

EXERCICE SUR LES TREILLIS PLANS

Niveau: BAC PRO BEP

OBJECTIF : dimensionner la section des barres constituant ce hangar

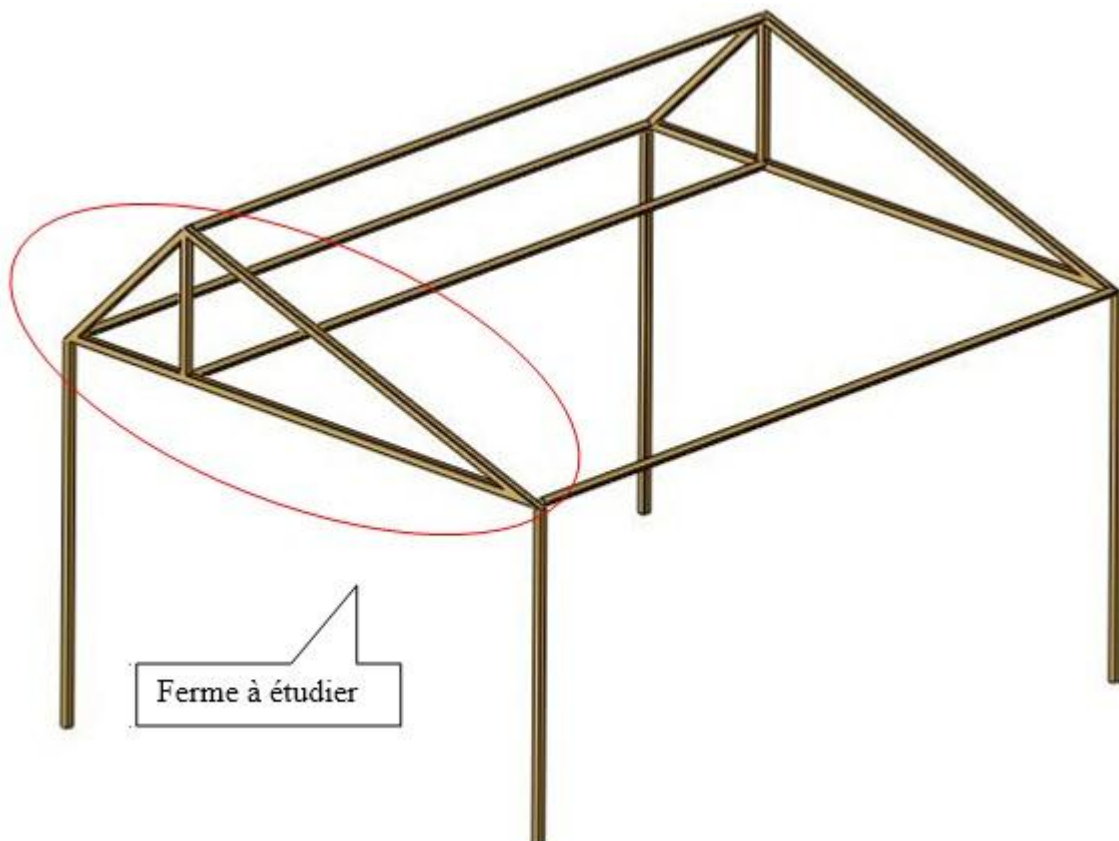
On donne :

Le schéma constitutif du hangar

On demande :

(Pour la ferme entourée ci-dessous)

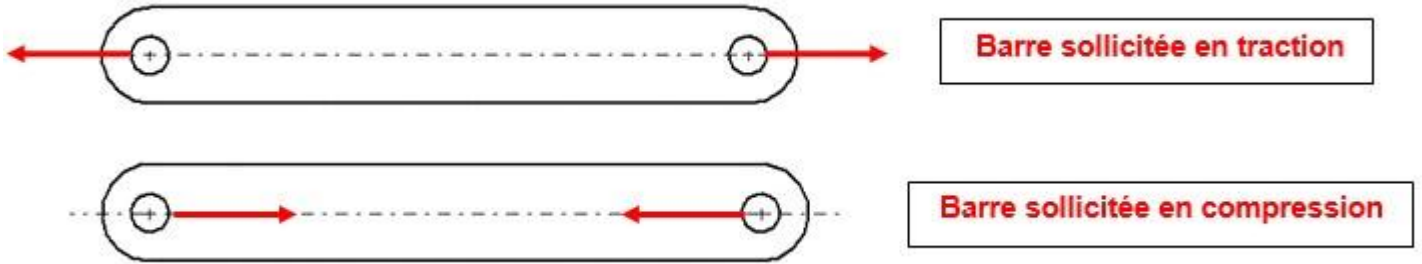
- La nature des sollicitations dans les barres
- La valeur des efforts dans ces barres



RAPPEL DE STATIQUE

Lorsqu'un système en équilibre est soumis à l'action de 2 forces : celles-ci sont opposées

Il y a 2 cas possibles:



LES TREILLIS PLANS OU SYSTÈMES TRIANGULÉS

DÉFINITIONS

Treillis ou système triangulé :

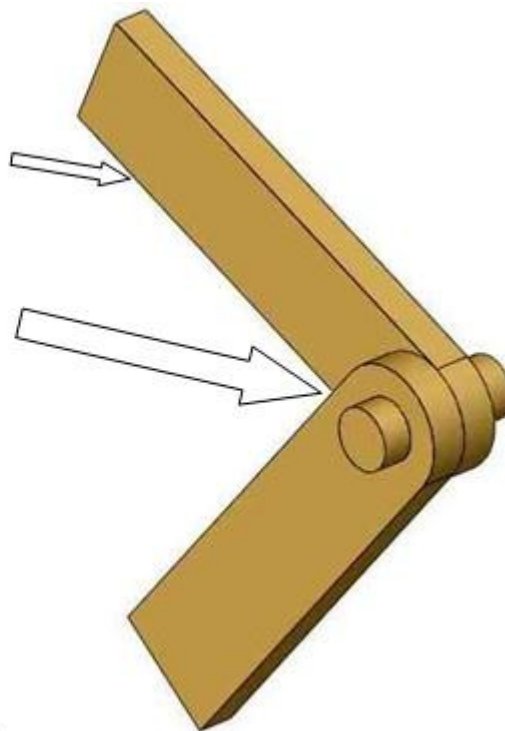
Assemblage de barres rectilignes formant entre elles des triangles

Nœud :

Point de rencontre de plusieurs barres

Treillis ou système triangulé

Nœud



HYPOTHÈSES

- assemblages géométriquement invariables
- forces coplanaires
- poids des barres négligés

- nœuds équivalents à des liaisons pivot sans frottement
- forces extérieures appliquées sur les nœuds
- barres soumises à traction ou compression

RELATION NOEUDS-BARRES

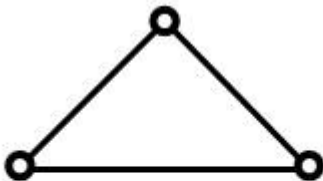
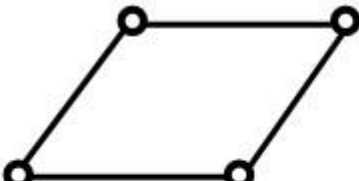
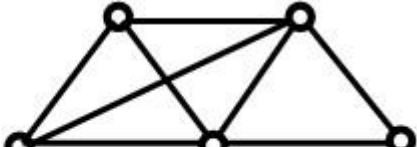
$$b=2n-3$$

Si $b > 2n-3$: trop de liaisons, système hyperstatique à contraintes internes

Si $b < 2n-3$: système non rigide, mobilité des barres

$b=2n-3$: système statiquement déterminé ou isostatique

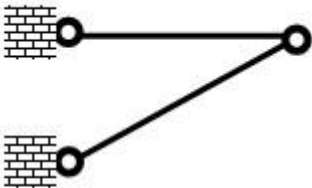
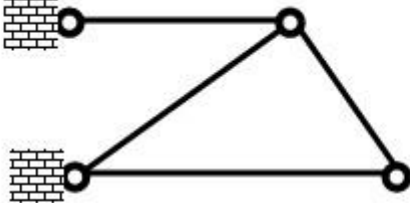
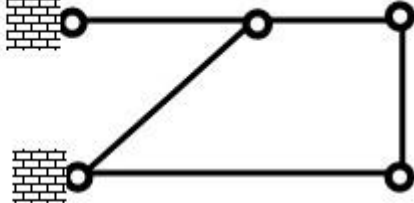
EXEMPLES :

			
b et n	$3 = 2 \times 3 - 3$	$4 < 2 \times 4 - 3$	$8 > 2 \times 5 - 3$
état	isostatique	Non rigidité	hyperstatique

$$b=2n-4$$

Si la structure repose sur des appuis encastrés :

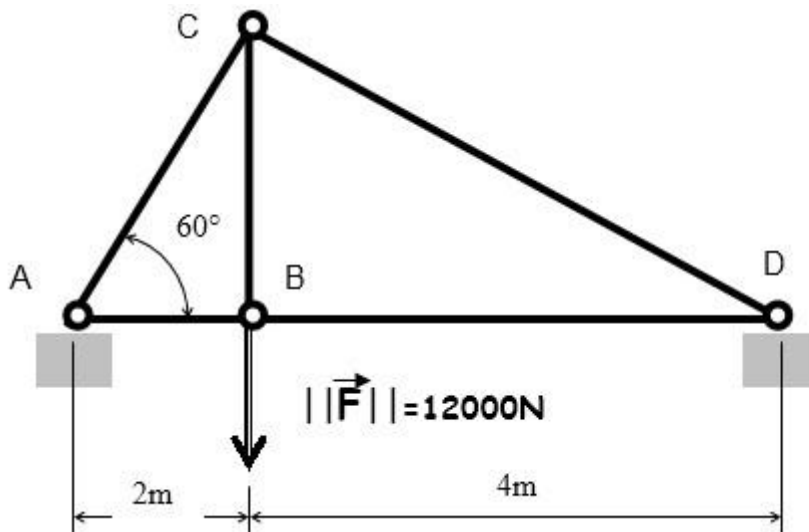
EXEMPLES :

			
b et n	$2 = 2 \times 3 - 4$	$4 = 2 \times 4 - 4$	$5 < 5 \times 2 - 4$
état	isostatique	isostatique	Non rigidité

MÉTHODE DE CREMONA

Elle permet de déterminer les efforts dans toutes les barres d'une structure en rassemblant sur un seul dynamique tous les polygones des forces équilibrant chaque nœud.

Appliquons cette méthode à notre structure :



$$b = 5$$

$$n = 4$$

$$2n - 3 = 5$$

1- CALCUL DES ACTIONS AUX APPUIS

Le système étant en équilibre :

La somme des moments en A doit être nulle:

$$-(12000 \times 2) + (D \times 8) = 0 \text{ et donc } D = +3000\text{N}$$

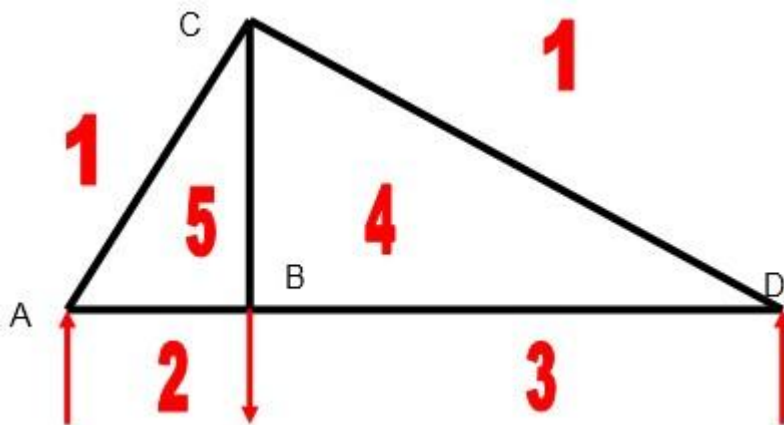
$D = 3000\text{N}$

La somme des forces extérieures appliquées sur la structure doit être nulle :

$$A + D - F = 0 \text{ et donc } A = F - D = 12000 - 3000 = +9000$$

$$A = 9000N$$

2- TRACÉ DES RÉGIONS



Elles sont limitées par des frontières :

- les forces extérieures
- les barres

UTILISATION :

- On étudie les nœuds un par un
- On tourne dans le sens trigo
- Chaque frontière correspond à une action.

3- ÉQUILIBRE DES NŒUDS

On ne peut réaliser l'équilibre d'un nœud que s'il se trouve à l'intersection de 2 barres dont les efforts sont inconnus. Le nœud C étant situé à l'intersection de 3 barres ne peut être réalisé en premier.

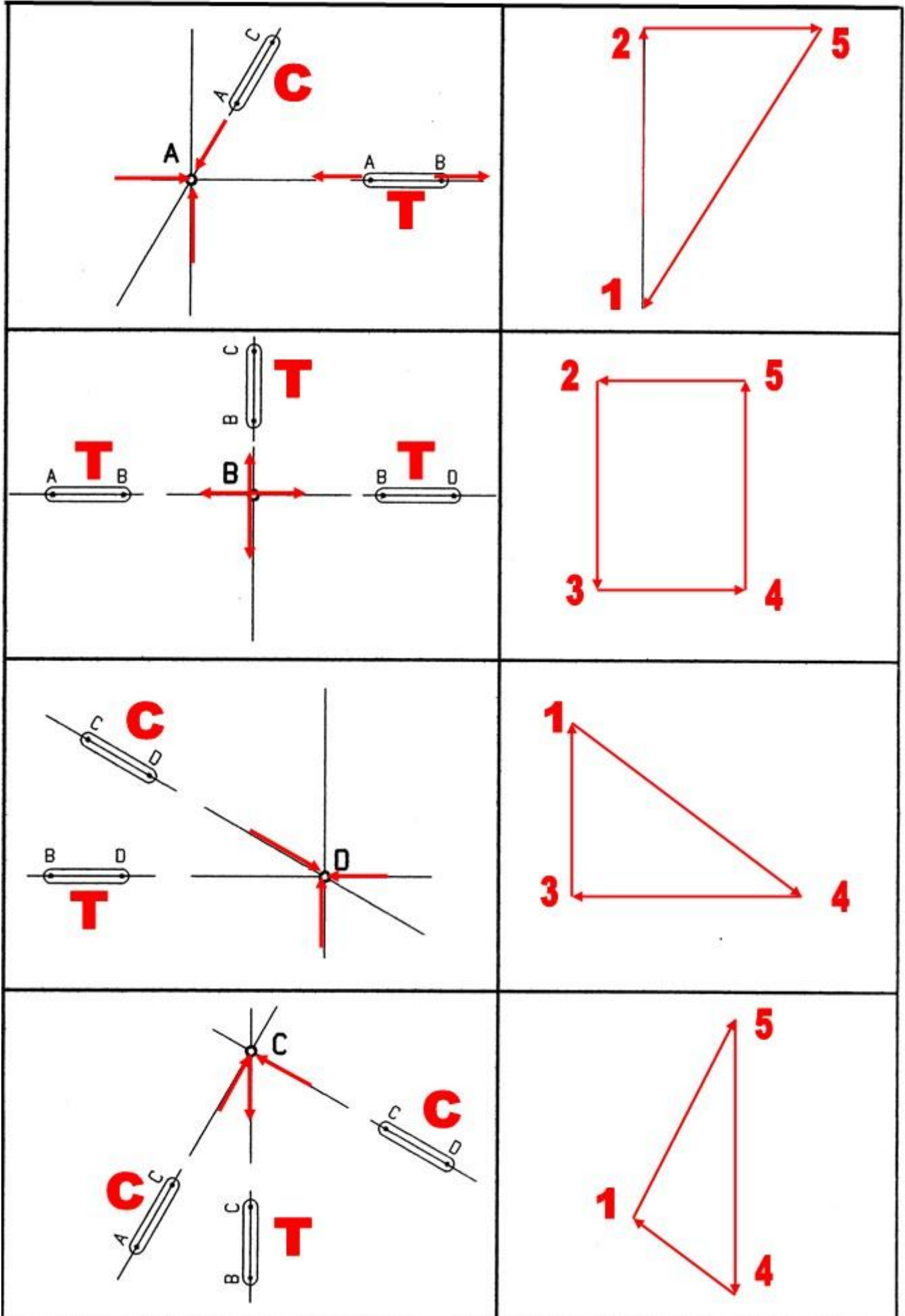
Le nœud A est en équilibre sous l'action de 3 forces :

La frontière 1-2 correspond à la réaction **A** exercée par l'appui

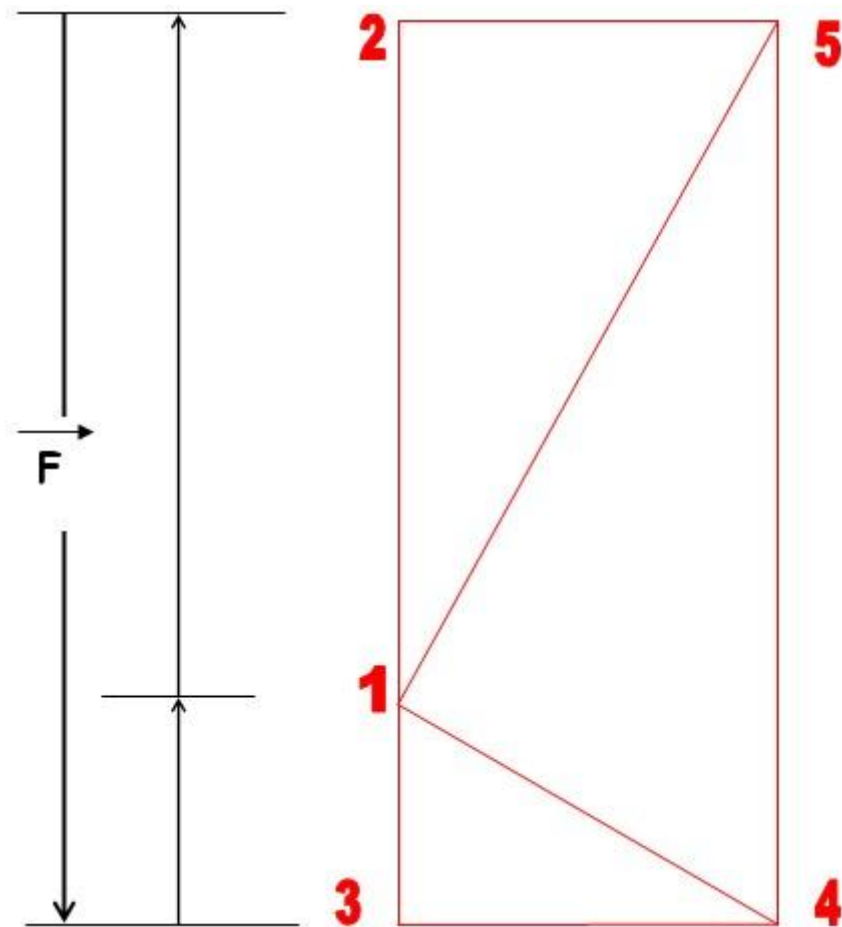
La frontière 2-5 correspond à la force (inconnue) exercée par **la barre AB** sur le nœud A

La frontière 5-1 correspond à la force (inconnue) exercée par **la barre AC** sur le nœud A

Choix de l'ordre des nœuds à équilibrer : A, B, C et D (voit tableau ci-dessous)



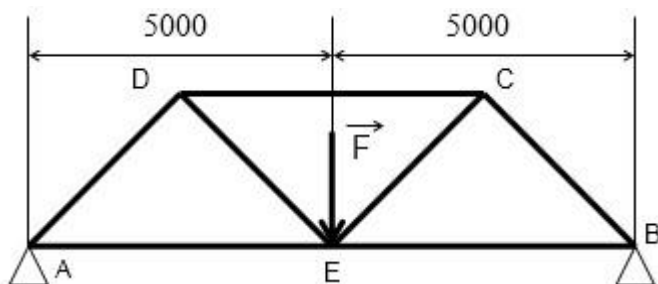
TRACÉ DU CREMONA



Actions	Désignation sur graphe	Sens de l'action sur le nœud	Sollicitation dans la barre	Intensité en N
A	1 - 2			9000
D	3 - 1			3000
F	2 - 3			12000
Barre AB sur nœud A	2 - 5	A vers B	T	5200
Barre AB sur nœud B		B vers A		

Barre BD sur noeud B	3 - 4	B vers D	T	5200
Barre BD sur noeud D		D vers B		
Barre DC sur noeud D	1 - 4	C vers D	C	6000
Barre DC sur noeud C		D vers C		
Barre AC sur noeud A	1 - 5	C vers A	C	10400
Barre AC sur noeud C		A vers C		
Barre BC sur noeud B	5 - 4	B vers C	T	12000
Barre BC sur noeud C		C vers B		

APPLICATION : PONT MÉTALLIQUE



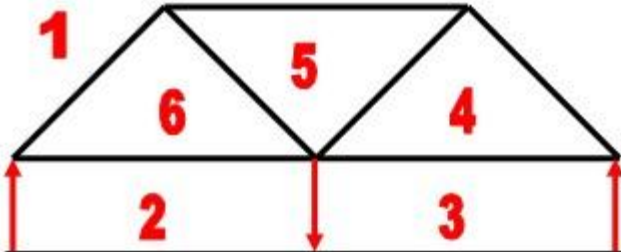
Intensité de \vec{F} : 8000 N

- Calculez les actions en A et B
- Déterminez toutes les actions dans toutes les barres (tableau à compléter)

CALCULS : **PAR SYMÉTRIE**

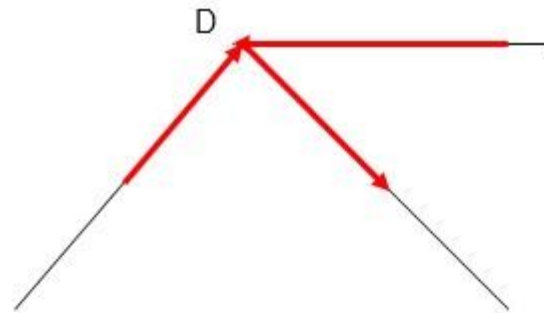
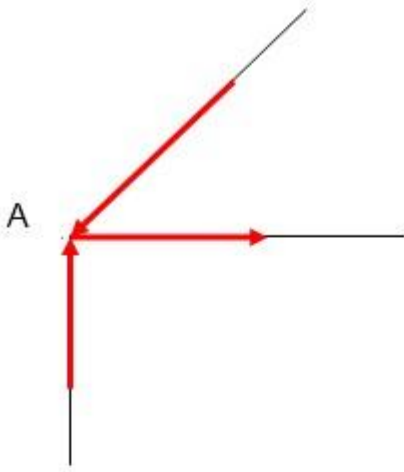
$$A = 4000 \text{ N}$$

$$B = 4000 \text{ N}$$

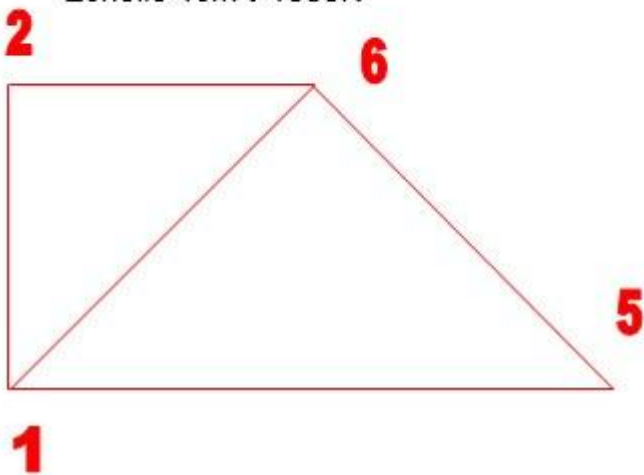


Tracez ci-contre :

- Les forces extérieures
- Les noeuds
- Les zones



Tracé du $\frac{1}{2}$ Cremona (symétrie...)
Echelle 1cm \rightarrow 1000N



N°	Action	Sollicitation	Intensité
	A		4000
	B		4000
	F		8000
1 - 6	AD	C	5600
2 - 6	AE	T	4000
5 - 6	DE	T	5600
5 - 1	DC	C	8000