BACC 2006 MATHS (GC-IND-AGRI)

Exercice 1

Soit P le polynôme de ∀ défini par :
$P(z) = z^3 - iz^2 + (1-i)z - 2 + 2i.$

1-Calculer P(1) et P(2i).

2-a)Déterminer le nombre complexe b tel que :
$P(z) = (z + b)[z^2 - (1 + 2i)z + 2i].$

b) En déduire les solutions de l'équation
$P(z) = 0.$

3-Dans un plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on donne les points A, B et C d'affixes respectives :
$z_A = 1$; $z_B = 2i$ et $z_C = -2 + i.$

a)Déterminer l'affixe z_D du point D tel que :
$\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$ et vérifier que ABCD est un parallélogramme.

b) Placer les points A, B, C et D.

c)Déterminer une mesure de l'angle
$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$.
En déduire la nature du quadrilatère ABCD.

Exercice 2

Un enfant joue avec une boîte d'allumettes contenant 20 tiges de forme identique. 20% des tiges sont défectueuses, donc ne s'enflamment pas.

1-Calculer le nombre des tiges défectueuses.

2-L'enfant prend au hasard, une à une, 3 tiges qu'il essaie d'allumer, au fur et à mesure.
Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
A : ''Aucune des tiges ne s'est enflammée''.
B : ''La 2e tige seulement s'est enflammée''.
C : ''L'une des 3 tiges ne s'est pas enflammée''.
D : ''L'une au moins des 3 tiges s'est enflammée''.
(On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles).

PROBLEME

Les deux parties A et B sont indépendantes.

PARTIE A

Soit f la fonction numérique définie sur l'intervalle
$[0, +\infty[$ par : $f(0) = 0$ et $f(x) = x^2(1 - \ln x)$ pour $x > 0$.
On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 2 cm.

1- a) Calculer la limite de f en $+\infty$

b) Vérifier que pour tout $x > 0$, on a : $x^2\ln x = \dfrac{x^2 \ln x^2}{2}$.
En déduire l'étude de la continuité de f en O.

c) Etudier la dérivabilité de f en O

2 - a) Déterminer la fonction dérivée f' de f.
b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
3-a)Déterminer les coordonnées du point A intersection de (C) avec l'axe des abscisses ($A \neq O$) et écrire une équation de la tangente (T) en ce point.
b) Etudier la branche infinie de (C).
c) Tracer la tangente (T) et la courbe (C).

PARTIE B

Soit $(U_n)_{n \in IN}$ la suite de nombres réels strictement positifs définie par $U_O = e$ et $U_{n+1} = \sqrt{\dfrac{U_n}{e}}$ pour $n \in IN$.

1 - On pose $V_n = \dfrac{1+\ln U_n}{2}$.

Calculer U_1 ; V_0 ; V_1.

2-Montrer que la suite $(V_n)_{n \in IN}$ est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$.

3-Donner l'expression de V_n en fonction de n.
En déduire celle de U_n et calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$