

# Sujet Bacc Physique Série C avec corrigé – session 2015

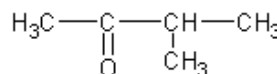
## 1. Chimie organique

1) Un composé organique A de formule  $C_nH_{2n+2}O$  contient 18,18 % d'oxygène.

Déterminer sa formule brute.

2) L'oxydation ménagée d'un composé A par une solution de permanganate de potassium

( $K^+, MnO_4^-$ ) en milieu acide, donne un composé B de formule



Écrire l'équation bilan de la réaction et nommer A et B.

3) On fait réagir  $m = 4,4g$  de 3-méthyl butan-2-ol avec  $m' = 3,3g$  d'acide carboxylique pour former un corps odorant E de masse molaire  $M = 116g \cdot mol^{-1}$ .

a) Écrire l'équation traduisant la réaction chimique et nommer E.

b) Après quelques jours, le produit E formé a une masse  $m = 3,48g$ . Déterminer la composition molaire théorique du mélange final.

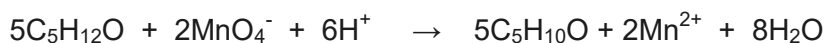
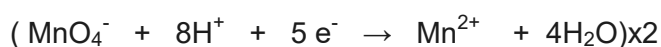
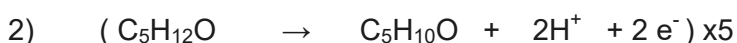
On donne :

$$M(H) = 1g \cdot mol^{-1}; \quad M(C) = 12g \cdot mol^{-1}; \quad M(O) = 16g \cdot mol^{-1}$$

$$E_{MnO_4^-/Mn^{2+}}^0 > E_{B/A}^0$$

$$1)\%O = \frac{M(O)}{M(A)} \times 100 \quad \rightarrow \quad M(A) = \frac{M(O) \times 100}{\%O} \quad \rightarrow \quad M(A) = 88g \cdot mol^{-1}$$

$$\text{or } M(A) = 14n + 18 = 88g \cdot mol^{-1} \quad \text{d'où } n = 5 \quad \rightarrow \quad \text{FB de A : } \mathbf{C_5H_{12}O}$$



Pendant une oxydation ménagée, la chaîne carbonée se conserve donc :

A : **3-méthyl butan-2-ol**

B : **3-méthyl butan-2-one**

3) a- Masse molaire de l'acide carboxylique :  $M' = 116 + 18 - 88 = 46g \cdot mol^{-1}$

or  $M' = 14n + 32 = 46$  d'où  $n = 1$  c'est de l'**acide méthanoïque**

L'équation de la réaction est donc



méthanoate de 1,2-diméthyl propyle

b- Quantité d'ester obtenue :

$$\text{quantité initiale de l'alcool A : } n_i(A) = \frac{m(A)}{M(A)} = \frac{4,4}{88} = 0,05 \text{ mol}$$

$$\text{quantité finale de l'alcool A : } n_f(A) = n_i(A) - n(E) = 0,05 - 0,03 = 0,02 \text{ mol}$$

$$\text{quantité initiale de l'acide méthanoïque : } n'_i = \frac{m'}{M'} = \frac{3,3}{46} = 0,07 \text{ mol}$$

$$\text{quantité finale de l'acide méthanoïque : } n'_f = n'_i - n(E) = 0,07 - 0,03 = 0,04 \text{ mol}$$

La composition molaire finale du mélange est donc :

**Ester :  $n(E) = 0,03 \text{ mol}$**

**3-méthyl butan-2-ol :  $n(A) = 0,02 \text{ mol}$**

**Eau :  $n(\text{eau}) = 0,03 \text{ mol}$**

**acide méthanoïque :  $n' = 0,04 \text{ mol}$**

## 2. Chimie minérale

Toutes les opérations s'effectuent à 25°C.

On prépare une solution de butylamine  $\text{C}_4\text{H}_9\text{-NH}_2$  en dissolvant  $m = 0,438\text{g}$  dans 200mL d'eau. Le pH de la solution obtenue est 11,7.

1. a) Montrer que la solution de butylamine est une base faible.

b) Écrire la réaction de la solution de butylamine avec l'eau.

2. A partir des concentrations des espèces chimiques présentes dans la solution, vérifier que le  $\text{pK}_A$  du couple  $\text{C}_4\text{H}_9\text{-NH}_3^+ / \text{C}_4\text{H}_9\text{-NH}_2$  est égal à 11.

3. On mélange un volume  $V_B$  de butylamine avec un volume  $V_A$  de chlorure de butylammonium ( $\text{C}_4\text{H}_9\text{-NH}_3^+, \text{Cl}^-$ ) de même concentration. Si l'on admet que

$$[\text{H}_3\text{O}^+] \ll [\text{OH}^-] \ll [\text{Cl}^-],$$

a) Montrer que 
$$\frac{\text{C}_4\text{H}_9\text{-NH}_2}{\text{C}_4\text{H}_9\text{-NH}_3^+} = \frac{V_B}{V_A}$$

b) Calculer les volumes  $V_A$  et  $V_B$  à mélanger pour un volume total de 120mL du mélange dont le pH = 11,3.

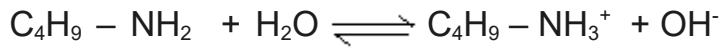
$$\text{On donne : } M(\text{C}) = 12\text{g}\cdot\text{mol}^{-1} ; M(\text{H}) = 1\text{g}\cdot\text{mol}^{-1} ; M(\text{N}) = 14\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$$

1. a) Masse molaire de  $\text{C}_4\text{H}_9\text{-NH}_2$  :  $M = 73\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$

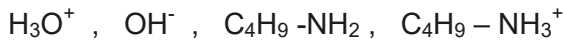
Concentration molaire en butylamine :  $C = \frac{m}{M \cdot V} = \frac{0,438}{73,0,2} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

On a  $14 + \log C = 14 + \log 0,03 = 12,5$  donc  $\text{pH} < 12,5$  c'est une base faible

b) Équation de la réaction de butylamine avec l'eau :



2. Les espèces chimiques, autre que l'eau, présentes dans la solution :



$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-11,7} = 2 \cdot 10^{-12} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-] = 10^{11,7 - 14} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Électroneutralité de la solution :  $[\text{C}_4\text{H}_9 - \text{NH}_3^+] + [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-]$

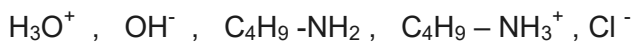
$$[\text{C}_4\text{H}_9 - \text{NH}_3^+] = [\text{OH}^-] - [\text{H}_3\text{O}^+] \quad [\text{H}_3\text{O}^+] \ll [\text{OH}^-] \rightarrow [\text{C}_4\text{H}_9 - \text{NH}_3^+] = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Conservation de la matière :  $C = [\text{C}_4\text{H}_9 - \text{NH}_2] + [\text{C}_4\text{H}_9 - \text{NH}_3^+]$

$$[\text{C}_4\text{H}_9 - \text{NH}_2] = C - [\text{C}_4\text{H}_9 - \text{NH}_3^+] = 3 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^{-3} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

et  $\text{p}K_A = \text{pH} - \log \frac{[\text{C}_4\text{H}_9 - \text{NH}_2]}{[\text{C}_4\text{H}_9 - \text{NH}_3^+]} = 11,7 - \log \frac{2,5 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-3}} = 11$

3. a) Espèces chimiques présentes dans le mélange :



soit  $C'$  la concentration du mélange des deux solutions :  $[\text{Cl}^-] = \frac{C' \cdot V_A}{V_A + V_B}$

Électroneutralité de la solution :  $[\text{C}_4\text{H}_9 - \text{NH}_3^+] + [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Cl}^-]$

donc  $[\text{C}_4\text{H}_9 - \text{NH}_3^+] = [\text{Cl}^-] = \frac{C' \cdot V_A}{V_A + V_B}$

Conservation de la matière :  $C' = [\text{C}_4\text{H}_9 - \text{NH}_3^+] + [\text{C}_4\text{H}_9 - \text{NH}_2]$

$$[\text{C}_4\text{H}_9 - \text{NH}_2] = C' - \frac{C' \cdot V_A}{V_A + V_B} = \frac{C' \cdot V_B}{V_A + V_B}$$

$$\frac{[\text{C}_4\text{H}_9 - \text{NH}_2]}{[\text{C}_4\text{H}_9 - \text{NH}_3^+]} = \frac{C' \cdot V_B}{V_A + V_B} \times \frac{V_A + V_B}{C' \cdot V_A} = \frac{V_B}{V_A} \quad \text{cqfd}$$

b)  $V_A + V_B = 120 \text{ mL}$  et  $\text{pH} = \text{p}K_A + \log \frac{[\text{C}_4\text{H}_9 - \text{NH}_2]}{[\text{C}_4\text{H}_9 - \text{NH}_3^+]} \rightarrow 11,3 = 11 + \log \frac{V_B}{V_A}$

$\rightarrow \frac{V_B}{V_A} = 10^{11,3 - 11} = 2 \rightarrow V_B = 2V_A$  donc  $V_A = 40 \text{ mL}$  et  $V_B = 80 \text{ mL}$

### 3. Physique nucléaire

Le potassium  ${}^{40}_{19}\text{K}$  est radioactif de période  $T = 1,5 \cdot 10^9$  ans, il se désintègre et donne l'argon  ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ .

1) Écrire l'équation de désintégration du potassium  ${}^{40}_{19}\text{K}$

De quel de radioactivité s'agit-il?

2) On dispose un échantillon de potassium  ${}^{40}_{19}\text{K}$  de masse  $m_0 = 2\text{g}$  à l'instant  $t = 0$ .

a. Calculer la masse de noyaux de potassium restant, au bout d'un temps  $t_1 = 6 \cdot 10^9$  ans

b. Au bout de combien de temps, noté  $t_2$ , 70 % de noyaux initiaux seraient désintégrés.

3) Certaines roches volcaniques comme l'obsidienne contiennent du potassium dont une partie est du potassium  ${}^{40}_{19}\text{K}$

Au moment de sa formation, cette roche ne contient pas d'argon.

Un géologue analyse un échantillon d'obsidienne et constate que le nombre de noyaux d'Argon  $N(\text{Ar})$  formés y sont deux fois moins nombreux que le nombre de noyaux  $N(\text{K})$  de potassium présent.

a. Exprimer en fonction de  $\lambda$  et  $t$ , le rapport  $r = \frac{N(\text{Ar})}{N(\text{K})}$

En déduire la valeur de  $r$  selon l'analyse du géologue.

b. Calculer l'age de cette roche.

On donne  $\ln 2 = 0,7$

1)  ${}^{40}_{19}\text{K} \longrightarrow {}^{40}_{18}\text{Ar} + {}^0_1\text{e}$  c'est une radioactivité  $\beta^+$

2) a. On a  $\frac{t_1}{T} = \frac{6 \cdot 10^9}{1,5 \cdot 10^9} = 4$  donc  $m_1 = \frac{m_0}{2^4} = \frac{2\text{g}}{16} = 0,125\text{g}$

b. Nombre de noyaux non désintégré à l'instant  $t$  :  $N = N_0 e^{-\lambda t}$

Nombre de noyaux non désintégré à l'instant  $t_2$  :  $\frac{30}{100} N_0 = N_0 e^{-\lambda t_2} \rightarrow t_2 = 2,57 \cdot 10^9 \text{ ans}$

3) a. Nombre de noyaux de potassium présents dans l'échantillon à l'instant  $t$  :  $N(\text{K}) = N_0(\text{K}) e^{-\lambda t}$

Nombre de noyaux d'Argon formés dans l'échantillon à l'instant  $t$  :

$$N(\text{Ar}) = N_0(\text{K}) - N(\text{K}) = N_0(\text{K}) - N_0(\text{K}) e^{-\lambda t}$$

$$r = \frac{N(\text{Ar})}{N(\text{K})} = \frac{N_0(\text{K}) - N_0(\text{K}) e^{-\lambda t}}{N_0(\text{K}) e^{-\lambda t}} = \frac{1 - e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} \rightarrow r = e^{\lambda t} - 1$$

selon l'analyse du géologue  $r = \frac{1}{2}$

b. Age de la roche au moment de son analyse :

$$e^{\lambda t} - 1 = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \lambda t = \ln 1,5 \quad \rightarrow \quad \frac{\ln 2 \cdot t}{T} = \ln 1,5 \quad \rightarrow \quad t = 8,6 \cdot 10^8 \text{ ans}$$

## 4. Optique géométrique

On dispose deux lentilles minces. La lentille  $L_1$  de distance focale  $f'_1 = 6\text{cm}$  et de centre optique  $O_1$  et la lentille  $L_2$  de distance focale  $f'_2$  et de centre optique  $O_2$ .

1) Le système accolé formé par les deux lentilles ( $L_1, L_2$ ) de centre optique  $O$  donne d'un objet réel  $AB$  une image renversée  $A_1B_1$  de même grandeur que l'objet.

Les points  $A$  de  $A_1$  distants de  $48\text{cm}$ , sont situés sur l'axe optique.

a- Montrer que la distance focale  $f$  du système accolé est  $f = \frac{AA_1}{4}$ .

Calculer sa valeur.

b- En déduire la distance focale  $f'_2$  et la nature de la lentille  $L_2$

2) Les deux lentilles sont maintenant disposées de façon que leurs centres optiques soient distants de  $21\text{cm}$  sur un même axe optique. On place un objet  $AB$ , de  $2\text{cm}$  de hauteur, devant la lentille  $L_1$  à une distance de  $12\text{cm}$ .

Construire l'image  $A_2B_2$  de cet objet.

Échelles :  $1\text{cm}$  représente  $3\text{cm}$  sur l'axe optique et l'objet en vraie grandeur

1) a- Grandissement de l'image par rapport à l'objet par le système ( $L_1, L_2$ ) accolé :

$$\gamma = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}} = -1 \Rightarrow \overline{OA_1} = -\overline{OA}$$

multiplions par  $\overline{OA}$  la relation de conjugaison :  $\frac{\overline{OA}}{\overline{OA_1}} - \frac{\overline{OA}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OA}}{f'}$   $\rightarrow -1 - 1 = \frac{\overline{OA}}{f'}$

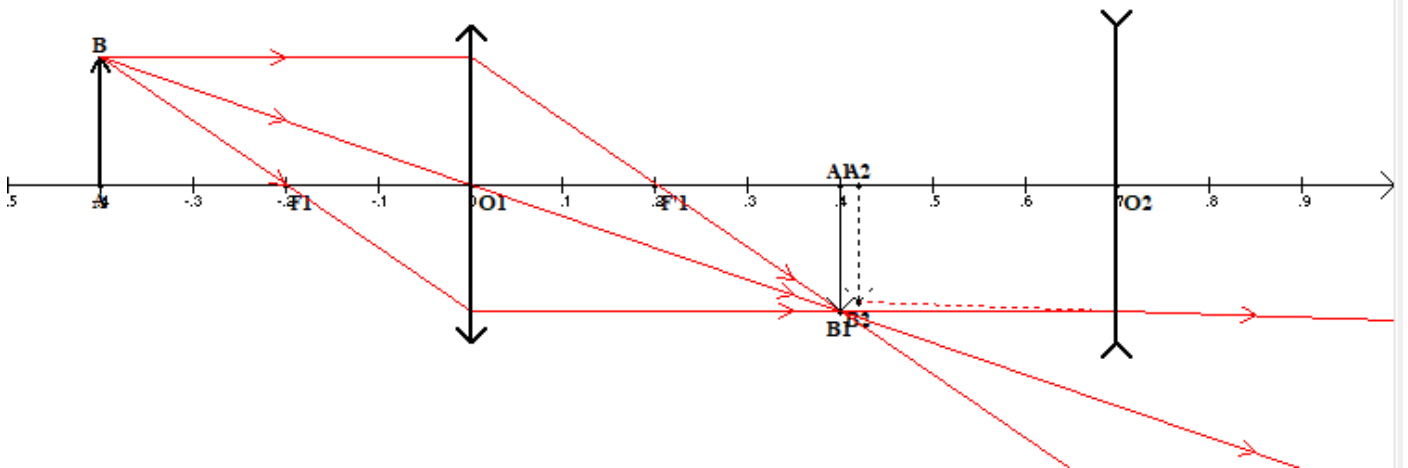
ce qui donne  $\overline{OA} = -2f'$  donc  $\overline{AO} = 2f'$  et  $\overline{OA_1} = 2f'$

d'où  $\overline{AA_1} = \overline{AO} + \overline{OA_1} = 4f'$  cqfd

$$\text{valeur de } f' : f' = \frac{48\text{cm}}{4} = 12\text{cm}$$

$$\text{b- } \frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_2} + \frac{1}{f'_1} \Rightarrow f'_2 = \frac{f'_1 f'}{f'_1 - f'} = \frac{6 \times 12}{6 - 12} = -12\text{cm} \quad \text{donc } L_2 \text{ est divergente.}$$

2) Construction de l'image  $A_2B_2$  de l'objet.



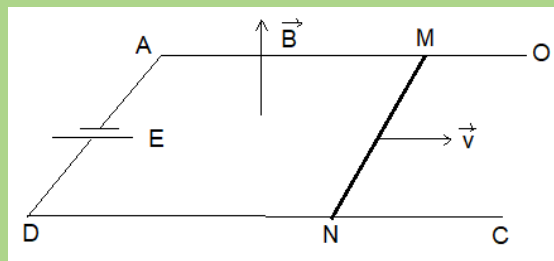
## 5. Électromagnétisme

Les parties A et B sont indépendantes

A. On considère un circuit AOCD constitués par deux rails parallèles AO et CD reliés aux bornes d'un générateur de f.é.m constante  $E$ , et une tige métallique MN de masse  $m$  et de longueur  $\ell$ . La résistance de l'ensemble, notée  $R$ , est supposée constante.

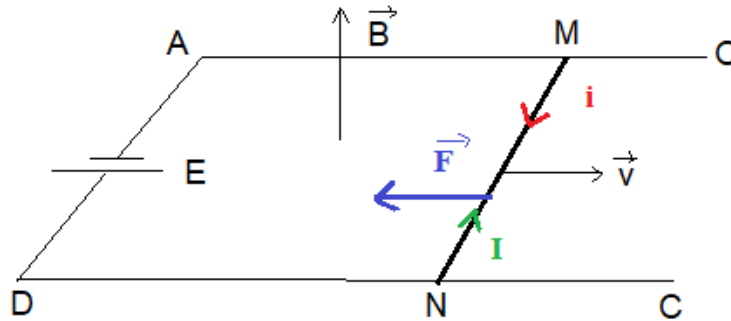
Le tout est plongé dans un champ magnétique uniforme d'induction  $\vec{B}$ , perpendiculaire au plan des rails. On déplace la tige MN vers la droite, avec une vitesse constante  $\vec{v}$ , parallèle à AO et CD. (figure)

- 1) a- Expliquer pourquoi il apparaît un courant induit dans le circuit.  
b- Reproduire le schéma et représenter sur la tige conductrice MN les sens du courant principal  $I$  et du courant induit  $i$ .
- 2) Exprimer le courant induit  $i$  en fonction de  $B$ ,  $\ell$ ,  $v$  et  $R$ .
- 3) Exprimer le courant  $i'$  qui parcourt la tige conductrice OC en fonction de  $E$ ,  $B$ ,  $\ell$ ,  $v$  et  $R$ .



1) a- Le conducteur fermé ADNMA limite une surface plane rectangulaire traversé par les lignes de champ magnétique caractérisés par leur flux . Quand ce flux varie, il y a courant induit par une f.é.m  $e = \frac{-d\Phi}{dt}$  dans le conducteur. Le déplacement de la tige MN fait varier la surface S donc le flux  $\Phi$  , il apparaît un courant induit dans le conducteur pendant le déplacement de MN.

b-



- 2) L'intensité du courant induit :  $i = \frac{e}{R}$  avec  $e = \frac{-d\Phi}{dt}$  et  $\Phi = \vec{B} \cdot S \vec{n} = B.S$   
 $S = \ell.AM \rightarrow d\Phi = B \ell dAM \rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = \frac{B \ell dAM}{dt} = B \ell v$  ainsi  $i = \frac{-B \ell v}{R}$
- 3)  $i' = I + i \rightarrow I = \frac{E}{R} \rightarrow i' = \frac{E}{R} - \frac{B \ell v}{R} = \frac{E - B \ell v}{R}$

B. On dispose d'une bobine de résistance R, d'inductance L et de condensateur de capacité C que l'on monte en série.

On applique entre A et B une tension u et une fréquence N réglable (figure)

$$u(t) = U \sqrt{2} \sin(2\pi Nt)$$

Soit l'intensité i instantanée.

On fait varier la fréquence N et pour une certaine valeur  $N_0 = 40\text{Hz}$  , on constate que l'intensité efficace dans le circuit passe par une valeur maximale  $I_0 = 2\text{A}$ .

Pour une autre valeur  $N_1$  de la fréquence, l'intensité efficace vaut  $I_1 = 1\text{A}$  et la tension aux bornes du condensateur est alors  $U_C = 40\text{V}$ .

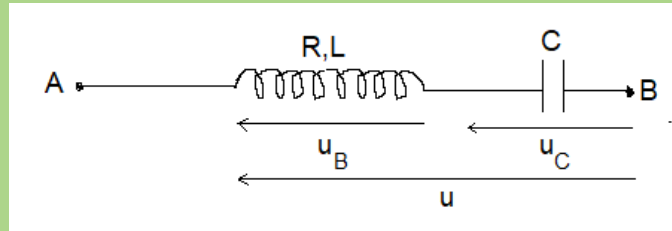
1) Calculer R. Pour une fréquence  $N_1$ , calculer l'impédance de l'ensemble du circuit et celle du condensateur.

2) a- Toujours dans le cas où  $N = N_1$ , laquelle des deux fonctions i et u est en avance de phase sur l'autre ? Justifier votre réponse.

b- Soit  $u_B$  et  $u_C$  les tensions aux bornes de la bobine et du condensateur.

Quels sont alors les déphasages entre ces tensions et l'intensité.

3) Calculer L, C et  $N_1$ .



1) Pour  $N = N_0$ , l'intensité de courant est maximale, le circuit est en résonance d'intensité  $R = \frac{U}{I_0}$

$$\rightarrow R = \frac{100}{2} = 50 \Omega$$

Pour  $N = N_1$   $Z = \frac{U}{I} = \frac{100}{1} = 100 \Omega$  ;  $Z_C = \frac{U_C}{I} = \frac{40}{1} = 40 \Omega$

2) a-  $Z^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 \rightarrow 100^2 = 50^2 + (Z_L - 40)^2 \rightarrow Z_L = 127 \Omega$

Déphasage entre  $u$  et  $i$  :  $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{Z_L - Z_C}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{127 - 40}{50}\right) = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad} > 0$  donc

$u$  est **en avance de phase** de  $\frac{\pi}{3}$  par rapport à  $i$ .

b-  $\varphi_B = \tan^{-1}\frac{Z_L}{R} = \tan^{-1}\frac{127}{50} = 69^\circ = 1,19 \text{ rad}$   $u_B$  est en **avance de phase** de 1,19 rad par rapport à  $i$

$\varphi_C = \tan^{-1}\frac{-Z_C}{R_C} = \tan^{-1}\left(\frac{-40}{0} = -\infty\right) = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$   $u_C$  est en **retard de phase de**  $\frac{\pi}{2}$  par rapport à  $i$

3) Pour  $N = N_0$ ,  $LC = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2}$  ; pour  $N = N_1$ ,  $Z_L \cdot Z_C = \frac{L}{C} \rightarrow \frac{L}{C} = 127 \cdot 40 = 5080$

$$LC \cdot \frac{L}{C} = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2} \cdot 5080 \rightarrow L^2 = \frac{5080}{4\pi^2 40^2} \rightarrow \mathbf{L = 0,283 \text{ H}}$$

$$C = \frac{L}{5080} \rightarrow \mathbf{C = 56 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 56 \mu\text{F}}$$

$$N_1 = \frac{1}{2\pi C Z_C} \rightarrow \mathbf{N_1 = 71 \text{ Hz}}$$

## 6. Mécanique

- Les deux parties A et B sont indépendantes .
- Dans tout le problème , on prendra  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$

A. On considère la piste ABCD contenue dans un plan vertical et dont les caractéristiques sont les suivantes :

- La partie AB est horizontale de longueur  $AB = 1 \text{ m}$ .
- La partie BC est curviligne.



- La partie CD est circulaire de centre I et de rayon r. (voir figure)

1) Un solide ponctuel (S) de masse  $m = 50\text{g}$  est lancé au point A avec une vitesse  $v_A = 4\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Il arrive au point B avec une vitesse nulle. Les forces de frottement entre A et B sont équivalentes à une force unique  $\vec{f}$  supposée constante opposée au vecteur vitesse.

Calculer l'intensité de cette force de frottement.

2) On lâche le solide (S) sans vitesse initiale au point B.

Ce point B est situé à une hauteur  $H = 3,2\text{m}$  au-dessus du sol horizontal passant par C. Les frottements sont négligeable sur la partie BCD.

a- Calculer la vitesse du solide au point C.

b- Le solide arrive en C avec une vitesse  $v_D = 7\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

Déterminer le rayon r de la partie circulaire CD, sachant que l'angle

$$\theta = (\vec{IC}, \vec{ID}) = 60^\circ$$

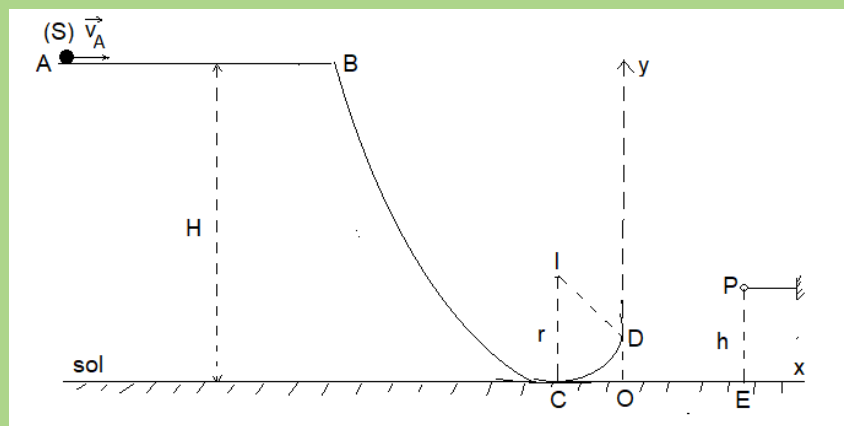
c- Calculer l'intensité de la réaction  $\vec{R}$  qu'exerce la piste sur le solide (S) au point D.

3) A partir du point D, le solide (S) tombe en chute avec la vitesse  $v_D$  précédente.

a. Établir l'équation cartésienne de la trajectoire du solide dans le repère (Ox , Oy) représenté par la figure sachant que  $OD = 75\text{cm}$ .

b. Le solide (S) repose exactement dans un panier P situé à la verticale passant par E tel que  $OE = d = 3\text{m}$  et à une hauteur h au dessus du sol.

Calculer la hauteur du panier.



$$1) \text{ TEC à (S) entre A et B : } \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_{AB}(\vec{f}) \quad \text{avec } v_B = 0 \rightarrow \frac{-1}{2}mv_A^2 = -f \cdot AB \rightarrow$$

$$f = \frac{1}{2AB}mv_A^2 \quad \text{AN : } \mathbf{f = 0,4N}$$

2) a- TEC de (S) entre B et C :  $\frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = W_{BC}(\vec{P}) \rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 = mgH \rightarrow v_C = \sqrt{2gH}$

AN ;  $v_C = 8\text{ms}^{-1}$

b- TEC de (S) entre C et D :  $\frac{1}{2}mv_D^2 - \frac{1}{2}mv_C^2 = W_{CD}(\vec{P}) \rightarrow \frac{1}{2}mv_D^2 - \frac{1}{2}mv_C^2 = -mgr(1 - \cos\theta)$

$$r = \frac{v_C^2 - v_D^2}{g \cdot (1 - \cos\theta)} \quad \text{AN : } r = 1,5\text{m}$$

c- TCI à (S) en D :  $\vec{R} + \vec{P} = m\vec{a}$

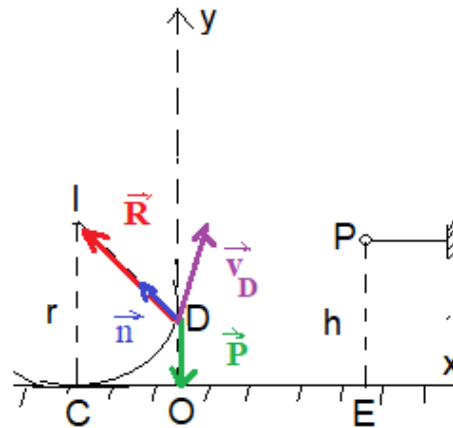
Projection des vecteurs sur le vecteur unitaire normal

$$R - mg \cos\theta = m \cdot a_n$$

$$\rightarrow R - mg \cos\theta = \frac{mv_D^2}{r}$$

$$\rightarrow R = m \left( g \cos\theta + \frac{v_D^2}{r} \right)$$

AN :  $R = 1,88\text{N}$



3) a- TCI :  $\vec{P} = m\vec{a} \rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$$\vec{a} \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -10 \end{cases} \rightarrow \vec{v}(t) \begin{cases} \dot{x} = 3,5 \\ \dot{y} = -10t + 6,06 \end{cases} \rightarrow \vec{OM}(t) \begin{cases} x = 3,5t \\ y = -5t^2 + 6,06t + 0,75 \end{cases}$$

b-  $x = 3,5t \rightarrow t = \frac{x}{3,5} \rightarrow y(x) = -5 \cdot \frac{x^2}{3,5^2} + 6,06 \cdot \frac{x}{3,5} + 0,75$

hauteur du panier :  $h = y(x_E) = y(3)$

$$h = -5 \cdot \frac{3^2}{3,5^2} + 6,06 \cdot \frac{3}{3,5} + 0,75 \rightarrow h = 2,27\text{m}$$

B. On considère un cerceau homogène (C), de masse  $M = 300\text{g}$  de centre I et de rayon R.

On fixe sur un diamètre de ce cerceau une tige homogène AB de masse  $m = \frac{M}{2}$ ,

de longueur  $AB = \ell = 4R$ , de façon que le milieu de la tige AB soit confondu au centre I du cerceau. Le système (S) = {tige AB + cerceau (C)} ainsi constitué peut tourner sans frottement autour d'un axe ( $\Delta$ ) horizontal, perpendiculaire au plan du cerceau et passant par le centre d'inertie G du système. On fixe à chacune des extrémités de la tige, un ressort à spires non jointives de masse négligeable.

Les deux ressorts sont identiques et ont une raideur  $k = 10\text{N.m}^{-1}$  (voir figure).

1) Montrer que le moment d'inertie du système (S) par rapport à l'axe ( $\Delta$ ) est :

$$J_{\Delta} = \frac{2}{5} MR^2$$

2) A l'équilibre, les deux ressorts ne sont ni allongés ni raccourcis.

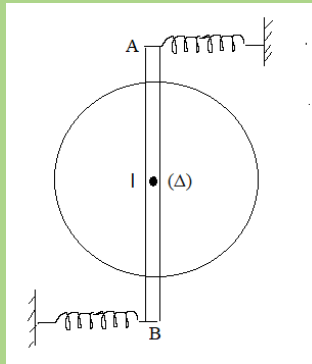
On écarte l'extrémité B de la tige d'un petit angle  $\theta_0$  à partir de sa position d'équilibre, puis on l'abandonne sans vitesse initiale.

a- Établir l'équation différentielle régissant le mouvement du système (S) en appliquant la conservation de l'énergie mécanique totale.

b- Calculer la période des petites oscillations.

c- En déduire la longueur  $\ell_0$  du pendule simple synchrone à ce pendule composé.

On suppose que l'énergie potentielle élastique est nulle lorsque les ressorts ne sont ni allongés ni raccourcis.



B. 1)  $J_{\Delta} = J_{\Delta}(\text{tige}) + J_{\Delta}(\text{cerceau})$

$$J_{\Delta}(\text{tige}) = \frac{1}{12} m \cdot \ell^2 = \frac{1}{12} \frac{M}{2} (4R^2) = \frac{2}{3} MR^2 \quad ; \quad J_{\Delta}(\text{cerceau}) = MR^2 \quad \text{d'où} \quad J_{\Delta} = \frac{5}{3} MR^2$$

2) a- Allongement du ressort :  $x = \frac{AB}{2} \theta = 2R\theta$

$$\text{L'énergie potentielle des deux ressorts : } E_p = 2 \left( \frac{1}{2} kx^2 \right) = kx^2 = k(2R\theta)^2 = 4kR^2\theta^2$$

$$\text{L'énergie cinétique du système : } E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 = \frac{5}{6} MR^2 \dot{\theta}^2$$

$$\text{L'énergie mécanique du système : } E_m = E_c + E_p \quad \rightarrow \quad E_m = \frac{5}{6} MR^2 \dot{\theta}^2 + 4kR^2 \theta^2$$

$$\text{Conservation de l'énergie mécanique : } \frac{dE_m}{dt} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{5}{3} MR^2 \dot{\theta} \ddot{\theta} + 8kR^2 \theta \dot{\theta} = 0 \quad \text{on a l'équation}$$

$$\frac{5}{3} MR^2 \ddot{\theta} + 8kR^2 \theta = 0 \quad \rightarrow \quad \ddot{\theta} + \frac{24k}{5M} \theta = 0 \quad \text{AN : } \ddot{\theta} + 160 \theta = 0$$

b- Période des oscillations :  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  avec  $\omega^2 = 160$  donc  **$T = 0,5s$**

c- Période d'une pendule simple  $2\pi\sqrt{\frac{\ell_0}{g}} = \frac{2\pi}{\sqrt{160}}$   $\rightarrow \ell_0 = \frac{g}{160}$

$$\ell_0 = 0,0625m$$