BACC 2012 MATHS (GC-IND-AGRI)

EXERCICE 1 :

Le plan complexe (P) est rapporté à un repère orthonormé R (0, $\vec{i}, \vec{j}$) d'unité 1cm.

1-Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation :

$z^2 + (-1 + 4i) z - 10 - 2i = 0.$

2-On note A, B et C les points d'affixes respectives

3- $z_A = 3 - 2i$; $z_B = -2 - 2i$ et $z_C = 3 + 3i$.

a) Placer les points A, B et C dans ce repère.

b) On pose $Z = \dfrac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$

Ecrire Z sous forme algébrique. Préciser alors son module et son argument.
En déduire la nature du triangle BAC.

EXERCICE 2 :

NB : On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

Un sac contient 9 jouets dont 3 noirs et 6 blancs.

1-On tire au hasard et simultanément 5 jouets du sac.

a) Montrer qu'il y a 126 cas possibles.

b) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Avoir 5 jouets de même couleur » ;

B : « Avoir 3 jouets noirs et 2 jouets blancs ».

2-On tire successivement et sans remise 5 jouets du sac.

a) Déterminer le nombre de cas possibles.

b) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

C : « Avoir au moins 4 jouets blancs »

D : « Avoir 2 jouets noirs et 3 jouets blancs dans cet ordre ».

PROBLEME :

Les deux parties A et B sont indépendantes et obligatoires.

PARTIE A :

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{x-1}{e^x}$.

On note par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé direct R (0,$\vec{i}, \vec{j}$) d'unité 2 cm.

1-Que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{e^x} = 0$; montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$.

b) Interpréter ce résultat.

2-a) En remarquant que $f(x) = (x-1)e^{-x}$; vérifier que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.

3-b) On donne $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$. Que peut- on en déduire de la courbe (C) ?

4- Soit f' la fonction dérivée de f.

a) Montrer que $f'(x) = \dfrac{-x+2}{e^x}$

b) Etudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le tableau de variation de f .

c) Compléter le tableau suivant :

x	0	1
$f(x)$		

5-Ecrire une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x_0 = 0$.

6-Tracer (T) et (C) dans le repère orthonormé R $(0 ; \vec{i}, \vec{j})$.

7-Soit F la fonction définie sur IR par : $F(x) = \dfrac{-x}{e^x}$.

a) Montrer que F est une primitive de f .

b) Calculer en cm², l'aire A du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses ($x'ox$) et les droites d'équations respectives x=0 et x=1

On donne : $\frac{1}{e^2} \approx 0{,}13$; $\frac{1}{e} \approx 0{,}4$

PARTIE B :

Soit (Un) la suite définie par son premier terme $U_0 = 4$ et pour tout n ∈ IN*

$U_{n+1} = \dfrac{1}{3}U_n + 2$. On pose $V_n = U_n - 3$; n∈IN.

1)a) Montrer que $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison q = $\dfrac{1}{3}$.

b) Exprimer V_n en fonction de n.

c) Exprimer U_n en fonction de V_n , puis U_n en fonction de n.

d) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

2)On pose $S = V_0 + V_1 + \ldots + V_9$. Démontrer que

$S = \dfrac{3}{2}\left(1 - \dfrac{1}{3^{10}}\right)$.