CORRECTION BACC 2015 MATHS (GC-IND-AGRI)

EXERCICE 1 :

1) Résolution dans $\mathbb{C}$:

$\mathrm{i}z^2+(3-3\mathrm{i})z-6-2\mathrm{i}=0$

$a=i \quad b=3-3i \quad c=-6-2i$

$\Delta=b^2-4ac$

$=(3-3i)^2-4(i)(-6-2i)$

$=9-18i-9+24i-8=-8+6i$

$\Delta=-8+6i=z$

$Z=z^2$

$(x+iy)^2=Z$

$x^2+2xiy-y^2=z=-8+6i$

$$\begin{cases} x^2-y^2=-8 \\ 2xy=6 \end{cases}$$

$x^2-y^2=\sqrt{(-8)^2+(6)^2}=10$

$$\begin{cases} x^2-y^2=-8 \\ x^2+y^2=10 \end{cases}$$

$2x^2=2$

$x^2=1$

$\underline{x=+-1}$

$$\begin{cases} -x^2-y^2=-8 \\ x^2+y^2=10 \end{cases}$$

$2y^2=18$

$y^2=9$

$\underline{y=+-3}$

$\sqrt{\Delta_1}=-1-3i$

$\sqrt{\Delta_2}=1+3i$

$\mathrm{i}z^3+(3\text{-}3\mathrm{i})z-6-2i=0$

$\Delta=-8+6i$

$\sqrt{\Delta_1}=-1-3i$

$\sqrt{\Delta_2}=1+3i$

$$z'=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-3+3i-1-3i}{2i}$$

$$z' = \frac{-4+0}{2i} = 2i$$

$$z'' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3+3i+1+3i}{2i}$$

$$z'' = 3+i$$

$$\boxed{S = \{2i, 3+i\}}$$

2)On considère les points A, B et C d'affixes respectives
$z_0 = 3+i$, $z_1 = 2i$ et $z_2 = 2-2i$.
a) Placer les points À, B et C dans le repère
b) Forme trigonométrique.

$$= \frac{(-1-3i)(i+3)}{(i)^2-(3)^2} = \frac{-1-3+3-9i}{-1-9} \quad U = \frac{3-2i-3-i}{2i-3-i} = \frac{-1-3i}{-3+i}$$

$$U = \frac{-10i}{-10} = i$$

$\underline{U = i}$

<u>Forme trigo</u>

$$\left.\begin{array}{l} \cos\theta = \frac{0}{1} = 0 \\ \sin\theta = \frac{1}{1} = 1 \end{array}\right\} \quad \theta = \frac{\pi}{2} \quad \varphi = 1$$

$$\boxed{U = \cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}}$$

En déduire la nature du triangle ABC. Triangle rectangle en A

c)ABCD soit un parallélogramme
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
$z_B - z_A = z_D - z_C$
$2i-3-i = z_D - 2 + 2i$
$-3+i = z_D - 2 + i2$
$-3+i+2-i2 = z_D$
$\boxed{z_D = -1-i}$

<u>EXERCICE 2</u> :
Une urne contient 9 boules indiscernables au toucher dont 4 rouges numérotées 1, 1, 1, 1 ; 3 blanches numérotées 2, 2, 2 et 2 noires numérotées 3, 3.
1) On tire au hasard et simultanément 4 boules de l'urne.
a) Quel est le nombre de cas possibles ?
b) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
A : « Avoir 4 boules de même numéro ».
B : « Avoir au moins trois boules rouges ».
2)On tire successivement et sans remise 3 boules de l'urne.
Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
C : « Obtenir exactement une boule numérotée 1 ».
D : « Obtenir 3 boules de couleurs différentes ».
<u>NB</u> : On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

<u>PROBLEME</u>
I. Soit f la fonction numérique définie sur
]0 ; +∞[par $f(x) = 1-(\ell nx)^2$.
On note par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 2 cm.
1. a) Calcul limite de f en 0^+.
$f(x) = 1-\left(\ln x^2\right)$
$x=0$ (l'axe y'0y) est Asymptote verticale
Interprétation graphiquement le résultat

b) Calcul limite de f en +∞.
$$\lim_{x\to+\infty} f(x)$$
$$\lim_{x\to+\infty}\left[1-\left(\ln x^2\right)\right] = -\infty$$

2. On admet que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$. Interprétation
L courbe admet une Branche Parabolique de directon asymptotique l'axe x'0x

2) a) Montrons $f'(x) = \frac{-2\ell nx}{x}$ f'lafonction dérivée de f .
$$f(x) = 1-\left(\ln x^2\right)$$
$$f'(x) = -2\left(\ln x^2\right)*\ln x$$
$$= -2\frac{1}{x}\ln x = \frac{-2\ln x}{x}$$
$$\boxed{f'(x) = \frac{-2\ln x}{x}}$$

b) Signe de $f'(x)$, puistableau de variation de f . $Df =]0,+\infty[$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -2\ln x > 0$
$2\ln x < 0$
$\ln x < 0$
$x < 1$
$f(1) = 1 - (\ln 1)^2 = 1$

4 .a) $\ln x < \ln 1$ Vérifier que pour tout $x \in]0\,;+\infty[$; $f(x) = (1 - \ell n x)(1 + \ell n x)$.

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$f(x) = 1 + \ln x - \ln x - (\ln x)^2$

$= 1 - (\ln x)^2$

$f(x) = 1 - (\ln x)^2$

b) Résolution $f(x) = 0$ dans] 0 ; $+\infty$[.

$(1 - \ln x)(1 + \ln x) = 0$

$1 - \ln x = 0$ ou $1 + \ln x = 0$

$-\ln x = -1$	$\ln x = -1$
$\ln x = 1$	$\ln x = -\ln e$
$\ln x = \ln e$	$\ln x = \ln \frac{1}{e} = \quad x = \frac{1}{e}$

$x = e$

$\boxed{S = \left\{\frac{1}{e}, e\right\}}$

Déduction : les coordonnées des points A et B intersection de la courbe (C) avec l'axe des abscisses $(x_A < x_B)$

$x_A < x_B$

$x_A = \frac{1}{e} \qquad x_B = e$

$x_A = \frac{1}{e} \qquad x_B = e$

$\boxed{B(e,0) \qquad A\left(\frac{1}{e},0\right)}$

5) Montrer que le point B est un point d'inflexion pour la courbe (C).
b) Ecrire une équation de la tangente (T) au point B.
3) Tracer (C) et (T) dans le même repère.
4) Soit F la fonction définie sur]0 ; $+\infty$[par :

$$F(x) = -x\left[(\ell n x)^2 - 2\ell n x + 2\right] + x$$

a) Montrer que F est une primitive de f sur]0 ; $+\infty$[.

b) Calculer en cm^2 l'aire du domaine plan limité par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = \frac{1}{e}$ et $x = e$.

On donne $\frac{1}{e} = e^{-1} \approx 0{,}4$; $e \approx 2{,}7$

II. On pose $V_n = e^{3-2n}$ pour tout $n \in IN$.

1) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et son premier terme.

2) Exprimer la somme $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$ en fonction de n, puis calculer la limite de S_n lorsque $n \to +\infty$.
