

Systèmes : série n° 1

Exercice 1

Résoudre les systèmes d'équations suivantes par la méthode de substitution :

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 3y = 2 \end{cases} &
 \text{b) } \begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases} &
 \text{c) } \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \\ 2x + y = -2 \end{cases} &
 \text{d) } \begin{cases} \frac{2x-1}{3} - 2y = 0 \\ x - \frac{y+2}{5} = 2 \end{cases}
 \end{array}$$

Exercice 2

Résoudre les systèmes d'équations suivantes par combinaison linéaire :

$$\begin{array}{llllll}
 \text{a) } \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases} &
 \text{b) } \begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases} &
 \text{c) } \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = -1 \end{cases} &
 \text{d) } \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases} &
 \text{e) } \begin{cases} \frac{2}{3}x - 4y = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}x + 2y = \frac{5}{3} \end{cases}
 \end{array}$$

Exercice 3

a) Tracer les droites d'équations respectives $2x - y = 0$ et $x + y = 1$. En déduire la solution du système

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

Mêmes questions avec les droites (D_1) et (D_2) suivantes :

$$\text{a) } (D_1) : 2x - 3y = -1 \text{ et } (D_2) : 3x + y = 1 \quad ; \quad \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } (D_1) : x = y - 2 \text{ et } (D_2) : 2x - 2y = 1 \quad ; \quad \begin{cases} x = y - 2 \\ 2x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } (D_1) : -2x = -y - 2 \text{ et } (D_2) : 4x - 2y = 4 \quad ; \quad \begin{cases} -2x = -y - 2 \\ 4x - 2y = 4 \end{cases}$$

Exercice 4

Résoudre dans \mathbb{R}^2 les systèmes d'équations suivants :

$$1) \begin{cases} \frac{2x+3y}{3} - \frac{4x-3y}{6} = 1 \\ \frac{3x-2y}{3} - \frac{5x-3y}{2} = 3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + (\sqrt{2}-1)y = \sqrt{2} \\ ((\sqrt{2}+1)x + y)\sqrt{2} = \sqrt{6} \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{1}{x} - y = 1 \\ \frac{2}{x} + y = 2 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = 2 \\ -\frac{7}{x} + \frac{5}{y} = \frac{-1}{12} \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{x+1}{x} - y = 1 \\ \frac{x+1}{x} + y = 3 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} \sqrt{x+4}\sqrt{y-8} = 0 \\ 3\sqrt{x-5}\sqrt{y-7} = 0 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 2x^2 - y = 1 \\ x^2 + y = 2 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} x - y^2 = 1 \\ x + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} 2x^2 - 3y^2 - 6 = 0 \\ x^2 + 4y^2 - 25 = 0 \end{cases}$$

Exercice 5

Résoudre dans \mathbb{R}^2 les systèmes d'équations suivants en prenant l'une des inconnues comme paramètre :

$$1) \begin{cases} 2x + y - z - 1 = 0 \\ x + 2y - 3z - 4 = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x + y + 2z = -3 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} -x + y - z - 3 = 0 \\ x + 5y - 3z - 8 = 0 \end{cases}$$

Exercice 6

Résoudre graphiquement les systèmes d'inéquations suivants :

$$1) \begin{cases} x + y > 0 \\ 2x - y < 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y < 2x + 1 \\ x < 2 \\ y > -1 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y - 1 < 0 \\ x - y > -2 \\ x + y < 1 \end{cases}$$

$$4) -1 \leq 2x - y \leq 2$$

Exercice 7

Définir à l'aide d'un système d'inéquations les domaines non hachurés :

