LES APPLICATIONS
Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique Bamako

EXERCICE 1 :

Soit l'application $f : \mathbb{R}_+ \to I$

$$x \mapsto f(x) = \frac{4+x^2}{2}.$$

1) Déterminer l'image directe par f des sous ensembles de $\mathbb{R}$ suivants :

A = $\mathbb{R}_+$; B = [2 ; 6] ; $C = \{\ 0\ ; 2\ ;\ 6\ \}$.

2) Déterminer l'image réciproque par f de :

P = [2 ; 10] ; K =] 3 ; 4 [; $J = \{\ 0\ \}$

3) l'application f est-elle bijective ? si oui déterminer sa bijection réciproque.

EXERCICE 2 :

1°) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$.

Trouver l'image directe par f de :

a) A = [1 ; 3] ; b) B = [– 3 ; – 2] ; c) D = [– 2 ; 3].

2°) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - x - 2$.

Déterminer $f^{-1}(\{0\})$; $f^{-1}(\{-2\})$.

EXERCICE 3:

Soit $f : IR \to \left[\frac{2}{3}\ ;\ +\infty\right[$ définie par $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$.

La fonction f est-elle injective ? surjective ? bijective ? justifier votre réponse.

EXERCICE 4 :

Soit $f : [3\ ; +\infty\ [\ \to [0\ ;\ +\infty[$

$$x \mapsto f(x) = x^2 - 4x + 3$$

1°) Déterminer deux réels a et b tels que $f(x) = (x-a)^2 - b$

2°) Utiliser ce résultat de la première question pour montrer que si x $\in [3\ ; +\infty\ [$ alors $f(x) \in [0\ ; +\infty[$. Que peut-on alors dire de f.

3°) Soit $y \in [0\ ; +\infty[$

a) Quel est le nombre de solutions dans $[3\ ; +\infty\ [$ de $f(x) = y$?

b) f est-elle injective ? est-elle bijective ?

EXERCICE 5 :

Soient les fonctions f ; g ; h définies respectivement par :

$f : IR \to IR$; $g : [0\,;2] \to [0\,;1]$; $h : IR - \{1\} \to IR - \{1\}$

$x \mapsto 3x - 4$; $x \mapsto x^2 - 2x + 1$; $x \mapsto \dfrac{x}{x-1}$

1) Déterminer $f([0\,;1])$; $f(]-1\,;2[)$;

2) g est-elle injective ? surjective ? bijective ?

3) Déterminer $h([-2\,;-1])$; $h^{-1}([2\,;3[)$.

EXERCICE 6 :

1°) Montrer que $f : IR \times IR \to IR \times IR$ est une bijection et déterminer sa

$(x\,;y) \mapsto (x+3\,;y-2)$

bijection réciproque.

2°) Soit $g : [-1\,;1] \to A$

$x \mapsto \sqrt{1-x^2}$

Déterminer A pour que la fonction g soit surjective.

EXERCICE 7 :

Soit la fonction affine g définie sur [–1 ; 5] par

$$\begin{cases} g(x) = |x-1|,\ si\ \ x \in [-1\,;3] \\ g(x) = \dfrac{5x-11}{2},\ si\ [3\,;5] \end{cases}$$

1) Représenter la fonction g dans le plan muni d’un repère orthonormé

2) Chercher graphiquement l’image par g de chacune des intervalles :
$[-1\,;5]$; $]0\,;5]$; $[-1\,;0]$.

3) Déterminer graphiquement l’image réciproque par g des intervalles :
$[1\,;2]$; $]2\,;7[$; $\{0\}$.

4) Vérifiez par calcul les résultats obtenus.

EXERCICE 8 :

Soient les fonctions f ; g définies respectivement par :

$f : IR - \{1\} \to IR - \{1\}$; $g : IR - \{1\} \to IR_+^*$

$x \mapsto \dfrac{x}{x-1}$; $x \mapsto 3x - 2$

1) Les fonctions f et g sont-elles des bijections ?

2) Calculer $f \circ g(0)$; $g \circ f(0)$; $f \circ g(x)$ *et* $g \circ f(x)$.

3) Trouver $f([-2\,;-1])$; $g([-2\,;0])$; $f^{-1}([2\,;3[)$; $f^{-1}(]-\infty\,;0[)$.

4) Résoudre l’équation $f(x) = g(x)$

5) Sur quel intervalle I, f et g coïncident ?.

EXERCICE 9 :

1°) Soit l'application f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |\,2x-1\,| + |\,x-3\,| - 1$

Déterminer $f([-1\,;1])$ *et* $f^{-1}(\,]5\,;+\infty[\,)$.

2°) Soient les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ respectivement par

$$f(x) = |2-x| - |3x+9| + 2 \qquad et \qquad g(x) = -4x-5$$

Déterminer la partie C de $\mathbb{R}$ sur laquelle f et g coïncident.

3°) Trouver deux fonctions f et g telles que $h(x) = (f \circ g)(x)$ dans les cas suivants :

a) $h(x) = \sqrt{x^2+3x+1}$; b) $h(x) = \cos\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right)$; c) $h(x) = \dfrac{3}{x^2-5x+6}$

d) $h(x) = \dfrac{x^2+7}{x^2-2}$; e) $h(x) = (3x+1)^2$; f) $h(x) = (x+5)^3 + 4$

EXERCICE 10 :

Soit f la fonction de **R**vers **R** par $f(x) = 3x + |x-2| + 3$

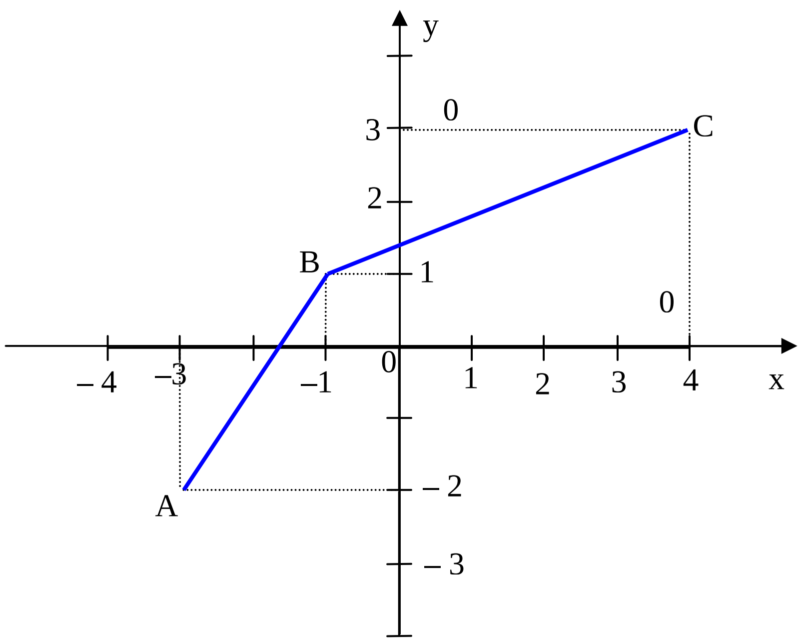
a) Écrire $f(x)$ sans le symbole valeur absolue

b) Donner la restriction g de f à l'intervalle [2 ; +∞[

c) On donne I=[3 ; 5] et J = [9 ; 10]. Trouver $g(I)$ puis $g^{-1}(J)$

EXERCICE 11 :

Soit la fonction f définie par sa représentation graphique ci-dessous



1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f ;
2) Trouver l'image directe par f des intervalles suivants :

A = [–3 ; –1] ; B =]–1 ; 4[; C = $\{-3 ;\ -1\}$.

3) Trouver l'image réciproque par f des intervalles suivants :

F =] 1 ; 3 [; G =] –∞ ; – 3] ; H = [– 2 ; 3].

4) Donner les formules explicites de $f(x)$;

5) Montrer que f est bijective et tracer dans le même repère la courbe de sa bijection réciproque.