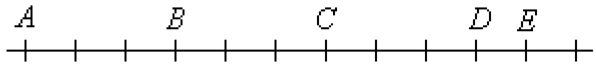
Barycentres : série n°1

Exercice 1 :

On donne les points A, B, C, D et E sur une droite dans la disposition suivante :



1°) Dans chacun des cas suivants, trouver le réel k qui vérifie la relation :

a) $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}$ b) $\overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{AB}$

c) $\overrightarrow{BD} = k\overrightarrow{BA}$ d) $\overrightarrow{CB} = k\overrightarrow{CE}$

2°)Trouver, à partir de chacune des relations précédentes, deux entiers α et β vérifiant :

a) $\alpha\overrightarrow{BA} + \beta\overrightarrow{BC} = \vec{0}$ b) $\alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AD} = \vec{0}$

c) $\alpha\overrightarrow{BA} + \beta\overrightarrow{BD} = \vec{0}$ d) $\alpha\overrightarrow{CB} + \beta\overrightarrow{CE} = \vec{0}$

3°) Construire sur la droite précédente les points K, L et M définis par :

$2\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} = \vec{0}$; $\overrightarrow{LE} - 5\overrightarrow{LC} = \vec{0}$; $3\overrightarrow{ME} + 2\overrightarrow{MA} = \vec{0}$

Exercice 2 :

Les points A, B et C étant fixés, pour chaque réel α, on considère le point E défini par :

$\overrightarrow{AE} = \alpha\overrightarrow{AB} + (1-\alpha)\overrightarrow{AC}$

Que représente le point E pour les points B et C ?

Exercice 3 :

Dans la figure ci-dessous, G est le barycentre de (A,α) et (B,β).

Sans mesurer, expliquer pourquoi les couples (α,β) suivants ne conviennent pas :

a) $(6,1)$; b) $(-2,3)$

c) $(1,10)$; d) $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

Exercice 4 :

Construire, dans chacun des cas suivants, le barycentre des points A et B :

a) $(A,2)$ et $(B,3)$

b) $(A,3)$ et $(B,-2)$

c) $(A,-6)$ et $(B,-3)$

d) $(A;0{,}04)$ et $(B;0{,}02)$

e) $\left(A,\dfrac{3}{2}\right)$ et $\left(B,\dfrac{2}{3}\right)$

f) $(A,\sqrt{2})$ et $(B,\sqrt{3})$

Exercice 5 :

Soit A et B deux points du plan :

1°) Déterminer le point C de telle sorte que B soit le barycentre de : $\left(A,\dfrac{1}{2}\right)$ et $\left(C,\dfrac{1}{3}\right)$

2°) Déterminer le point D de telle sorte que B soit le barycentre de : $\left(A,-\dfrac{3}{4}\right)$ et $\left(D,\dfrac{7}{4}\right)$

Exercice 6 :

Construire, dans chacun des cas suivants, le barycentre des points A, B et C :

a) $(A,1)$; $(B,1)$ et $(C,2)$

b) $(A,-1)$; $(B,2)$ et $(C,3)$

c) $(A,-2)$, $(B,-4)$ et $(C,-1)$

d) $(A,2)$; $(B,3)$ et $(C,4)$

e) $(A,1)$; $(B,0)$ et $(C,1)$

f) $\left(A,\dfrac{1}{2}\right)$; $\left(B,\dfrac{1}{3}\right)$ et $\left(C,\dfrac{1}{4}\right)$

Exercice 7 :

Déterminer les réels a, b et c pour que le point G ci-dessous soit le barycentre des points pondérés (A,a), (B,b) et (C,c)

a) $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{CB}$

b) $3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC} = 0$

c) $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{GA}$

d) $2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC}$

Exercice 8 :

$ABCD$ est un quadrilatère et G est la barycentre de $(A,1)$, $(B,1)$, $(C,3)$ et $(D,3)$

Construire le point G. Argumenter

Exercice 9 :

ABC est un triangle.

1°) G est le barycentre de $(A,1)$, $(B,2)$ et $(C,3)$ Construire le point G. Argumenter

2°) G' est le barycentre de $(A,1)$, $(B,3)$ et $(C,-3)$ Construire le point G'. Argumenter

3°) Démontrer que (AG') est parallèle à (BC)

Exercice 10 :

B est le milieu de $[AC]$. Démontrer que le barycentre de $(A,1)$ et $(C,3)$ est confondu avec celui de $(B,2)$ et $(C,2)$

Exercice 11 :

Dans le triangle ABC, E est le milieu de $[AB]$ et G est le barycentre de $(A,-2)$, $(B,-2)$ et $(C,15)$

Démontrer que G, C et E sont alignés

Exercice 12 :

On considère un triangle ABC et l'on désigne par G le barycentre de $(A,1)$, $(B,4)$ et $(C,-3)$

1°) Construire le barycentre I de $(B,4)$ et $(C,-3)$

2°) Montrer que $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GI}=\vec{0}$. En déduire la position de G sur (AI)

Exercice 13 :

ABC est un triangle. On note G le barycentre de $(A,2)$, $(B,1)$ et $(C,1)$

Le but de l'exercice est de déterminer la position précise du point G

1°) Soit I le milieu de $[BC]$. Montrer que $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{GI}$

2°) En déduire que G est le barycentre de A et I munis de coefficients que l'on précisera

3°) Conclure.

Exercice 14 :

$ABCD$ est un quadrilatère. On note G son isobarycentre. Le but de cet exercice est de préciser la position de G

1°) On note I le milieu de $[AC]$ et J le milieu de $[BD]$

Montrer que G est le barycentre de I et J munis de coefficients que l'on précisera.

2°) Conclure et faire une figure