

## Applications : Exercices

### Exercice 1

Soit  $f$  l'application  $\mathbb{Z}$  dans  $\mathbb{Z}$  définie par  $f(x) = x^2 + 3x - 1$  et  $g(x) = 2x - 3$

Calculer  $f \circ g(x)$ ,  $g \circ f(x)$  et  $f \circ f(x)$

### Exercice 2

Soit  $f$  la relation de  $E$  dans  $F$  définie par  $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$ .

1.-  $f$  est-elle une application si  $E = F = \mathbb{R}$  ?

2.- On prend  $E = \mathbb{R} - \{1\}$ .

a)  $f$  est-elle une application ?

b) Soient  $a$  et  $b$  deux éléments de  $E$  tels que  $f(a) = f(b)$ . Montrer que nécessairement  $a = b$ .

c) Déterminer les antécédents de 2, 0, -1, 1. Conclure.

3.- On prend  $E = F = \mathbb{R} - \{1\}$

a) Déterminer l'antécédent de 1.

b) Déterminer un antécédent d'un élément  $y$  de  $F$ .  $f$  est-elle bijective?

c) Déterminer l'application réciproque de  $f$ .

### Exercice 3

En s'inspirant de l'exercice 1, montrer que l'application  $f$  de  $E$  dans  $F$  est une bijection, et préciser sa réciproque dans chacun des cas suivants :

a)  $E = F = \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x+3$

b)  $E = [1; +\infty[$ ,  $F = [0; +\infty[$  et  $f(x) = x^2 - 2x + 1$

### Exercice 4

Soit  $f$  l'application définie par  $f(x) = \frac{3-3x}{3-2x}$ . Calculer  $f \circ f(x)$ . Que peut-on dire de  $f$  ?

### Exercice 5

1.- Soient  $E = \{a, b, c, d\}$  et  $F = \{0, 1, 2\}$

a) Déterminer le nombre d'applications de  $E$  dans  $F$ .

b) Peut-on construire une application injective de  $E$  dans  $F$  ?

2.- Soient  $E = \{a, b, c, \}$  et  $F = \{0, 1, 2, 3\}$

a) Déterminer le nombre d'applications de  $E$  dans  $F$ .

b) Quel est le nombre d'applications injectives de  $E$  dans  $F$  ?

c) Peut-on construire une application surjective de E dans F ?

3.- Soient  $E = \{ a, b, c, \}$  et  $F = \{ 0, 1, 2 \}$

a) Déterminer le nombre d'applications injectives de E dans F.

b) Quel est le nombre d'applications bijectives de E dans F ?

### Exercice 6.

1.- Soient f une application de E dans F, g et g' deux application de F dans G.

Montrer que si  $g \circ f = g' \circ f$  et f est surjective, alors  $g = g'$ .

2.- Soient f et f' deux application de E dans F, et g une application de F dans G.

Montrer que si f est injective et  $f \circ g = f' \circ g$ , alors  $f = f'$

### Exercice 7

On dispose de 5 outils identiques et de 7 casiers susceptibles de les recevoir. On suppose que chaque casier peut contenir jusqu'à 5 outils. Déterminer le nombre de façons de placer les 5 outils dans les casiers de façon quelconque sans qu'il y en ait deux dans le même casier.

### Exercice 8

De combien de façons peut-on garer :

a) trois voitures dans un parking à 5 places ?

b) cinq voitures dans un parking à 5 places ?

c) cinq voitures dans un parking à 3 places ?