

Corrigé exercice 1 Bacc série A 2020

Exercice 1 (5 points)

1. (V_n) est la suite définie par $V_n = 3\left(\frac{5}{8}\right)^n$.

a) $V_0 = 3\left(\frac{5}{8}\right)^0 = 3$ et $V_1 = 3\left(\frac{5}{8}\right)^1 = \frac{15}{8}$

b) $V_{n+1} = 3\left(\frac{5}{8}\right)^{n+1} = 3\left(\frac{5}{8}\right)^n \cdot \left(\frac{5}{8}\right)$

Ainsi $V_{n+1} = \frac{5}{8}V_n$

Alors $\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{5}{8}$ et (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{5}{8}$.

c) Comme la raison $q = \frac{5}{8} < 1$, on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0$.

d) $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$

(V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{5}{8}$ et de premier terme $V_0 = 3$, donc

$$S_n = V_0 \frac{1 - q^n}{1 - q} = 3 \frac{1 - \left(\frac{5}{8}\right)^n}{1 - \left(\frac{5}{8}\right)}$$

d'où $S_n = 8\left[1 - \left(\frac{5}{8}\right)^n\right]$.

2. (U_n) est une suite arithmétique telle que $U_{34} = U_{15} + 57$.

a) On a $U_{34} - U_{15} = 57$

Or $U_{34} - U_{15} = (34 - 15)r$, donc $(34 - 15)r = 57$, d'où $r = \frac{57}{19}$ alors $r = 3$.

b) $U_{34} = U_{22} + (34 - 22)r = 65 + 12 \times 3$

$U_{34} = 101$

$U_{22} = U_{15} + (22 - 15)r$, donc $U_{15} = U_{22} - (22 - 15)r = 65 - 7 \times 3$

Ainsi $U_{15} = 44$

c) $S = U_{15} + U_{16} + \dots + U_{34} = (34 - 15 + 1) \frac{U_{15} + U_{34}}{2} = 20 \frac{(44 + 101)}{2}$

Ainsi $S = 1450$