Corrigés partiels des exercices sur les équations

1. Série n°1

Exercice 1 :

1) Dans l'équation $x^2+3x-10=0$, on a :

$a = \boxed{1}$, $b = \boxed{3}$ et $c = \boxed{-10}$.

$\Delta = \boxed{49}$

L'équation $\boxed{\text{a deux solutions}}$: $x' = \boxed{-5}$ et $x'' = \boxed{2}$.

Exercice 2 :

Méthode : Pour déterminer la forme canonique de $f(x) = ax^2 + bx + c$,

on calcule $\alpha = \dfrac{b}{2a}$

on calcule $\beta = f(\alpha)$

Enfin, $f(x) = a(x + \alpha)^2 + \beta$ ou bien $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$

1) Si on ne se souvient pas de la formule :

$x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 2^2 + 1$

$= (x - 2)^2 - 3$

Donc $x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$

Exercice 3 :

Penser à la forme canonique puis à l'identité remarquable $x^2 - h^2 = (x - h)(x + h)$.

1) $T(x) = x^2+6x-8$.

Ici, on utilise la formule : $f(x) = a(x + \alpha)^2 + \beta$

On a : $\alpha = \dfrac{6}{2\times 1} = 3$ et $\beta = f(3) = 3^2 + 6\times 3 - 8 = 19$. Ainsi :

$$\boxed{f(x) = (x + 3)^2 + 19}$$

Exercice 4 :

Penser à la forme canonique, à l'identité remarquable $x^2 - h^2 = (x - h)(x + h)$ et à la propriété :

A x B = 0 si A = 0 ou B = 0.

Exercice 5 :

1) $f(x) = x^2 - 8x - 9$

Ici, on utilise la formule : $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$

$$\alpha=\frac{8}{2\times 1}=4 \quad \text{et} \quad \beta=f(4)=4^2-8\times 4-9=-25 \quad .$$

On a alors $f(x) = 1(x-4)^2 - 25 = (x-4)^2 - 5^2$. Finalement :

$$\boxed{f(x) = (x-4)^2 - 5^2}$$

Ce qui donne $f(x)=(x-4-5)(x-4+5)$

$f(x)=(x-9)(x+1)$

Donc $f(x) = 0$ si : $(x-9)(x+1) = 0$

$x - 9 = 0$ ou $x + 1 = 0$.

L'ensemble des solutions est donc : S = { -1 ; 9 }

2. Série n°2

Exercice 4 :

d) Résoudre l'équation $2x^4 - 3x^2 + 1=0$

On pose $x^2 = X$. L'équation s'écrit alors $2X^2-3X+1=0$ avec $X = x^2$

Résolvons cette dernière équation :

$\Delta = (-3)^2 - 4 .2.1=1$

$\Delta > 0$ donc on a deux solutions distinctes $X'=\frac{-(-3)+1}{2.2}=1$ et $X''=\frac{-(-3)-1}{2.2}=\frac{1}{2}$

avec $X= x^2$, donc $x^2 =1$ ou $x^2 = \frac{1}{2}$

- Si $x^2 =1$, $x^2 -1 = 0$

  $(x-1)(x+1) = 0$

x+1 = 0 ou x-1 = 0

x = -1 ou x = 1

- Si $x^2=\frac{1}{2}$, $x^2-\frac{1}{2}=0$

$$(x-\sqrt{\frac{1}{2}})(x+\sqrt{\frac{1}{2}})=0$$

$x-\sqrt{\frac{1}{2}}=0$ ou $x+\sqrt{\frac{1}{2}}=0$

$x=\sqrt{\frac{1}{2}}$ ou x = $x=\sqrt{\frac{1}{2}}$

Ainsi : S = $\left\{-1;-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2};1\right\}$

Exercice 10 :

On note L la longueur du rectangle.

La périmètre d'un rectangle de longueur L et de largeur l est donnée par P = 2(L + l).

La longueur du grillage est 60m donc 2 (L + l) = 60.

Ce qui donne $l=\frac{60}{2}-L$.

La surface d'un rectangle de longueur L et de largeur l est S = L.l

La surface du jardin clôturé doit être égale à 200 donc $L(\frac{60}{2}-L)=200$.

En développant, on obtient l'équation du second degré 30 L -L² = 200 où L est l'inconnue…