boules numérotées 0 ; 2 ; 2 ; 2;3 ; 3 ; 4 ; 5, et U_2 contenant 5 boules numérotés : 0 ; 0 ; 1 ; 2 ; 2.

1- On tire au hasard et successivement sans remise 3 boules de U_1 :

Le nombre de cas possibles est $A_8^3 = 8.7.6 = 336$.

E_1 : « les numéros des trois boules tirées sont pairs » : on tire donc 3 boules parmi les 5 (numérotées 0 ; 2 ; 4) : le nombre de cas favorables à cet événement est $A_5^3 = 5.4.3 = 60$

$$P(E_1) = \frac{60}{336} = \frac{5}{28}$$

E_2 : « Avoir 3 boules dont la somme des numéros est égale = 6 ».

Les numéros tirés dans ces cas sont $\{0;2;4\}$, $\{2;2;2\}$ et $\{0;3;3\}$

Le nombre de cas favorables à cet événement est donc

$$C_1^1 C_3^1 C_1^1 \text{x}\, 3! + C_3^1 C_2^1 C_1^1 + C_1^1 C_2^1 C_1^1 \text{x} \frac{3!}{2!} = 3.6 + 6 + 2.3 = 30 \ .$$

$$P(E_2) = \frac{30}{336} = \frac{5}{56} \ .$$

2- ON tire au hasard et simultanément 2 boules de U_2 et une boule de U_1.

X est la variable aléatoire égale au nombre de boules portant le numéro 2

a) Loi de probabilité de X

L'ensemble de valeurs que X peut prendre est $X(\Omega) = \{0;1;2;3\}$.

$$P(X=0) = \frac{C_3^2 . C_5^1}{C_5^2 C_8^1} = \frac{3.5}{10.8} = \frac{15}{80}$$

$$P(X=1) = \frac{C_2^1 . C_3^1 C_5^1 + C_3^2 . C_3^1}{C_5^2 C_8^1} = \frac{2.3.5 + 3.3}{10.8} = \frac{39}{80}$$

$$P(X=2) = \frac{C_2^2 C_5^1 + C_2^1 C_3^1 C_3^1}{C_5^2 C_8^1} = \frac{1.5 + 2.3.3}{10.8} = \frac{23}{80}$$

$$P(X=3) = \frac{C_2^2 C_3^1}{C_5^2 C_8^1} = \frac{1.3}{10.8} = \frac{3}{80}$$

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{15}{80}$	$\frac{39}{80}$	$\frac{23}{80}$	$\frac{3}{80}$

b) Espérance mathématique de X

$$E(X)=0.\frac{15}{80}+1.\frac{39}{80}+2.\frac{23}{80}+3.\frac{3}{80}=\frac{94}{80}=\frac{47}{40}$$

B- STATISTIQUE

On note x_i le le point bonus obtenu par l'élève i, en course de fond et y_i le point bonus qu'il a obtenu en saut.

x_i	1	2	5	7
y_i	2	2	4	5

1- Coefficient de corrélation linéaire

$$\bar{x}=\frac{1+2+5+7}{4}=\frac{15}{4}=3,75$$
$$\bar{y}=\frac{2+2+4+5}{4}=\frac{13}{4}=3,25$$
$$V(x)=\frac{\sum_{i=1}^{4} x_i^2}{N}-\bar{x}^2$$
$$V(x)=\frac{1^2+2^2+5^2+7^2}{4}-\bar{x}^2=19,75-14,06$$
$$V(x)=5,69$$
$$V(y)=\frac{\sum_{i=1}^{4} y_i^2}{N}-\bar{y}^2$$
$$V(y)=\frac{2^2+2^2+4^2+5^2}{4}-\bar{y}^2=12,25-3,25^2$$
$$V(y)=1,69$$
$$\sigma(x)=\sqrt{V(x)}=\sqrt{5,69}=2,38$$
$$\sigma(y)=\sqrt{V(y)}=\sqrt{3,25}=1,3$$
$$Cov(x,y)=\frac{\sum_{i=1}^{4} x_i y_i}{N}-\bar{x}\,\bar{y}$$
$$Cov(x,y)=\frac{1.2+2.2+5.4+7.5}{4}-3,75.3,25=3,06$$

$$r=cov\frac{(x,y)}{\sigma(x).\sigma(x)}=\frac{3,06}{2,38.1,3}$$
$$r=0,99$$

r est très voisin de 1, donc on a une forte corrélation.

2) Droite de régression

L'équation de la droite de régression de y en x est $y-\bar{y}=a(x-\bar{x})$, avec $a=\frac{cov(x,y)}{V(x)}$

$$a=\frac{3,06}{5,69}\simeq 0,54 \quad .$$

Donc l'équation de la droite de régression de y en x est $y = 0,54\,x + 1,23$.

3- Estimation pour $x = 9$

$y = 0,54\,.9 + 1,23 = 6,09$.

Donc si on a 9 points en course de fond, on a 6 points en saut