GENERALITES SUR LES MOUVEMENTS VIBRATOIRES

1. PHENOMENE PERIODIQUE :

1.1. Définition :

Un phénomène périodique est un phénomène qui se reproduit, identique à lui-même, à des intervalles de temps réguliers, successifs et égaux..

La période est notée T : exprimée en seconde (s)

Pour les mouvements rapides, on utilise la fréquence : f en Hertz (Hz)

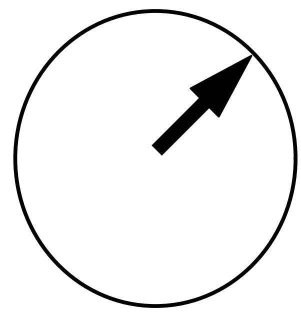
$$\boxed{f = \frac{1}{T}}$$

1.2. Étude expérimentale :

Pour les mouvements rapides, il existe plusieurs approches expérimentales : la stroboscopie, l'oscilloscope, l'ordinateur, la vidéo ….

STROBOSCOPIE :

- Un stroboscope est une source lumineuse qui émet des éclairs lumineux avec une fréquence $f_é$ (période $T_é$)
- L'étude expérimentale est basée sur la persistance rétinienne de l'œil : une image reste «imprimée » sur la rétine pendant 0,1 à 0,2 s .
- Exemple : un moteur présente un index. Quand le moteur tourne (période T_m) , on ne voit plus l'index de façon distincte, puisque toutes les images se superposent. En éclairant avec un stroboscope de fréquence variable, on peut distinguer trois cas de figure :



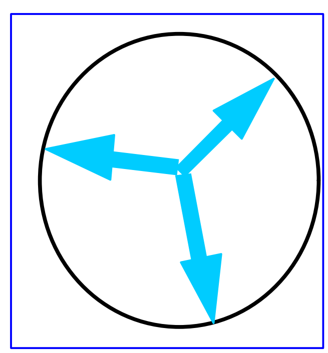
Premier cas : On voit UN SEUL INDEX IMMOBILE :

Cela veut dire : entre deux éclairs consécutifs (période $T_é$), le moteur fait 1, 2, 3, ou k tours complets .

Donc on peut écrire : $T_é = k \,.\, T_m \Rightarrow \frac{1}{T_é} = \frac{1}{k \,.\, T_m} \Rightarrow f_é = \frac{f_m}{k}$

Si k = 1 alors $f_m = f_é$ avec k = 1, 2 , 3, ...

Deuxième cas : On voit PLUSIEURS INDEX IMMOBILES :



Cela veut dire : entre deux éclairs consécutifs (période $T_é$),

le moteur fait $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, ou $\frac{1}{n}$ tours .

On peut écrire : $T_é = \frac{T_m}{n} \Rightarrow \frac{1}{T_é} = \frac{n}{T_m}$

Donc $f_é = n \,.\, f_m$ avec n = 2, 3, 4, ...

<u>Troisième cas</u> : On voit UN MOUVEMENT RALENTI : (avec 1 seul index par exemple) .
Entre deux éclairs, le moteur ***n'a pas eu le temps de faire complètement*** 1, 2, 3, ou k tours, alors on aura l'impression d'un ***mouvement ralenti*** en ***sens inverse du sens réel***

Ou alors, entre deux éclairs, le moteur ***a eu le temps de faire un peu plus*** que 1, 2, 3, ou k tours, alors on aura l'impression d'un ***mouvement ralenti*** dans le ***même sens que le sens réel.***

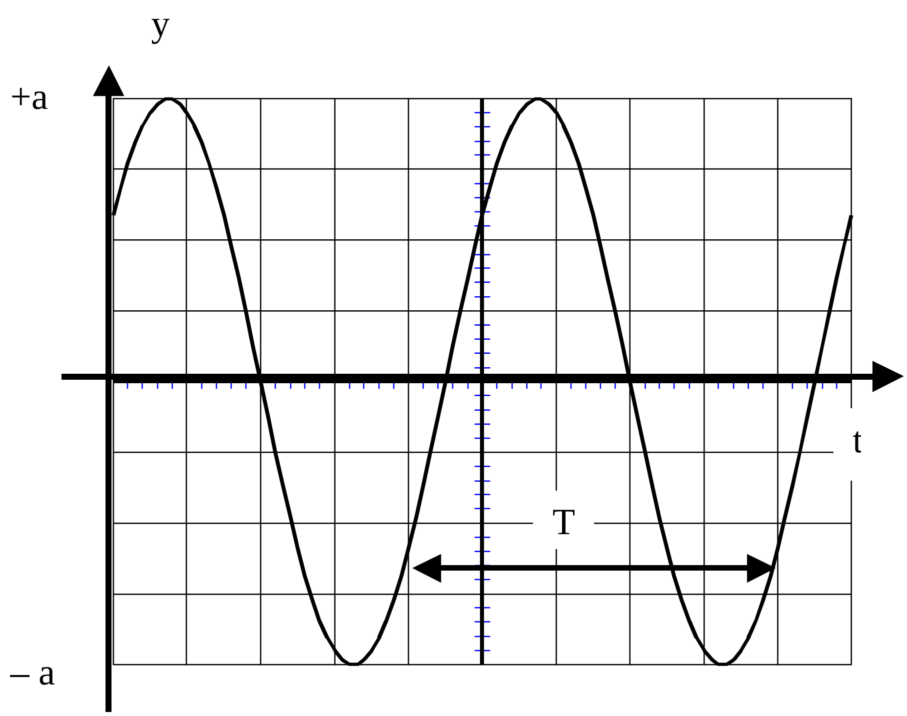
La fréquence du mouvement ralenti est donnée par : $f_r = f_m - k \cdot f_é$

<u>OSCILLOSCOPE</u> : Il mesure une tension électrique
On l'utilise pour tout ce qui est vibrations électriques.
Pour d'autres types de vibrations, il faut un capteur qui transforme la grandeur étudiée en tension . C'est le cas du ***microphone*** : il capte les vibrations mécaniques de l'air pour les transformer en tension (phénomène d'induction électromagnétique : une membrane munie d'un circuit électrique vibre devant un aimant fixe qui provoque un champ magnétique).

2. PHENOMENE PERIODIQUE :

2.1. Définition : un mouvement vibratoire est sinusoïdal si un point vibrant possède une élongation du type :

$$\boxed{y = a \sin(\text{ù} \cdot t + \varphi)}$$



* a : amplitude

* ù : pulsation $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

  ω en $rad.s^{-1}$

* (ù.t + φ) : phase à l'instant t

* φ : phase à l'origine (t = 0)

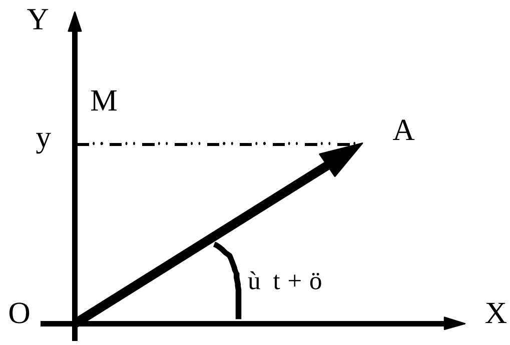
2.2 Théorème de FOURIER

On appelle ***vibration SIMPLE*** : un mouvement vibratoire ***sinusoïdal***
On appelle ***vibration COMPLEXE*** : un mouvement vibratoire ***quelconque***
Toute fonction périodique (fréquence f) peut se décomposer en une somme de fonctions sinusoïdales de fréquences f , 2f, 3f, …., kf pour lesquelles les amplitudes et les phases à l'origine peuvent être calculées :

$$y(t) = a_0 + a_1 \sin(2\text{ð}f.t + \text{ö}_1) + a_2 \sin(2\text{ð}.2f.t + \text{ö}_2) + \ldots + a_k \sin(2\text{ð}.kf.t + \text{ö}_k)$$

Conclusion : une vibration complexe est la somme de vibrations simples
Le terme $a_1 \sin(2\text{ð}f.t + \text{ö}_1)$ s'appelle vibration ***fondamentale*** : elle possède la fréquence f . Les autres sont les vibrations ***harmoniques***.

2.3 Représentation de FRESNEL :



* Projection d'un vecteur tournant : $\overrightarrow{OA}$ à la vitesse angulaire ù :

À l'instant t , l'angle $(\overrightarrow{OX},\overrightarrow{OA})$ vaut (ù t + ö)

La projection de $\overrightarrow{OA}$ sur OY donne :

$$y = a \sin(\text{ù}.t + \varphi)$$

Quand le point A tourne , le point M effectue un mouvement rectiligne sinusoïdal le long de l'axe.

* Représentation de Fresnel : on la fait pour t = 0 :

A toute fonction sinusoïdale $y = a \sin(\text{ù}.t + \varphi)$ on peut associer un vecteur $\overrightarrow{OA}$ (tournant à la vitesse ù en rad/s) tel que :

$$\left.\begin{array}{l} OA = a \\ (\overrightarrow{OX},\overrightarrow{OA}) = \varphi \end{array}\right\}$$

2.4. Notation complexe :

A tout vecteur $\overrightarrow{OA}$ on peut associer un nombre complexe $z = x + i\,y$

avec $\begin{cases} x = a \cos(\omega.t + \varphi) \\ y = a \sin(\omega.t + \varphi) \end{cases}$

$z = a \cos(\text{ù}.t + \varphi) + i.\, a \sin(\text{ù}.t + \varphi)$ Arg $z = \text{ù}.t + \varphi$
mod $z = a$

$z = a[\cos(\text{ù}.t + \varphi) + i \sin(\text{ù}.t + \varphi)] \Rightarrow z = a\, e^{i(\text{ù}.t + \varphi)}$

3. DEPHASAGES REMARQUABLES :

3.1. Définition d'un déphasage :

Soient deux fonctions $y_1 = a_1 \sin(\text{ù}.t + \varphi_1)$
$y_2 = a_2 \sin(\text{ù}.t + \varphi_2)$

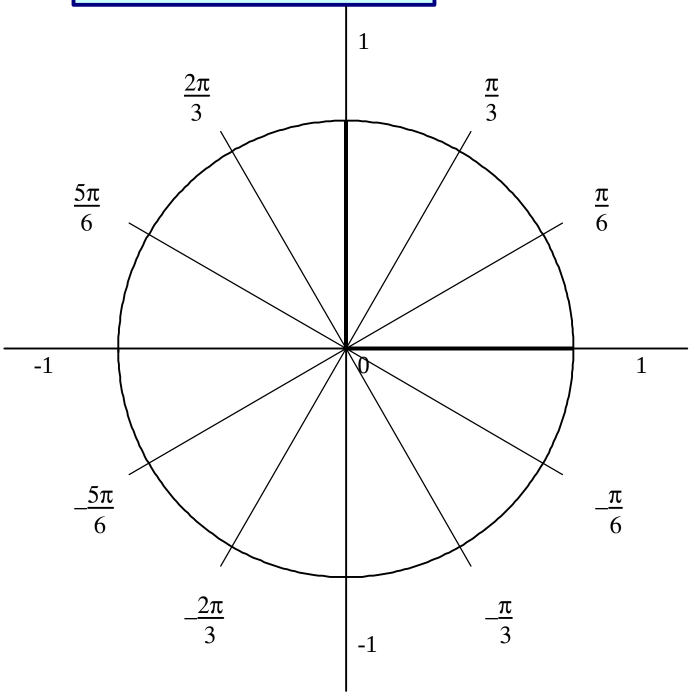
On appelle déphasage la grandeur $\varphi_2 - \varphi_1 = \varphi$

Si $\varphi_2 - \varphi_1 > 0$ alors y_2 est en avance sur y_1
Si $\varphi_2 - \varphi_1 < 0$ alors y_2 est en retard sur y_1

3.2. FONCTIONS EN PHASE :

Soient $y_1 = 3 \sin(\text{ù} \cdot t + \frac{\pi}{6})$ et $y_2 = 2 \sin(\text{ù} \cdot t + \frac{13\pi}{6})$

$$\boxed{\varphi_2 - \varphi_1 = 0 + k\,2\pi}$$



1. Tracer les deux vecteurs de Fresnel correspondant aux deux fonctions sinus
2. Tracer la courbe sinus à partir du vecteur de Fresnel tournant : en considérant qu'une rotation de 30° correspond sur l'axe des temps à une durée équivalente à 1 carreau .
3. Calculer le déphasage entre les deux fonctions . Laquelle des deux fonctions est en avance sur l'autre ?

4. Quel est le décalage horaire entre les deux fonctions ?

CONCLUSION :

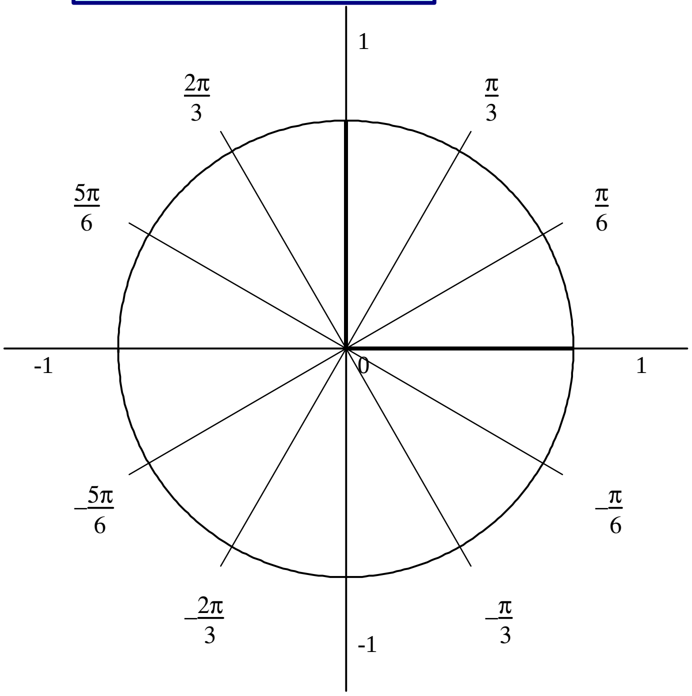
Deux fonctions sinusoïdales **en phase** sont deux fonctions qui :

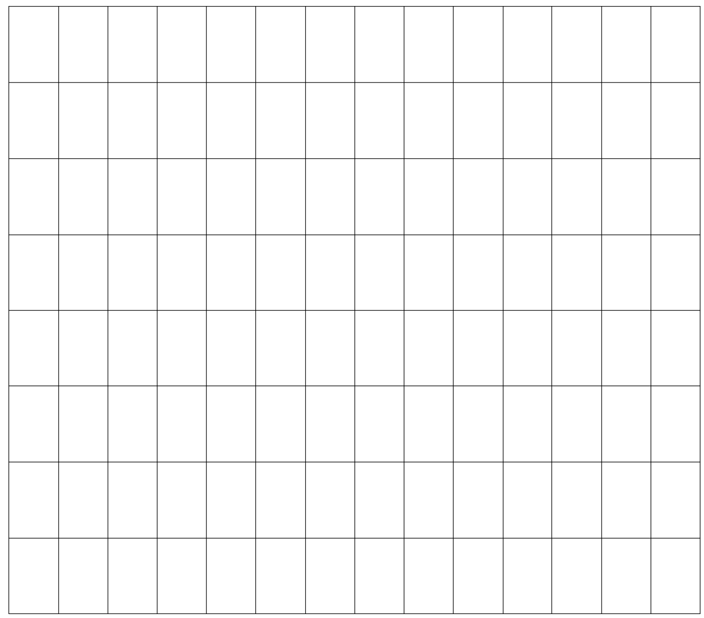
- **S'annulent en même temps**
- **Passent par le maximum et le minimum en même temps**

3.3 FONCTIONS EN OPPOSITION DE PHASE :

Soient $y_1 = 3 \sin (ù . t + \frac{2\pi}{3})$ et $y_2 = 3 \sin (ù . t - \frac{\pi}{3})$

$$\boxed{\varphi_2 - \varphi_1 = (2k + 1)\pi}$$





1. Tracer les deux vecteurs de Fresnel correspondant aux deux fonctions sinus.
2. Tracer la courbe sinus à partir du vecteur de Fresnel tournant : en considérant qu'une rotation de 30° correspond sur l'axe des temps à une durée équivalente à 1 carreau sur l'axe horizontal.
3. Calculer le déphasage entre les deux fonctions . Laquelle des deux fonctions est en avance sur l'autre ?

4. Quel est le décalage horaire entre les deux fonctions ?

CONCLUSION :

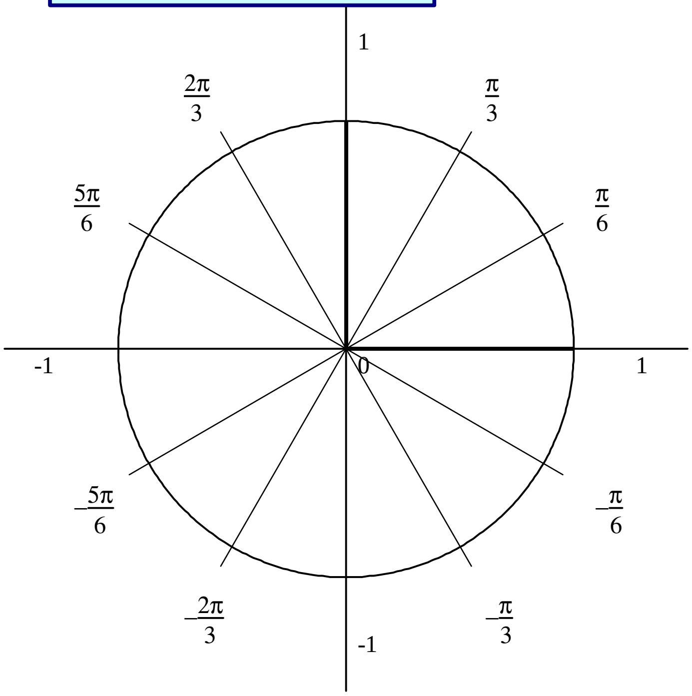
Deux fonctions sinusoïdales **en opposition de phase** sont deux fonctions qui :

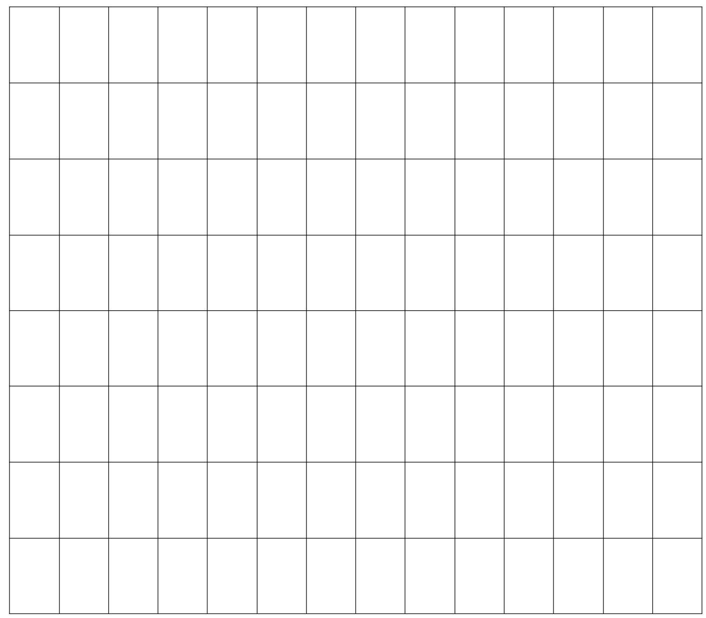
- **S'annulent en même temps**
- **Quand l'une est au maximum, l'autre est au minimum** et vice versa.

3.3 FONCTIONS EN QUADRATURE DE PHASE :

Soient $y_1 = 3 \sin(\text{ù} \, . \, t + \frac{2\pi}{3})$ et $y_2 = 3 \sin(\text{ù} \, . \, t + \frac{\pi}{6})$

$$\boxed{\varphi_2 - \varphi_1 = (2k + 1)\frac{\pi}{2}}$$





1. Tracer les deux vecteurs de Fresnel correspondant aux deux fonctions sinus.
2. Tracer la courbe sinus à partir du vecteur de Fresnel tournant : en considérant qu'une rotation de 30° correspond sur l'axe des temps à une durée équivalente à 1 carreau sur l'axe horizontal.
3. Calculer le déphasage entre les deux fonctions . Laquelle des deux fonctions est en avance sur l'autre ?

4. Quel est le décalage horaire entre les deux fonctions ?

CONCLUSION :
Deux fonctions sinusoïdales **en quadrature de phase** sont deux fonctions telles que si **l'une passe par son maximum ou son minimum**, **l'autre passe par zéro** et vice versa .