Sujet Bacc PC série C avec corrigé – Session 2018

1. Chimie organique

1-On réalise l'oxydation ménagée de 3,7g d'un monoalcool saturé A à chaine linéaire avec une solution de permanganate de potassium en milieu acide. On obtient un composé B de masse 3,6g qui réagit avec le 2,4-DNPH et avec le réactif de Schiff.

Déterminer les formules semi-développées de A et de B.

2- On mélange 3,7g de l'alcool A avec 2,3g d'acide méthanoïque. La limite théorique de la réaction est environ 67 % pour la formation de l'ester correspondant.

a) Montrer que le mélange initial est équimolaire

b) Calculer la masse d'ester formé

On donne : $M(H) = 1 g.mol^{-1}$, $M(C) = 12 g.mol^{-1}$, $M(O) = 16 g.mol^{-1}$

1- $5C_nH_{2n+2}O + 2MnO_4^- + 6H^+ \rightarrow 5C_nH_{2n}O + 2Mn^{2+} + 8H_2O$

5(14n + 18) 5(14n+16)

3,7 3,6

3,6.5. (14n+18) = 3,7.5.(14n+16) → n = 4

A : $C_4H_{10}O$ alcool primaire B : C_4H_8O aldéhyde

Formules semi-développées de A et B :

A : $CH_3 – CH_2 – CH_2 – CH_2OH$ B : $CH_3 – CH_2 – CH_2 – CHO$

2- a) Quantité de A : $n_1 = \frac{m_1}{M_1}$ $n_1 = \frac{3,7}{74} = 0,05\,mol$

quantité d'acide méthanoïque : $n_2 = \frac{m_2}{M_2}$ AN : $n_2 = \frac{2,3}{46} = 0,05\,mol$

le mélange est équimolaire.

b) Masse d'ester formé : $r = \frac{n_1}{n(E)}$ → $n(E) = \frac{n_1}{r}$

$m(E) = n(E).M(E) = \frac{n_1}{r}.M(E)$ AN : $m(E) = \frac{0,05}{0,67}.102 = 7,6\,g$

2. Chimie minérale

1- On étudie une solution (S) d'ammoniac en dissolvant une masse m dans 500mL d'eau pour préparer (S). Le coefficient de dissociation α de l'ammoniac est α = 5 % . Le pK_A du couple NH_4^+/NH_3 est 9,2.

a) Écrire l'équation de dissociation de l'ammoniac dans l'eau.

b) Montrer que le pK_A du couple NH_4^+/NH_3 peut s'écrire : $pK_A = 14 + \log\left(\frac{C\alpha^2}{(1-\alpha)}\right)$

c) Calculer la masse m d'ammoniac dans la solution (S).

2- On verse progressivement une solution d'acide chlorhydrique de volume V_A = 20mL de concentration C_A dans un volume V_B = 40mL de l'ammoniac de concentration $C_B = 6.10^{-3}$mol/L.

On obtient un mélange de pH = 9,2.

a) Écrire la réaction qui se produit.

b) Calculer C_A.

On donne : M(N) = 14g.mol^{-1} , M(H) = 1g.mol^{-1}

1- a) Équation de dissociation de l'ammoniac avec l'eau :

$$NH_3 + H_2O \rightleftharpoons NH_4^+ + HO^-$$

b) le coefficient de dissociation s'écrit : $\alpha = \frac{[NH_4^+]}{C}$ → $[NH_4^+] = C\alpha$

$[NH_3]$ + $[NH_4^+]$ = C → $[NH_3]$ = C - $[NH_4^+]$ = C – Cα = C (1 – α)

$$pH = -\log[H_3O^+] = -\log\frac{10^{-14}}{[OH^-]} = 14 + \log[OH^-]$$

or d'après l'électro-neutralité : $[OH^-] = [NH_4^+]$ → pH = 14 + log $[NH_4^+]$ (1)

$$pH = pK_A + \log\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} \quad (2) \quad \rightarrow (1) = (2) \rightarrow \quad pK_A + \log\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = 14 + \log[NH_4^+]$$

pK_A = 14 + 2 log $[NH_4^+]$ - log $[NH_3]$ → $pK_A = 14 + \log\frac{[NH_4^+]^2}{[NH_3]} = 14 + \log\frac{(C\alpha)^2}{C(1-\alpha)}$

d'où $pK_A = 14 + \log\frac{C\alpha^2}{(1-\alpha)}$ cqfd

c) Masse d'ammoniac : $\frac{C\alpha^2}{(1-\alpha)} = 10^{(9,2-14)}$ → $C = 6.10^{-3}$ mol/L

n = C.V = 6. 10^{-3} . 0,5 = 3. 10^{-3} mol → m = nxM = 0,003x17 = 0,051g → **m= 51mg**

2- a) Réaction qui se produit :

$$NH_3 + (H_3O^+, Cl^-) \longrightarrow (NH_4^+, Cl^-) + H_2O$$

b) pH = pK_A demi-équivalence : $n_A = \frac{n_B}{2}$ → $C_A V_A = \frac{C_B V_B}{2}$ → $C_A = \frac{C_B V_B}{2 V_A}$

AN : $C_A = \frac{6.10^{-3}.40}{2.20} = 6.10^{-3} mol.L^{-1}$ → **$C_A = 6.10^{-3}$mol/L**

3. Physique nucléaire

1) Équation de désintégration :

$$ {}^{212}_{83}Bi \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{208}_{81}Tl $$

élément formé : noyau de Thalium ${}^{208}_{81}Tl$

2) Période radioactive :

$A_0 = \lambda N_0$ avec $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ et $N_0 = \frac{m_0}{M} N$ $\rightarrow$ $A_0 = \frac{\ln 2 . m_{0.} N}{T . M(Bi)}$ d'où

la période $T = \frac{m_{0.} N . \ln 2}{A_0 . M(Bi)}$ AN : $T = \frac{0{,}1.6{,}02.10^{23}.0{,}7}{4{,}98.10^{16}.212}$ $\rightarrow$ **T = 4056,6s**

3) Volume d'hélium produit en 30mn

$N_{He} = N_0 - N_{rest} = N_0(1 - e^{-\lambda t})$ avec $N_0 = \frac{m_0}{M} N$ et $N_{He} = \frac{V_{He}}{V_m} . N$ d'où

$V_{He} = \frac{m_0}{M}(1 - e^{-\lambda t}) . V_m$ AN : **V_{He} = 2,82 mL**.

4. Optique géométrique

Un objet réel AB de 2cm de hauteur placé à 8cm de son centre optique O_1 d'une lentille L_1 , donne une image renversée 3fois plus grande que l'objet.

1- Calculer la vergence C_1 de L_1.

2- Une lentille L_2 de vergence C_2 = -12,5δ est placé à droite de L_1, leurs axes optiques étant confondus. La distance entre leurs centres optiques est 28cm.

a) Construire les images successives de AB pour le système de deux lentilles.

Échelle : $\frac{1}{4}$ sur l'axe optique et en vrai grandeur pour l'objet.

b) Trouver par calcul la position de l'image finale donnée par le système de deux lentilles.

1- Vergence C_1 de L_1.

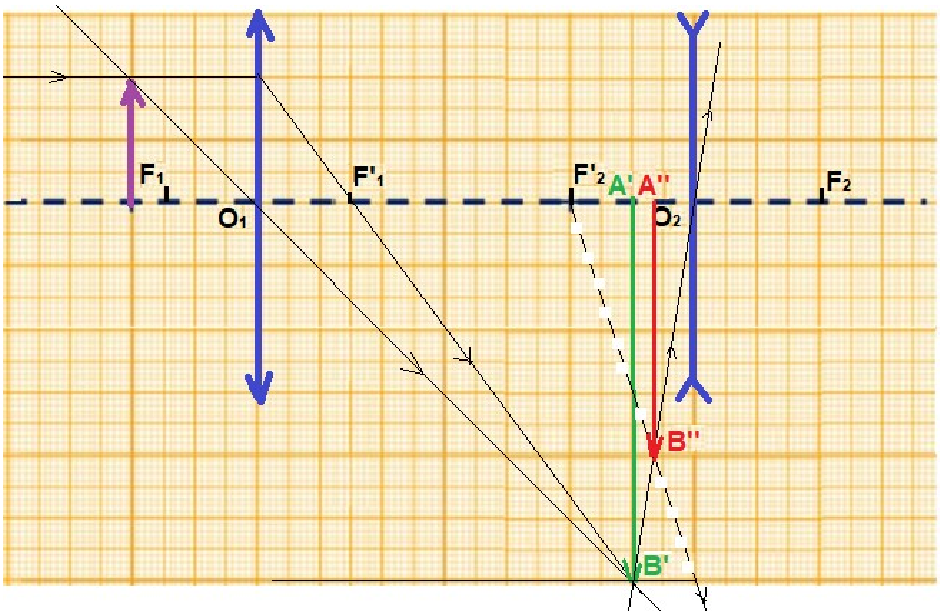
$\gamma = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}} = -3$ $\rightarrow$ $\overline{OA_1} = -3\overline{OA}$ et $\frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = C_1$ $\rightarrow$ $C_1 = \frac{-4}{3.\overline{OA}}$

AN : **C_1 = 16,67 δ**

2- a) Construction de les images successives de AB pour le système de deux lentilles :

f '$_1$ = 6 cm; f '$_2$ = - 8 cm

$\overline{O_1 A'} = -3\overline{OA} = -3.(-8) = 24\,cm$



b) $\overline{O_2A'}=\overline{O_2O_1}+\overline{O_1A'}=-28+24=-4\,cm$

$\frac{1}{\overline{O_2A''}}-\frac{1}{\overline{O_2A'}}=C_2 \quad \rightarrow \quad \overline{O_2A''}=\frac{\overline{O_2A'}}{C_2.\overline{O_2A'}+1} \quad \rightarrow \quad \overline{O_2A''}=-0{,}0267\,cm=-2{,}67\,cm$

l'image finale A''B'' est placée à 2,67 cm devant L_2.

5. Électromagnétisme

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A.

Deux rails en cuivre OA et OC de longueurs égales, soudés en O, sont placés horizontalement dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme constant et vertical. Soit $\overrightarrow{Ox}$ la bissectrice de l'angle $\widehat{AOC}$, on note $\alpha=\widehat{AOx}$. On déplace , avec une vitesse constante $\vec{v}$, une tige métallique MN sur ces rails, de telle façon que MN reste toujours perpendiculaire à $\overrightarrow{Ox}$. La tige part de O à l'instant initial t = 0s, son milieu P reste sur $\overrightarrow{Ox}$, tel que OP = x = v t à l'instant t. (figure 01).

1) a- Exprimer en fonction de B, v, t et α le flux du champ magnétique $\vec{B}$ à travers le circuit OMN.

b- En déduire l'expression de la force électromotrice induite instantanée e.

2) a- Préciser le sens du courant induit i sur le conducteur MN.

b- Calculer sa valeur si la résistance du circuit est R = 2Ω, lorsque la tige MN atteint la position AC.

On donne : α = 30° , B = 0,2T , v = 2m/s , ℓ = OA = OC = 20 cm.

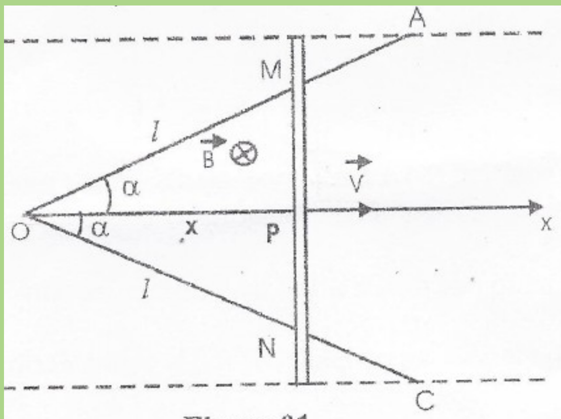
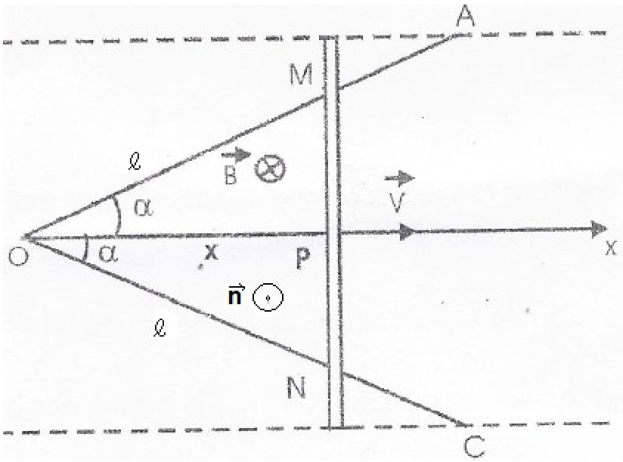


Figure 01

1) a- Expression du flux du champ magnétique $\vec{B}$ à travers le circuit OMN.



$\Phi(t) = \vec{B}.S\vec{n} = -B.S$ $\vec{B}$ et $\vec{n}$ de sens contraire.

$S = 2x\dfrac{PM.OP}{2} = PM.OP = x\tan\alpha.x = x^2\tan\alpha$ avec x = v t

$\Phi(t) = -Bv^2t^2\tan\alpha$

b- Expression de la fém induite en fonction de B, v, t et α

$e = \dfrac{-d\Phi}{dt} = Bv^2 2t\tan\alpha$

2) a- Sens du courant induit i sur le conducteur MN

sens du courant : de N vers M

b- Calcul de i : ℓ

$i = \dfrac{e}{R}$ MN atteint AC à $t_{max} = \dfrac{\ell\cos\alpha}{v}$ donc $e_{max} = 2Bv\ell\sin\alpha$

$i = \dfrac{2Bv\ell\sin\alpha}{R}$ AN : **i = 0,04A = 40mA**

Partie B.

Un dipôle RLC monté en série est alimenté par un générateur de tension sinusoïdale qui maintient entre ses bornes une tension efficace U = 12V.

Ce dipôle RLC possède les caractéristiques suivantes : R = 18Ω ; L = 0,34H ; C = 30µF

Il est alimenté par une tension sinusoïdale qui provoque la résonance du dipôle .

1) a- Déterminer la valeur de la fréquence qui produit cette résonance d'intensité.

b- Calculer le facteur de qualité du dipôle.

2) Quelle est l'énergie maximale emmagasinée dans la bobine.

1) a- La fréquence à la résonance

$$N_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$ AN : **N_0 = 50Hz**

b- Le facteur de qualité

$$Q=\frac{L2\pi N_0}{R}$$ AN : **Q = 5,9**.

2) Énergie emmagasinée

$$E=\frac{1}{2}L I_0^2=\frac{1}{2}L(\frac{U}{R})^2$$ AN : **E = 0,075 J**.

6. Mécanique

Les deux parties A et B sont indépendantes .

Dans tous les problèmes on prendra g = 10m/s^2.

Partie A.

Un solide S de masse m = 50g peut glisser sur la piste DAMO.

- DA est un plan horizontal un peu rugueux de longueur ℓ = DA
- AO est un arc de cercle de centre B et de rayon r = 40cm.

Le solide est lancé en D avec une vitesse v_D = 4m/s. Sur la portion DA, le solide S est soumis à une force de frottement $\vec{f}=-k\vec{v}$ où $\vec{v}$ est la vitesse de S à l'instant t sur DA et que k = 2U.S.I (figure 02).

1) a- Montrer que l'expression de la vitesse instantanée peut s'écrire $v(t)=v_D e^{\frac{-k}{m}t}$

b- En déduire l'expression de l'équation horaire de S.

2) Partant du point A avec une vitesse v_A = 1m/s, le solide S glisse sans frottement sur la portion AO. La position de S sur AO est repérée par l'angle θ = $\widehat{ABM}$

a- Établir l'expression littérale de la vitesse de S en M, en fonction de g, r, θ et v_A.

b- Exprimer l'intensité de la réaction exercée par la piste sur S au point M en fonction de m, g, r, θ et v_A.

3) Au même point O commence une troisième portion de piste rectiligne faisant un angle α = 45° avec la verticale. Calculer la distance OC correspondant au point de rencontre de S avec la piste de réception.

On donne : $v_0=\sqrt{3}\,m/s$; $\tan\theta_0=\frac{\sqrt{7}}{3}$; $\frac{1}{\cos^2\theta_0}=1+\tan^2\theta_0$

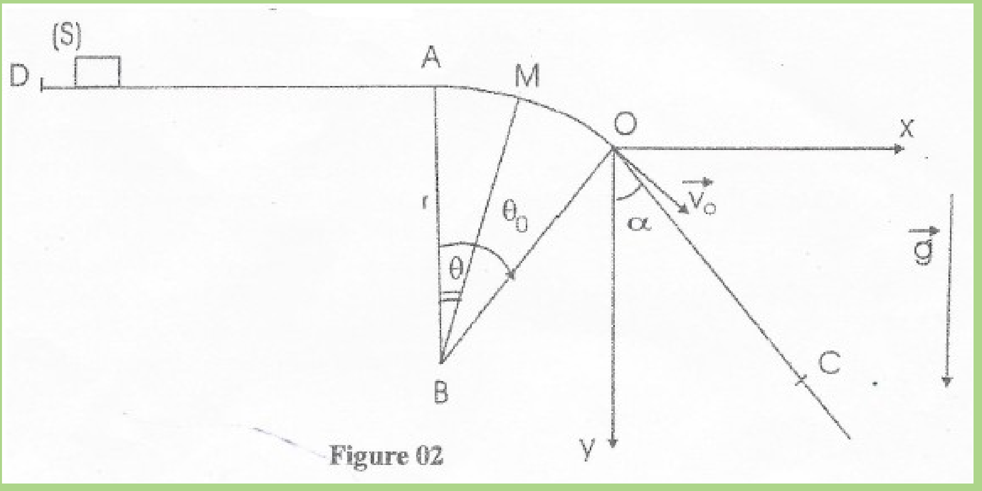


Figure 02

1) a- TCI : $\vec{P}+\vec{f}+\vec{N}=m\vec{a}$

projection suivant l'horizontale : - kv = $m\frac{dv}{dt}$ $\rightarrow$ $\frac{dv}{dt}+\frac{k}{m}v=0$ équation différentielle du 1er degré dont la solution est $v(t)=Ae^{\frac{-k}{m}t}$, à t = 0 v(0) = A = v_D. Cqfd.

b- $\frac{dx}{dt}=v_D e^{\frac{-k}{m}t}$ $\rightarrow$ $x(t)=[-v_D\frac{m}{k}e^{\frac{-k}{m}t}]_0^t$ $\rightarrow$ $x(t)=\frac{mv_D}{k}(1-e^{\frac{-k}{m}t})$

2) a- TEC : $\frac{1}{2}mv_M^2-\frac{1}{2}mv_A^2=W(\vec{P})+W(\vec{R})$ $\rightarrow$ $\frac{1}{2}v_M^2-\frac{1}{2}v_A^2=mgh=mgr(1-\cos\theta)$

$\rightarrow$ $v_M=\sqrt{v_A^2+2gr(1-\cos\theta)}$

b- TCI : $\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$ projection suivant $\vec{n}$: $-R+mgcos\theta=m\frac{v_M^2}{r}$

$\rightarrow$ $R=mg\cos\theta-\frac{mv_M^2}{r}$ $\rightarrow$ $R=mg(3\cos\theta-2)-\frac{mv_A^2}{r}$

3) $\vec{v_D}$ fait un angle θ_0 avec Ox.

$$\vec{a}\begin{pmatrix}0\\g\end{pmatrix} \rightarrow \vec{v}\begin{pmatrix}v_0\cos\theta_0\\gt+v_0\sin\theta_0\end{pmatrix} \rightarrow \vec{OM}\begin{pmatrix}v_0\cos\theta_0 t\\\frac{1}{2}gt^2+v_0\sin\theta_0 t\end{pmatrix}$$

$$t=\frac{x}{v_0\cos\theta_0} \rightarrow y=5\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\theta_0}+v_0\sin\theta_0\frac{x}{v_0\cos\theta_0} \rightarrow y=\frac{5}{3}(1+\tan^2\theta_0)x^2+\tan\theta_0 x$$

$$y=\frac{5}{3}(1+\frac{7}{9})x^2+\frac{\sqrt{7}}{3}x \rightarrow y=\frac{80}{27}x^2+\frac{\sqrt{7}}{3}x$$

équation de la droite (O,C) : $y_1 = x$ intersection des deux courbes $y = y_1$

$$\frac{80}{27}x^2+\frac{\sqrt{7}}{3}x-x=0 \quad \rightarrow \quad x_C = 0{,}04m = 4cm \ ; \quad y_C = 4cm$$

$$OC=\sqrt{4^2+4^2}=5{,}6\,cm$$

Partie B.

Une petite sphère métallique S supposée ponctuelle de masse m = 250g , glisse sans frottement suivant la ligne de plus grande pente sur un plan incliné d'un angle α = 30° avec l'horizontal. Elle est abandonnée sans vitesse initiale du point A et vient heurter en un point B, sur l'extrémité libre d'un ressort (R) , de masse négligeable, de raideur k = 50N.m-1 tel que AB = 1,5m. La sphère s'accroche au ressort et effectue autour de sa position d'équilibre O un mouvement oscillatoire. (figure 03)

1- Calculer le raccourcissement Δℓ du ressort lorsque la sphère prend sa position d'équilibre.

2- En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, montrer que le raccourcissement maximal a du ressort vérifie l'équation : $\frac{1}{2}ka^2-(mg\sin\alpha)a-\frac{1}{2}m v_B^2=0$.

On prendra comme niveau de référence des énergies de potentielles de pesanteur le sol et aussi origine des altitudes. L'énergie potentielle élastique du ressort est nulle lorsqu'il est à vide.

3- a) Établir l'équation différentielle du mouvement.

b) En déduire l'équation horaire du mouvement. L'origine des temps est l'instant où le raccourcissement maximal a est atteint.

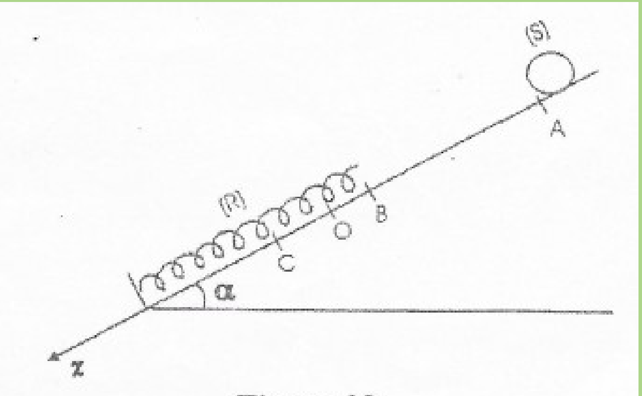
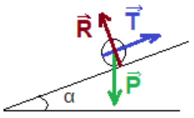


Figure 03

1- Équilibre : $\vec{T}+\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$

projection suivant la pente : -T + mg sinα = 0

T = mg sin α → k . Δℓ = mg sinα → $\Delta\ell=\frac{mg}{k}\sin\alpha$



AN : **Δℓ = 0,025m = 2,5cm**

2- Utilisation de la conservation de l'énergie mécanique :

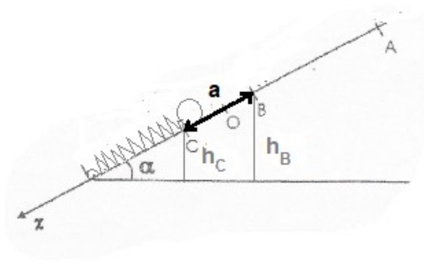
<u>en C</u> :

énergie potentielle de pesanteur : mg h_C

énergie potentielle élastique : $\frac{1}{2}ka^2$

énergie cinétique : nulle

l'énergie mécanique en C est donc : $E_{mC}=\frac{1}{2}ka^2+mgh_C$



en B :

énergie potentielle de pesanteur : mg h_B.

énergie potentielle élastique : nulle

énergie cinétique : $\frac{1}{2}m v_B^2$

l'énergie mécanique en B est donc : $E_{mB}=\frac{1}{2}mv_B^2+mgh_B$

Conservation de l'énergie mécanique : E_{mC} = E_{mB}

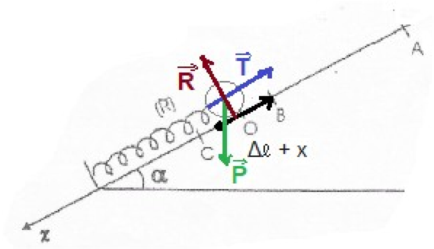
$\frac{1}{2}ka^2+mgh_C=\frac{1}{2}mv_B^2+mgh_B \rightarrow \frac{1}{2}ka^2+mg(h_C-h_B)-\frac{1}{2}mv_B^2=0 \rightarrow \frac{1}{2}ka^2-mgsin\alpha a-\frac{1}{2}mv_B^2=0$ cqfd

3- a) Équation différentielle :

TCI : $\vec{P}+\vec{T}+\vec{R}=m\vec{a}$

projection sur Ox : $mg\sin\alpha-k(\Delta\ell+x)=m\ddot{x}$

$mgsin\alpha-k\Delta\ell-kx=m\ddot{x}$



or mgsinα - k Δℓ = 0

d'où $\ddot{x}+\frac{k}{m}x=0$ AN : $\ddot{x}+200x=0$

b) Équation horaire :

S est en mouvement rectiligne sinusoïdale de pulsation $\omega=\sqrt{200}rad/s$

Son équation horaire a la forme : x(t) = x_m sin (ωt + φ)

x_m = OC = BC – BO = a - Δℓ

TEC entre A et B : $\frac{1}{2}mV_B^2=mgABsin\alpha$

utilisons la relation $\frac{1}{2}ka^2-mgsin\alpha a-\frac{1}{2}mv_B^2=0$ pour déterminer a

$a^2-\frac{2mgsin\alpha}{k}a-2\frac{mgsin\alpha}{k}AB=0 \rightarrow a^2-2\Delta\ell-2\Delta\ell AB=0$ avec $\frac{mgsin\alpha}{k}=\Delta\ell$

AN : a^2 – 0,05 a – 0,075 = 0 solution a_1 = -0,25m ; a_2 = 0,3m

donc a = 0,3m ce qui revient à déterminer x_m = 0,3 – 0,025 = 0,275m = 27,5cm à t=0 $x(t) = x_m = x_m \sin(\omega x0 + \varphi)$ → $\sin\varphi = 1$ → $\varphi = \frac{\pi}{2}$

$x(t) = 27{,}5 \sin(\sqrt{200}\, t + \frac{\pi}{2})$ (cm) ou $x(t) = 27{,}5 \cos(\sqrt{200}\, t)$