

SECRETARIAT GÉNÉRAL

DIRECTION GÉNÉRALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR

SESSION 2020

DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR

Service d'Appui au Baccalauréat

A

Option : A

Code matière : 009

◁***** ***** ***** *****▷

Epreuve de : MATHÉMATIQUES

Durée : 02 h 15 mn

Coefficients : A1 = 1; A2 = 3

◁○-○-○-○-○-○-○-○-○-○-○▷

- NB : - Les deux exercices et le problème sont obligatoires.
- Machine à calculer scientifique non programmable autorisée.

EXERCICE 1 : (5 points)

- $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est la suite numérique définie par $V_n = 3\left(\frac{5}{8}\right)^n$.
 - Calculer V_0 et V_1 . (0,25 pt x 2)
 - Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n . En déduire la nature de la suite (V_n) et préciser sa raison. (0,5 pt x 2)
 - Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$. (0,5 pt)
 - Exprimer en fonction de n la somme $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$. (1 pt)
- $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique telle que $U_{34} = U_{15} + 57$.
 - Vérifier que la raison de la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est égale à 3. (0,75 pt)
 - Sachant que $U_{22} = 65$. Calculer U_{34} et U_{15} . (0,25 pt x 2)
 - En déduire $S = U_{15} + U_{16} + \dots + U_{34}$. (0,75 pt)

EXERCICE 2 : (5 points)

Un sac à main contient 12 billets de banque dont 6 billets de 5 000Ar, 4 billets de 10 000Ar et 2 billets de 20 000 Ar. On suppose que tous les billets ont la même probabilité d'être tirés.

- On tire au hasard simultanément 4 billets du sac à main.
 - Calculer le nombre de cas possibles. (0,5 pt)
 - Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - A : « Avoir exactement deux billets de 10 000 Ar ». (1 pt)
 - B : « Avoir quatre billets de même valeur ». (1 pt)
- On remet le sac à main dans sa condition initiale. On tire au hasard successivement et sans remise 3 billets du sac. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - C : « Obtenir un billet de 20 000Ar au premier tirage et 2 billets de 5 000 Ar aux deux derniers tirages ». (1,25 pt)
 - D : « Obtenir un montant total de 45 000 Ar ». (1,25 pt)

NB : Mettre les résultats sous forme de fraction irréductible.

PROBLEME : (10 points)

(A1 ; A2)

Soit la fonction f définie sur $] -1; 3[$ par :

$$f(x) = \ln(1+x) - \ln(3-x)$$

On note par (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité 2 cm.

1. a) Prouver que $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty$. Donner une interprétation graphique. (1,25 pt ; 1 pt)
- b) Vérifier que $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = +\infty$. Que peut-on conclure sur (\mathcal{C}) ? (1,25 pt ; 1 pt)
2. Montrer que pour tout $x \in] -1; 3[$; $f'(x) = \frac{4}{(1+x)(3-x)}$ où f' est la dérivée de f . (1,5 pt ; 1,5 pt)
3. Dresser le tableau de variation de f sur $] -1; 3[$. (1pt ; 1pt)
4. a) Déterminer les coordonnées du point A, intersection de la courbe (\mathcal{C}) avec l'axe des abscisses. (1 pt ; 0,5 pt)
- b) Ecrire l'équation de la tangente (T) à (\mathcal{C}) au point d'abscisse $x_0 = 1$. (1 pt ; 1 pt)
- c) Calculer $f(0)$ et $f(2)$ à 10^{-1} près. (1 pt ; 0,5 pt)
5. Tracer (\mathcal{C}) avec les asymptotes. (2 pts ; 1,5 pt)

Pour A₂ seulement

6. Soit F la fonction définie sur $] -1; 3[$ par : $F(x) = (x+1)\ln(x+1) - (x-3)\ln(3-x)$.
 - a) Pour tout $x \in] -1; 3[$; calculer $F'(x)$. Que peut-on en conclure? (0,75 pt + 0,25 pt)
 - b) Calculer, en cm^2 , l'aire \mathcal{A} du domaine plan limité par la courbe (\mathcal{C}) , l'axe $(x'Ox)$ et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 2$. (1 pt)

