MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
SECRETARIAT GENERAL
DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT
SUPERIEUR
DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT
SUPERIEUR PUBLIC et PRIVE
Service d'Appui au Baccalauréat

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL

SESSION 2018

D

Série : D

Code matière : 009

Epreuve de : MATHEMATIQUES
Durée : 03 heures 15 minutes
Coefficient : 4

NB: - **Les deux (02) exercices et le problème sont obligatoires.**
- **L'utilisation d'une calculatrice non programmable est autorisée.**

EXERCICE 1: (5points)

Soit P le polynôme à variable complexe z défini par:

$$P(z)=z^3+(1-9i)z^2-(24+6i)z-14+18i$$

1- a- Déterminer le nombre complexe z_0 tel que :

$$P(z)=(z-z_0)(z^2-4iz-4-2i)$$ **(0,5pt)**

b- En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z)=0$. **(0,75pt)**

2- Dans le plan complexe $(\mathcal{P})$ muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ d'unité 1 cm, on considère les points A, B et C d'affixes respectives :

$$z_A=-1+5i \;;\; z_B=1+3i \quad \text{et} \quad z_C=-1+i$$

a- Placer les points A, B, et C. **(0,5pt)**

b- Calculer les distances AB et BC et déterminer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC})$. **(0,75pt)**

En déduire la nature du triangle ABC. **(0,25pt)**

c- On note I le milieu du segment $[AC]$. Déterminer l'affixe z_I du point I. **(0,25pt)**

d- Déterminer puis construire l'ensemble $(\mathscr{C})$ des points M d'affixe z tels que $|z+1-3i|=2$. **(0,5pt)**

3- Soit S la similitude plane directe qui laisse invariant le point A et transforme le point C en B.

a- Déterminer l'expression complexe ainsi que les éléments caractéristiques de S. **(1pt)**

b- Déterminer et construire l'ensemble $(\mathscr{C}')$ image de $(\mathscr{C})$ par S. **(0,5pt)**

EXERCICE 2 : (5points)

1- On lance une fois un dé tétraédrique à quatre faces numérotées 1, 2, 3, et 4.

On s'intéresse au numéro de la face cachée. Pour $k\in\{1;2;3;4\}$, on note P_k la probabilité pour que le numéro de la face cachée soit égal à k.

Le dé est truqué de telle sorte que les probabilités P_1, P_2, P_3 et P_4 vérifient les conditions suivantes :

$$P_2=\frac{1}{2}P_1=\frac{1}{3}P_3 \quad \text{et} \quad P_4=2P_1$$

Démontrer que $P_1=\frac{1}{5}$. En déduire les probabilités P_2, P_3 et P_4. **(1,25pt)**

2- On lance deux fois de suite ce même dé.

a- Calculer la probabilité de l'événement
A : « le produit des deux numéros des deux faces cachées est égal à 4 ». **(0,75 pt)**

b- On désigne par a le numéro de la face cachée au premier lancer et par b le numéro du deuxième.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre $|b-a|$.

- Donner la loi de probabilité de X. **(1,25pts)**
- Calculer l'espérance mathématique E(X) de X. **(0,5pt)**

3- On lance quatre fois de suite et d'une manière indépendante ce dé.
Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de fois où la face n°1 est cachée.

a- Calculer la probabilité de l'événement $(Y \geq 1)$. **(0,75pt)**

b- Calculer E(Y) et V(Y). **(0,5pt)**

PROBLEME : (10points)

On considère la fonction numérique f définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = -x + 3 + \frac{(-1+\ln x)}{x}$$

On note par ($\mathscr{C}$) sa courbe représentative dans un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'unité 1 cm.

1- Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

a- Etudier le sens de variation de g sur $]0;+\infty[$. **(1pt)**

b- Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution réelle unique α telle que $\alpha \in]1,2;1,4[$. **(0,5 pt)**

c- En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. **(0,5 pt)**

2- a- Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat. **(0,5+0,25pt)**

b- Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. **(0,5pt)**

c- Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 3$ est asymptote oblique à ($\mathscr{C}$). **(0,5 pt)**

d- Etudier la position relative de ($\mathscr{C}$) par rapport à (D). **(0,5 pt)**

3- a- Montrer que, pour tout $x \in]0;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{-g(x)}{x^2}$ **(0,75 pt)**

b- Démontrer que $f(\alpha) = \dfrac{-2\alpha^2 + 3\alpha + 1}{\alpha}$. **(0,5 pt)**

c- Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $]0;+\infty[$. **(0,75 pt)**

4- a- Déterminer les coordonnées du point A de ($\mathscr{C}$) où la tangente (T) est parallèle à (D). **(0,75 pt)**

b- Construire (T), (D) et ($\mathscr{C}$). (On prendra $\alpha \simeq 1,3$ pour la construction). **(1,75 pts)**

5- Calculer, en cm^2, l'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan délimité par la courbe ($\mathscr{C}$), la droite (D) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$. **(1,25 pts)**

<u>On donne</u> : $e \simeq 2,71$; $e^2 \simeq 7,38$; $\frac{1}{e^2} \simeq 0,13$