BACC 2009 MATHS (GC-IND-AGRI)

EXERCICE I

Le plan complexe (**P)** est rapporté à un repère orthonormé
R $=(O,\vec{u},\vec{v})$ d'unité 1cm.

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation :
$z^2-(6-i)z+11-3i=0$.

2) On note A, B et C les points d'affixes respectives :
$a=3+i$; $b=3-2i$ et $c=6-2i$.

a) Placer dans le repère **R** les points A, B et C.

b) On pose : $Z=\dfrac{a-b}{c-b}$.

Déterminer le module et un argument de Z.
En déduire la nature du triangle ABC.

c) Déterminer l'affixe du point D tel que le ABCD soit quadrilatère parallélogramme.

EXERCICE II

N.B. : On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.
Une trousse contient 2 stylos verts, 3 stylos rouges et 5 stylos bleus. Chaque stylo a la même probabilité d'être tiré.

1) On tire au hasard et simultanément 3 stylos de la trousse.
Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
A « tirer 3 stylos de couleurs différentes »
B « tirer au moins un stylo vert »

2) On tire successivement sans remise 3 stylos de la trousse.
a) Déterminer le nombre de cas possibles.
b) Calculer la probabilité des événements suivants :
C « tirer 3 stylos de même couleur »
D « tirer 2 stylos rouges exactement »

PROBLEME

I – Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x)=-2+\dfrac{1}{x}+2\ln x$.

(**C**) désigne la courbe représentative de f dans un repère orthonormé **R** $=(O,\vec{i},\vec{j})$ d'unité 2cm.

1)a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter ce résultat.

b) Démontrer que $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=+\infty$. Interpréter ce résultat.

2)a) Démontrer que pour tout $x>0$; $f'(x)=\dfrac{2x-1}{x^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f.

c) Démontrer que la courbe (**C**) admet un point d'inflexion dont on précisera les coordonnées.

d) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (**C**) au point A(1;-1)

3) Construire (T) et (**C**) dans **R**

4) Soit G la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $G(x)=(2x+1)\ln(x)-4x$.

a) Démontrer que G est une primitive de f sur]0 ; + ∞[.
b) Calculer en cm², l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 1 et x = 2.

II – Soit $(U_n)_{n \in IN}$ la suite définie par $U_{n+1} = \frac{1}{2} U_n - \frac{5}{6}$ pour tout entier naturel n et $U_o = 2$.

1) Calculer U_1 et U_2.

2) Soit $(V_n)_{n \in IN}$ la suite définie par

$V_n = 3\,U_n + 5$, pour tout $n \in IN$.

a) Démontrer que $(V_n)_{n \in IN}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme V_o.

b) Exprimer V_n en fonction de n et U_n en fonction de n.

c) Calculer $\lim_{n \to +\infty} U_n$.

d) On pose $S = V_o + V_1 + ... + V_{99}$. Prouver que $S = 11\left(2 - \frac{1}{2^{99}}\right)$ On donne ln2 ≈ 0,7