BACC 2011 MATHS (GC-IND-AGRI)

EXERCICE 1 :

1°/ Soit P le polynôme à variable complexe z définie par :

$P(z) = z^3 - (1 - 2i) z^2 + (1 - 4i) z + 3 - 6i$

a) Calculer P(–3i). Interpréter ce résultat

b) Montrer que l'équation P(z) = 0 admet une solution réelle α que l'on déterminera.

c) Trouver le nombre complexe β tel que :

$P(z) = (z - \beta)\ (z + 3i)\ (z + 1)$

2°/ Dans le plan complexe (P) muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on donne les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = -1$; $z_B = 2 + i$ et $z_C = -3i$

a) Placer les points A, B et C

b) On pose $Z = \dfrac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$

- Déterminer le module et un argument de Z
- En déduire la nature du triangle ABC

3°/ Déterminer l'affixe du point D pour que ABDC soit un parallélogramme.

EXERCICE 2 :

Un panier contient 10 jetons indiscernables au toucher dont la répartition suivant la lettre et la couleur est donnée par le tableau ci-dessous :

Lettres \ Couleurs	**Jaunes**	**Bleus**	**Noirs**
K	1	2	3
L	2	1	1

1) On tire au hasard et simultanément 3 jetons du panier.
Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
A : « Avoir 3 jetons de même lettre »
B : « Avoir au plus 2 jetons jaunes »

2) On tire successivement sans remise 3 jetons du panier.
a – Déterminer le nombre de tirages possibles.
b – Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
C : « Avoir aucun jeton portant la lettre L »
D : « Avoir exactement 3 jetons de même lettre et de même couleur ».

N.B : On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

PROBLEME :

PARTIE A

Soit f la fonction numérique définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = x\ln x - x + 1$

On note (**C**) sa courbe représentative dans un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$, d'unité 2 cm.

1°/ a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$

b) Montrer que pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $f(x) = x\left(\ln x - 1 + \dfrac{1}{x}\right)$ et calculer

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

c) En déduire.
Interpréter graphiquement ce résultat

2°/ a) Calculer la dérivée $f'(x)$

b) Etudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f pour tout $x \in \left]0\,;+\infty\right[$

3°/ a) Déterminer les coordonnées du point A sur lequel la tangente (T) à (**C**) en ce point est parallèle à la droite (D) : $y = x$

b) Ecrire une équation de la tangente (T′) à (**C**) au point d'abscisse $x_o = e$

4°/ Tracer (T′) et (**C**) dans un même repère

5°/ Soit F la fonction définie sur $\left]0\,;+\infty\right[$ par :

$$\mathrm{F}(x) = \frac{x^2}{2}\left(\ln x - \frac{3}{2}\right) + x$$

a) Démontrer que $\mathrm{F}(x)$ est une primitive de $f(x)$ sur $\left]0\,;+\infty\right[$

b) Calculer, en cm^2, l'aire (A) du domaine plan délimité par la courbe (**C**), l'axe $(x'ox)$ et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = e$

On donne : e = 2,7 ; e^2 = 7,3 ; $\ln 2 = 0{,}7$.

PARTIE B

1°/ On considère la suite numérique $(\mathrm{U}_n)\, n \in \mathrm{IN}$ définie par **:**

$$\mathrm{U}_n = \frac{2n+3}{n+1}$$

a) Calculer U_0 et U_1

b) Exprimer U_{3n} en fonction de n

2°/ Soit la suite géométrique $(V_n)\, n \in \mathrm{IN}$ définie par : $\frac{V_{16}}{V_{12}} = 81$ Vérifier que la raison $q = 3$