BACC 2016 MATHS (GC-IND-AGRI)

EXERCICE 1 :

Soit le polynôme P à variable complexe z défini par :

$$P(z) = z^3 + (1+ i)\, z^2 + (4 - i)\, z - 6i + 12$$

1-a) Calculer P(-3i)

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation P (z) = 0.

2-Dans le plan complexe (P) muni d'un repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respective

$z_0 = -3i$, $z_1 = -2$ et $z_2 = 1 + 2i$.

a) Déterminer une mesure de l'angle (BA ; BC) et calculer $\left|\frac{z_2 - z_1}{z_0 - z_1}\right|$.

b) En déduire la nature du triangle ABC.

c) Déterminer l'affixe du point D pour que ABDC soit un parallélogramme.

3-On pose $u = 2\,(z_0 + z_1 + z_2)$

a) Ecrire u sous forme trigonométrique.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^3 = u$. On donnera les solutions sous forme trigonométrique.

EXERCICE 2 :

Une boîte à outils contient douze clés dont deux plates, quatre pipes et six mixtes. Chaque clé a la même probabilité d'être tirée.

1-On prend au hasard, en groupe, quatre clés de la boîte.

a) Déterminer le nombre de cas possibles

b) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Avoir trois clés de même forme »

B : « Avoir au moins deux clés pipes »

C : « Avoir aucune clé mixte »

2- On prend au hasard et successivement sans remise trois clés de la boîte. Calculer les probabilités des événements suivants.

D : « Avoir exactement une clé plate et deux pipes.»

E : « Avoir exactement une seule clé pipe et au dernier tirage. »

N.B : Ecrire les résultats sous forme de fraction irréductible.

PROBLEMES

I- On considère la fonction numérique f définie par

$$f(x) = x - 4 + \frac{2}{1+e^x} .$$

On note par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1cm.

1-a) Donner l'ensemble de définition Df de f.

b) Calculer les limites aux bornes de Df .

2-Démontrer que les droites (D_1) : $y = x - 4$ et (D_2) : $y = x - 2$ sont des asymptotes obliques de (C) respectivement aux voisinages de $+\infty$ et de $-\infty$

3-a) Calculer f '(x).

b) Dresser le tableau de variations de f .

4-a) Vérifier que I (0 ; -3) est un point d'inflexion de (C).
b) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point I.
5-Tracer dans le même repère (D_1), (D_2), (T) et (C).

6- a) Vérifier que $f(x) = x - 2 - \frac{2e^x}{1+e^x}$.
b) En déduire une primitive F de f
c) Calculer, en cm^2 et à 10^{-2} près, l'aire A du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 2.

II- On considère la suite $(U_n)_{n\in \mathbb{N}}$ définie par $U_0 = 6$ et la relation de récurrence $3U_{n+1} - 2U_n = 3$, $\forall\, n\in \mathbb{N}$, on pose $U_n - V_n = 3$.

1) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
2) a) Exprimer, en fonction de n,
$S_n = V_0 + V_1 + \dots\dots\dots + V_{n+1}$.
b) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$