

**BACC 2017 MATHS (GC-IND-AGRI)**

**EXERCICE 1**

1 – a) Calculer  $(3 - i)^2$

b) En déduire la résolution dans  $\mathbb{C}$  de l'équation :

$$Z^2 - (1 + 3i)Z - 4 + 3i = 0$$

2 – Dans le plan complexe (P) muni d'un repère orthonormé direct  $R(0, \vec{u}, \vec{v})$  d'unité 1 cm.

On donne les points A, B, C et D d'affixes respectives :

$$Z_A = 2 + i ; Z_B = -1 + 2i ; Z_C = 5i \text{ et } Z_D = 1$$

a) Placer les points A, B, C et D dans R

$$\text{On pose } T = \frac{Z_B - Z_C}{Z_B - Z_A}$$

- Démontrer que  $|T| = 1$  et  $\arg(T) = \frac{\pi}{2}$

- En déduire la nature du triangle ABC

3 – Déterminer  $Z_E$  affixe du point E pour que le quadrilatère DECB soit un losange.

**EXERCICE 2**

Un joueur a mis dans une boîte quinze jetons dont 10 rouges et 5 blancs. Chaque jeton a la même probabilité d'être tiré.

1 – On tire au hasard et simultanément 3 jetons de la boîte.

a) Déterminer le nombre des cas possibles.

b) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Obtenir 3 jetons rouges ».

B : « Obtenir 2 jetons blancs et 1 jeton rouge ».

C : « Obtenir au moins un jeton blanc »

2 – On tire au hasard et successivement sans remise 2 jetons de la boîte.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

D : « Avoir 2 jetons de la même couleur ».

E : « Avoir aucun jeton rouge ».

**NB : Ecrire les résultats sous forme de fraction irréductible.**

**PROBLEME :**

**Partie I :**

Soit  $f$  la fonction numérique définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $f(x) = 2 - x + \ln x$ .

On note par (C) sa courbe représentative dans un plan (P) muni d'un repère orthonormé  $(0, \vec{i}, \vec{j})$  d'unité 2 cm.

1 – Calculer la limite de  $f$  en  $0^+$ . Interpréter graphiquement le résultat

2 - a) Montrer que pour tout  $x > 0$ ,  $f(x) = x \left( \frac{2}{x} - 1 + \frac{\ln x}{x} \right)$ .

(On admet que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$  )

b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x]$ .

c) Que peut-on dire de la courbe (C) et la droite (D) :  $y = -x$  en  $+\infty$

3 - a) Montrer que la fonction dérivée  $f'(x) = \frac{1-x}{x}$

b) Dresser le tableau de variation de  $f$ .

4 - Ecrire l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse  $x_0 = 1$ .

5 - Calculer à 0,1 près :  $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ,  $f(e)$  et  $f(4)$

6 - Construire (C), (D) et (T) dans le même repère.

7 - On pose  $F(x) = x - \frac{1}{2}x^2 + x \ln x$  pour  $x > 0$

a) Calculer  $F'(x)$ . Que peut-on conclure ?

b) Calculer, en  $\text{cm}^2$ , l'aire  $\mathcal{A}$  du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses ( $x'0x$ ) et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = e$ .

On donne :  $\ln 2 \approx 0,7$  ;  $\ln 3 \approx 1,1$  ;  $e \approx 2,7$ .

### **Partie II :**

On donne deux suites numériques  $(U_n)$  et  $(V_n)$  définies par :

$$\begin{cases} U_0 = 5 \\ U_{n+1} = \frac{1}{4}U_n + \frac{3}{2} \text{ et } V_n = U_n - 2, n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

1 - Calculer  $U_1$ ,  $V_0$  et  $V_1$ .

2 - a) Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = \frac{1}{4}$

b) Exprimer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .