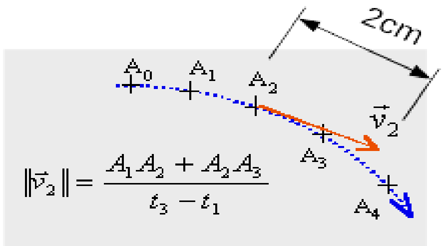
Représentation vectorielle d'une vitesse

1. caractéristiques du vecteur vitesse

La vitesse (moyenne) d'un mobile est le rapport de la distance parcourue par la durée du déplacement.
Voyons comment évaluer une vitesse à un instant donné . (ou vitesse instantanée)

Soit à évaluer le vecteur vitesse d'un mobile au **point 2** (à la date t_2)de la trajectoire curviligne ci-jointe:
Il y a 4 caractéristiques à donner:
-**l'origine** du vecteur : ici le point 2
-**sa direction:** tangente à la trajectoire au point 2.
-**le sens**: celui du mouvement.
-**la valeur**: (ou norme), graphiquement on ne peut évaluer que la vitesse moyenne entre 1 et 3. (mais ces points sont très proches de telle sorte que celle-ci est quasi instantanée)
La longueur du vecteur tient compte de cette valeur et de l'échelle de représentation choisie.
L'échelle choisie ici $\boxed{1\,\mathbf{cm} \Rightarrow 0{,}2\,\mathbf{m.s^{-1}}}$
compte tenu de la valeur calculée ci-à coté:
La longueur du vecteur sera ici de : 2cm



dates de passage du mobile: **en A$_0$**:t_0=0,0ms **A$_1$**:t_1=25ms ; **en A$_2$**:t_2=50ms; **enA$_3$**:t_3=75ms
d'où la valeur de la vitesse :
(On pourra souvent assimiler les arcs faiblement incurvés à des segments de droite)

$$\boxed{\|\vec{v}_2\| = \frac{0{,}9\,\mathrm{cm}+1{,}1\,\mathrm{cm}}{75\,\mathrm{ms}-25\,\mathrm{ms}} = \frac{2.10^{-2}\,\mathrm{m}}{50.10^{-3}\,\mathrm{s}} = 0{,}4\,\mathrm{m.s^{-1}}}$$

Lors des calculs, les changements d'unité sont souvent nécessaires . Méthode pour éviter les erreurs ;exemple :

$$30\,\mathrm{m.s^{-1}} = 30\,.\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 30.\frac{10^{-3}\,\mathrm{km}}{\frac{1\,\mathrm{h}}{3600}} = 30 \times 3{,}6 = 108\,\mathrm{km.h^{-1}}$$

Transformer **km.h^{-1}** en **m.s^{-1}**.

$$100\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 100.\frac{(1000\,\mathrm{m})}{(3600\,\mathrm{s})} = \frac{100}{3{,}6} = 27{,}8\,\mathrm{m.s^{-1}}.$$

2. Exercices corrigés sur la vitesse

2,1 Temps de passage d'un train dans une gare.(application simple non vectorielle)

Sujet :
Un train passe en gare à la vitesse constante V=126 km /h.. La longueur du train est L=250 m. Combien de temps dure le passage de ce train pour un observateur placé sur le quai ?

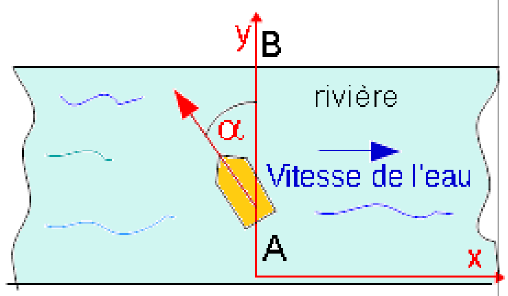
Solution :
Convertissons d'abord v en ms^{-1} (unité S.I plus commode). $v = 126\frac{km}{h} = 126\frac{1000\,m}{3600\,s} = \frac{126}{3{,}6} = 35\,ms^{-1}$
La vitesse étant constante : $v = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{L}{v} = \frac{250}{35} = 7{,}14\,s$
Les unités dans les formules ne sont pas obligatoires mais elles permettent de vérifier leur homogénéité.

2.2 La rivière, le bateau, le courant... Somme de vecteurs vitesses.

Enoncé

Un naviré traverse une rivière de largeur **AB=100 m**
La vitesse du courant d'eau (par rapport au sol) est $v_0 = 2\,ms^{-1}$. La vitesse du bateau (par rapport à l'eau supposée immobile)est: $\mathbf{V}_b = 5\,ms^{-1}$

1-Déterminer l'angle α afin que partant de A le bateau arrive en B.
2-Quelle est la durée de la traversée ?
3-Si α =30°, déterminer l'abscisse du point d'abordage sur l'autre rive.



Correction

1-La vitesse du navire par rapport au sol est la somme: $\vec{v}_T = \vec{v}_b + \vec{v}_0$

Bien que la coque soit soit inclinée de α ,le mouvement du navire par rapport au sol s'effectue suivant la direction AB ,

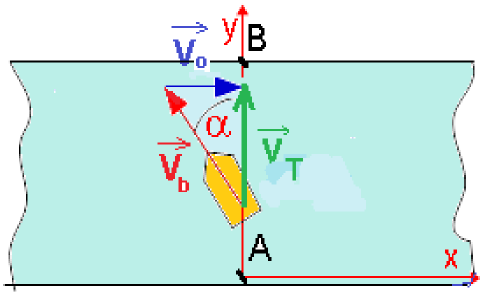
Atout instant , la composante sur x de la vitesse $\vec{v}_T$ doit être nulle .

$$v_x = 0 = v_0 - v_b sinus\,\alpha \Rightarrow sinus\,\alpha = \frac{v_0}{v_b} = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$\alpha = 23,6^o$$

2-**durée de la traversée** :

$$\Delta t = \frac{AB}{v_T} = \frac{100}{5\,cosinus\,\alpha} = 21,8\,s$$



3- **Au lieu d'être nulle ,la composante de la vitesse $\vec{v}_T$ suivant x est cette fois :**

$$v_x = v_0 - v_b sinus\,\alpha = 2 - 5\sin 30^o = 2 - \frac{5}{2} = -0,5\,ms^{-1}$$

et suivant y :

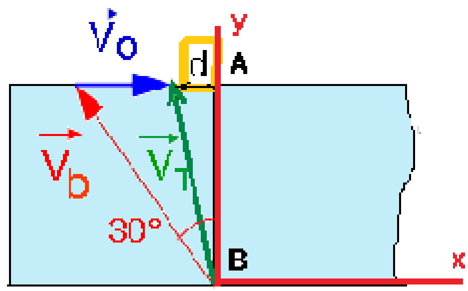
$$v_y = 5\cos 30^o = 4,33\,ms^{-1}$$

Calculons la durée de la traversée AB :

$$\Delta t = \frac{AB}{v_y} = \frac{100}{4,33} = 23,09\,s$$

Position du point d'abordage :

$$d = v_x \Delta t = -0,5 * 23,09 = -11,5\,m$$



Énoncé exercice

1-Un moteur tourne à la fréquence de **480tours/min** . Calculer sa **fréquence en unité S.I** et sa **période** de rotation .
2-Ce moteur entraîne un disque de centre O et de diamètre **D=100mm**. Calculer en unité S.I **la vitesse** d'un point périphérique (**point A**) el la **vitesse d'un point B** placé au milieu de OB .
3-**Représenter les vecteurs vitesses** de ces points en respectant l'échelle : 1cm correspond à 1m.s-1

Correction

La fréquence en unité S.I :

$$N=\frac{480}{60\,\text{min}}=8\,s^{-1}$$ (soit 8 tours par seconde)

La période du disque :

$$T=\frac{1}{N}=\frac{1}{8\,s^{-1}}=0{,}125\,s$$

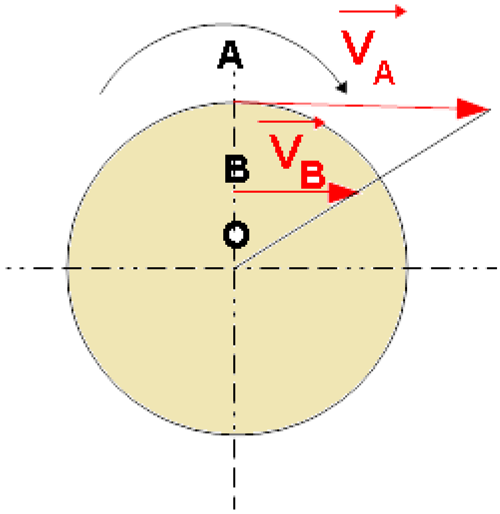
Vitesse du point A :

$$V_A=\frac{\pi D}{T}=\frac{\pi.0{,}100}{0{,}125}=2{,}5\,m.s^{-1.}$$

Vitesse du point B :

$$V_A=\frac{\pi D}{T}=\frac{\pi.0{,}050}{0{,}125}=1{,}25\,m.s^{-1.}$$

Les vecteurs sont tangents à la trajectoire. Leur longueur respectives sont :2,5cm et 1,25cm



Représentation des vecteurs vitesse en A et B

4.4 La vitesse , c'est une grandeur relative à un référentiel

Énoncé

Comment gagner du temps en marchant sur un tapis roulant ?

La vitesse par rapport au sol d'un tapis roulant est constante égale à 5 km h $^{-1}$. Vous montez sur le tapis.

I-Quelle est votre vitesse par rapport au sol ?

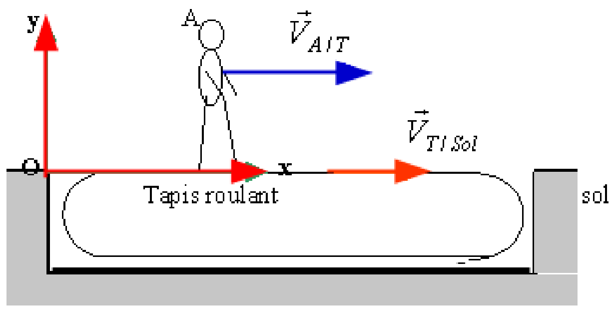
a-si vous êtes immobile sur le tapis

a-si vous marchez en sens contraire du tapis à la vitesse de 2 km h^{-1}.

b-si vous marchez dans le sens du tapis à la vitesse de 2 km h^{-1}.

II- Dans chaque cas, quelle est votre vitesse par rapport au tapis?

III-Quelle est le temps mis pour parcourir, dans chaque cas , un couloir de 100 m.



Tapis roulant de la Gare Montparnasse(Paris)

correction

Remarque : Ayant tous la même direction, les vecteurs vitesses dans cet exemple peuvent s'ajouter ou se retrancher comme des nombres .

I-vitesse du bonhomme A par rapport au sol:

a- A est immobile sur le tapis . $V_{A/sol} = V_{tapis/sol} = 5 km.h^{-1}$.

b-A marche en sens contraire du tapis ; $V_{A/sol} = V_{tapis/sol} - V_{A/tapis} = 5-2 = 3 km.h^{-1}$.

c-A marche dans le sens du tapis ; $V_{A/sol} = V_{tapis/sol} + V_{A/tapis} = 5+2 = 7 km.h^{-1}$.

II-vitesse de A par rapport au tapis :

a-A est immobile sur le tapis. $V_{A/tapis} = 0$.

b-A marche en sens contraire ; $V_{A/tapis} = -2 km.h^{-1}$.

c-A marche dans le sens du tapis ; $V_{A/tapis} = 2 km.h^{-1}$.

III-Durée Δt pour parcourir le couloir de L=100m.

Faisons le choix de calculer cette durée en unité S.I (seconde), utilisons alors la relation :

$$\boxed{v(m/s) = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t(s) = \frac{L(m)}{v(m.s^{-1})}},$$

transformons d'abord les vitesses $km.h^{-1}$ en $m.s^{-1}$.

***Faut-il diviser ou multiplier le chiffre par 3,6 ? On ne sait plus, alors pour éviter les erreurs travaillons avec méthode !*:**

$5\frac{km}{h} = 5\frac{1000\ m}{3600\ s} = \frac{5}{3,6} = \underline{1,39\ m.s^{-1}}$ et donc $3 km.h^{-1} = 3/3,6 = \underline{0,83 ms^{-1}}$; $7 km.h^{-1} = 7/3,6 = \underline{1,94 m.s^{-1}}$.

Durées Δt : **a-100/1,39=72s ;**
b-100/0,83=120s ; (ce n'est pas la bonne méthode pour gagner du temps!)
c-100/1,94=51,5s (pour le voyageur pressé, c'est mieux!)