Corrigé exercice Bacc C 2016

I- Arithmétique

1- On considère l'équation (E) : 3x -8y =1

a) Vérification

3.3 – 8. 1 = 1, donc (3 ; 1) est s bien solution de (E)

b) Résolution de (E)

3.x -8.y =1

3.3 -8.1=1

Par soustraction membre à membre, on a

3(x-3)-8(y-1)=0

3(x-3) = 8(y-1), donc 8 divise 3(x-3)

Alors il existe un entier k tel que x-3 = 8k

Puisque 8 ne divise pas 3, 8 divise (x-3)

D'autre part, 3 divise 8(y-1).

Mais comme 3 ne divise pas 8, 3 divise (y-1) : alors il existe un entier k' tel que y-1 = 3k'.

On a 3(x-3) = 8(y-1) donc 3. 8k = 8.3k'. ce qui donne k = k'

Comme x-3 = 8k, et y -1 = 3k, on a x = 8k +3 et y = 3k +1.

L'ensemble des solutions est donc $S=\{(3+8k;1+3k);k\in\mathbb{Z}\}$

2- a, b et c sont des entiers naturels non nuls.

$A=\overline{(b0a)}_5$ et $A=\overline{(abc)}_7$

On a donc $5^2b+a=7^2a+7b+c$

ou $25b+a=49a+7b+c$

Ce qui équivaut à 18 b - 48a = c.

Cette équation admet des solutions entières si PGCD(12;48) divise c.

PGCD 12;48)= 6,

donc on a des solutions entières si 6 divise c.

Or c < 7, donc c = 6.

Pour c =6 , l'équation (E) est équivalente à 3b -8 a =1

D'après les résultats de 1-, b = 3+8k et a = 1+3k, avec $k\in\mathbb{Z}$.

Or a < 5 et b < 5, donc a = 1 et b =3.

D'où a = 1 , b = 3 et c = 6.

II- Probabilités

1- Le code est un nombre entier de 4 chiffres.

Donc le nombre de code possibles est $9^4 = 6561$

2- Calculs des probabilités :

A : « Le code est un nombre pair », donc il se termine par 2, 4,6 ou 8.

Alors $\operatorname{Card} A = 9^3 \cdot 4^1$

D'où $P(A) = \dfrac{9^3 \cdot 4^1}{9^4}$

$P(A) = \dfrac{4}{9}$

B : « Le code n'est composé que de chiffres pairs », donc il est formé avec 2, 4, 6 ou 8.

$\operatorname{Card} B = 4^4 = 256$

Alors $P(B) = \dfrac{256}{6561}$

C : « Le code contient une fois et une seule le chiffre 2 » : il est donc écrit ave $2, \overline{2}, \overline{2}, \overline{2}$.

$\operatorname{Card} C = 1^1 \cdot 8^{3.} \dfrac{4!}{3!} = 4 \cdot 8^3 = 2048$

D'où $P(C) = \dfrac{2048}{6561}$

.

D : « Le code est écrit avec des chiffres distincts »

$\operatorname{Card} D = A_9^4 = \dfrac{9!}{4!} = 3024$

Ainsi $P(D) = \dfrac{3024}{6561} = \dfrac{112}{243}$

$P(D) = \dfrac{112}{243}$