MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

SECRÉTARIAT GÉNÉRAL

DIRECTION GÉNÉRALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR

DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR

Service d'Appui au Baccalauréat

BACCALAURÉAT DE L'ENSEIGNEMENT GÉNÉRAL

SESSION 2020

◁**** **** **** ****▷

D

Série	: D	Epreuve de	: Mathématiques
		Durée	: 03 heures 15 minutes
Code matière	: 009	Coefficient	: 4

◁o–oo–oo–oo–oo–oo–oo–o▷

NB : - Machine à calculer scientifique non programmable autorisée.
- Les deux exercices et le problème sont obligatoires.

EXERCICE 1 (05 pts)

Soit le polynôme P à variable complexe z définie par :

$$P(z) = z^3 - (9+4i)z^2 + (23+22i)z - 15 - 30i$$

1. a) Calculer $P(3)$ (0,25 pt)

   b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $P(z) = 0$ (1 pt)

2. Dans le plan complexe $(\mathscr{P})$ muni d'un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 2+i$; $z_B = 3$ et $z_C = 4+3i$

   a) On pose $Z = \dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$.

   Ecrire Z sous forme trigonométrique, en déduire la nature du triangle ABC. (0,75 pt)

   b) M' étant le point du plan d'affixe z'. On pose $z' = \dfrac{z-4-3i}{z-3}$ avec $z \neq 3$.

   Déterminer et construire l'ensemble (E) des points M d'affixe z pour que z' soit imaginaire pur. (1 pt)

3. Soit S la similitude plane directe de centre A telle que $S(B) = C$.

   a) Donner l'expression complexe de S et préciser ses éléments caractéristiques. (1 pt)

   b) Soit S' la similitude directe de centre A, de rapport $\dfrac{3}{2}$ et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$.

   Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la composition : $f = SoS'$. (1 pt)

EXERCICE 2 (05 pts)

Un sac contient dix jetons indiscernables au toucher dont 2 verts, 3 bleus et 5 jaunes.

1. On tire au hasard successivement et sans remise trois jetons du sac. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

   A : "Obtenir exactement deux jetons jaunes". (0,5 pt)

   B : "Obtenir au moins deux jetons de même couleur". (1 pt)

2. On remet le sac dans sa condition initiale. L'épreuve $(\mathcal{E})$ consiste à tirer au hasard et simultanément quatre jetons du sac. On effectue une fois l'épreuve $(\mathcal{E})$ et on considère les événements suivants :

   C : "Avoir trois jetons de même couleur".

   D : "Avoir au plus un jeton bleu".

a) Calculer la probabilité de l'événement C. (0,5 pt)

b) Montrer que $p(D)=\frac{2}{3}$ où $p(D)$ est la probabilité de l'événement D. (0,5 pt)

3. On répète trois fois de suite et d'une manière indépendante l'épreuve ($\mathcal{E}$).

A chaque épreuve, on gagne 1 point si l'événement D est réalisé, sinon on gagne 0 point.

Soit X la variable aléatoire égale au total des points gagnés à l'issue de trois épreuves.

a) Déterminer l'univers-image de X. (0,5 pt)

b) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X. (1 pt)

c) Calculer $P(X \geq 2)$. (1 pt)

NB : on donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

PROBLÈME (10 pts)

Soit f la fonction numérique définie sur $[0;+\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(0)=1 \\ f(x)=\frac{1}{2}x^2(3-2\ln x)+1 \quad \text{si } x>0 \end{cases}$$

On note par ($\mathscr{C}$) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité 2 cm.

1. a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$. Que peut-on en déduire pour la fonction f ? (0,75 pt)

   b) Etudier la dérivabilité de f à droite en $x_0=0$. (0,5 pt)

2. a) Déterminer la limite de f en $+\infty$. (0,5 pt)

   b) Montrer que pour tout $x>0$: $f'(x)=2x(1-\ln x)$ où f' est la fonction dérivée de f. (0,75 pt)

   c) Dresser le tableau de variation de f sur $[0;+\infty[$. (1 pt)

3. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α sur $]e\ ;+\infty[$ et vérifier que $4,6<\alpha<4,8$. (1 pt)

4. a) Montrer que la courbe ($\mathscr{C}$) admet un point d'inflexion I que l'on déterminera les coordonnées. (1 pt)

   b) Donner une équation de la tangente (T) à la courbe ($\mathscr{C}$) au point d'abscisse $x_1=1$. (0,5 pt)

5. a) Etudier la branche infinie de ($\mathscr{C}$) en $+\infty$. (0,5 pt)

   b) Construire (T) et ($\mathscr{C}$) en précisant la demi-tangente au point d'abscisse $x_0=0$.

   (Prendre $\alpha \simeq 4,7$; $e \simeq 2,7$ et $e^2 \simeq 7,4$ pour la construction). (1,75 pt)

6. a) A l'aide d'une intégration par parties, calculer $I=\int_1^e x^2 \ln x \, dx$. (1 pt)

   b) En déduire, en cm², l'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan limité par la courbe ($\mathscr{C}$), l'axe $(x'ox)$ et les droites d'équations respectives $x=1$ et $x=e$. (0,75 pt)