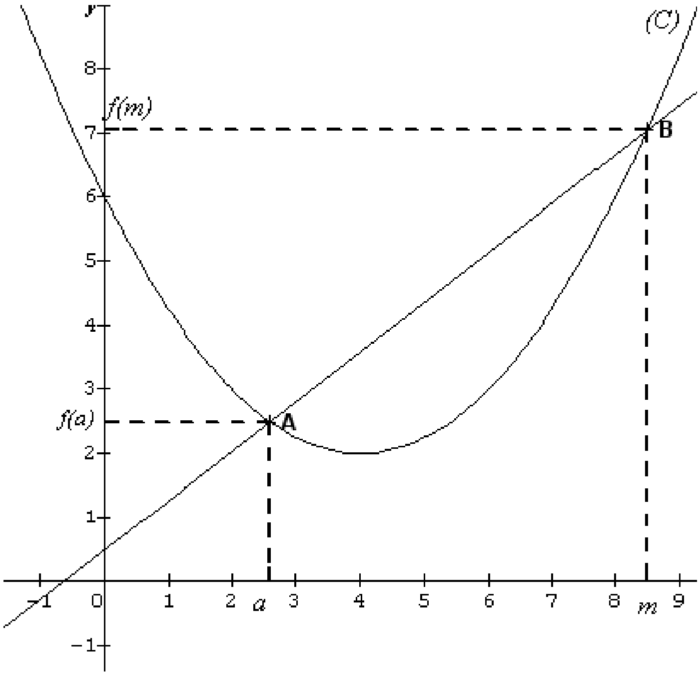
Dérivabilité

Exercice 1

La courbe (C) suivante représente graphiquement la fonction f



On considère les deux points $A(a, f(a))$ et $B(m, f(m))$

1°) Trouver le coefficient directeur de la droite (AB)

2°) Comment se comporte cette droite par rapport à la courbe (C) lorsque m tend vers a ?

3°) Donner, lorsqu'il existe, le coefficient directeur de la droite (T), tangente à la courbe (C) au point $A(a, f(a))$.

Trouver dans ce cas l'équation de (T)

Exercice 2

On considère la fonction f définie par x^2-2x+2 , et soit (C) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$

1°) Montrer que f est dérivable en 2 et déterminer $f'(2)$, nombre dérivé de f en 2

2°) a) Préciser A , point de (C) d'abscisse 2

b) Quel est le coefficient directeur de (T) , tangente à (C) en A ?

c) Donner l'équation de (T)

3°) Tracer (C) et (T) dans $R(O, \vec{i}, \vec{j})$

Exercice 3

On considère la fonction f définie par f(x) = $\begin{cases} -x^2+3 & si \quad x<1 \\ \dfrac{2}{x} & si \quad x \geq 1 \end{cases}$

, et (C) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$

1°) Etudier la continuité de f en 1

2°) Etudier la dérivabilité de f en 1

Donner alors l'équation de (T) , tangente à (C) au point d'abscisse 1

3°) Tracer (C) et (T) dans $R(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice 4

Soit la fonction f définie par f(x) = $\begin{cases} x^2-4x+5 & si \quad x\leqslant 1 \\ \dfrac{2}{x} & si \quad x>1 \end{cases}$ et (C) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$

1°) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 1

2°) Donner la tangente à (C) en $I(1,f(1))$

3°) Ecrire $f(x)$ sous forme canonique puis tracer (C) et (T)

Exercice 5

Soit f la fonction numérique définie par $f(x)=|x^2-1|+2$

On note (C) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$

1°) Etudier la parité de f . Interpréter.

2°) Ecrire $f(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.

3°) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 1.

Donner alors l'équation de la tangente ou des demi-tangentes à (C) au point d'abscisse 1.

4°) Représenter graphiquement f avec la tangente en 1.

Exercice 6

Soit f la fonction numérique définie par $f(x)=x^2-2|x|+1$

On note (C) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$

1°) Etudier la parité de f . Interpréter.

2°) Ecrire $f(x)$ sans le symbole de la valeur absolue

3°) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0

Donner alors l'équation de la tangente ou des demi-tangentes à (C) au point I d'abscisse 0

4°) Mettre $f(x)$ sous forme canonique

5°) Représenter graphiquement f avec la tangente en I

Exercice 7

On définie la fonction f par f(x) = $\begin{cases} x^2-2x-3 & si \quad x\geq 0 \\ \dfrac{3-x}{x+1} & si \quad x<1 \end{cases}$.

On note (C) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$

1°) a) Trouver dans $]-\infty,0[$ l'ensemble des x où f est définie

b) Trouver dans $[0,+\infty[$ l'ensemble des x où f est définie

c) Préciser alors l'ensemble de définition de f

2°) a) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0

b) Donner alors l'équation de (T) , tangente à (C) au point d'abscisse 0

3°) a) Trouver les réels k et β tels que, pour tout $x<0$ $f(x)=\dfrac{k}{x-1}+\beta$

b) Ecrire x^2-2x-3 sous forme canonique

4°) a) Tracer (T)

b) Tracer la partie de (C) se trouvant à gauche de l'axe $(y'oy)$

c) Tracer la partie de (C) se trouvant à droite de l'axe $(y'oy)$

Exercice 8

Soit f la fonction numérique définie par $f(x)=x^2-2|x-2|-4x+6$, et (C) sa courbe représentative dans $R(O,\vec{i},\vec{j})$

1°) Ecrire $f(x)$ sans le symbole de la valeur absolue

2°) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 1, 2 et 3

Donner alors les tangentes ou les demi-tangentes à (C) aux points d'abscisses respectifs 1, 2 et 3

3°) Montrer que la droite $(D): x=2$ est un axe de symétrie pour (C)

4°) a) Préciser A , point où (C) coupe l'axe $(y'Oy)$

b) Trouver la tangente à (C) au point A

5°) Ecrire $f(x)$ sous forme canonique puis représenter graphiquement f avec toutes les droites et demi-droites demandées.

Exercice 9

On considère la fonction f définie par $f(x)=\sqrt{x-1}$

On note (C) sa courbe représentative dans $R(O,\vec{i},\vec{j})$

1°) Déterminer l'ensemble de définition Df de f

2°) Etudier la dérivabilité de f à droite de 1

Que dire de la demi-tangente à (C) au point d'abscisse 1 ?

Exercice 10

On considère la fonction f définie par $f(x)=\sqrt{x^2-2x}$

On note (C) sa courbe représentative dans $R(O,\vec{i},\vec{j})$

1°) Déterminer l'ensemble de définition Df de f

2°) a) Montrer que pour tout $x\leq 0$, $\frac{f(x)}{x}=\frac{x-2}{\sqrt{x^2-2x}}$

b) Etudier la dérivabilité de f à gauche de 0

c) Que dire de la demi-tangente à (C) au point d'abscisse 0 ?

3°) a) Etudier la dérivabilité de f à droite de 2

b) Que dire de la demi-tangente à (C) au point d'abscisse 2 ?

Exercice 11

On définit la fonction f par f(x) = $\begin{cases} x^2-2ax+a-1 & si \quad x\geq 1 \\ \frac{a}{x-2} & si \quad x<1 \end{cases}$ $a\in IR$

1°) Etudier la continuité de f en 1

2°) a) Etudier la dérivabilité de f à gauche et à droite de 1

b) Pour quelle valeur du réel a la fonction f est-elle dérivable en 1 ?