Baccalauréat professionnel et technique session 2014 (partiel)

Exercice résolu

Réussir à appliquer dans un exercice les différentes lois de la dynamique du programme de terminale

-2ème loi de Newton

-théorème de l'énergie cinétique

-loi de conservation de l'énergie mécanique.

Partie B :

NB : La figure sera reproduite et complétée au fur et à mesure.

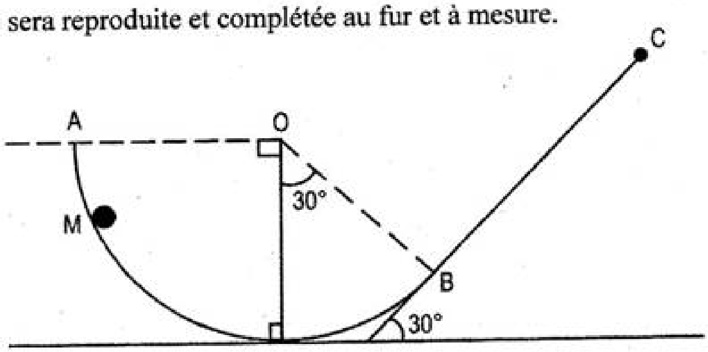


Figure 2

On considère une piste ABC comme l'indique la figure 2.

- AB : un arc de cercle de centre O et de rayon r= 0,5m
- BC : une partie rectiligne.

A, B et C sont dans un plan vertical.

Une bille M, supposée ponctuelle de masse m= 100g ,est lancée à partir du point A avec une vitesse $\overrightarrow{V_A}$ tangente à la trajectoire (V_A=$2ms^{-1}$).

1. Calculer au point B :
   a) la vitesse V_B de la bille. **(1pt)**
   b) l'intensité de la réaction exercée par la piste sur la bille. **(1pt)**
2. Calculer la distance BC pour que la bille arrive en C avec une vitesse nulle. **(1pt)**

Dans tout le problème, les frottements sont négligeables et g=10m.s^{-2}.

Conseil : vérifier l'homogénéité des unités des formules littérales obtenues avant d'effectuer leur application numérique

Correction détaillée

1.a Calcul de la vitesse en B:

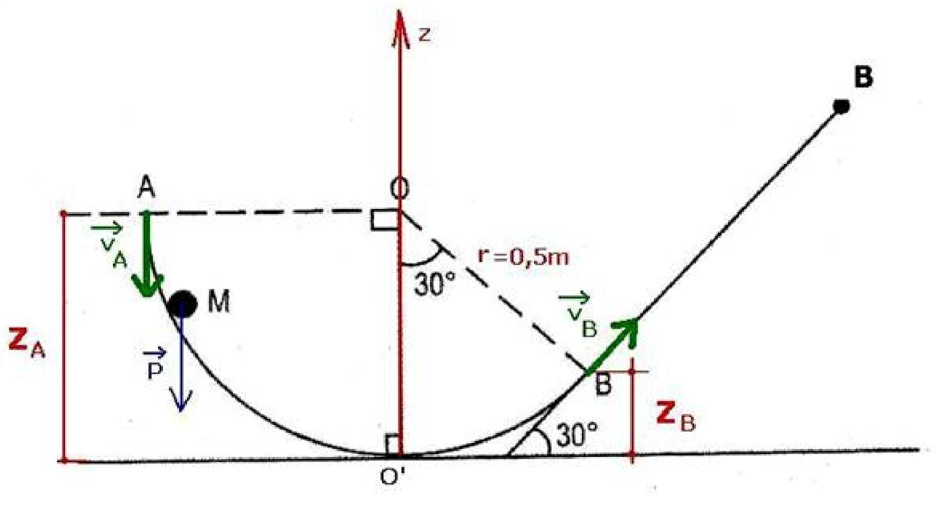
Désignons par **Ep(A)**, **Ep(B)**, les énergies potentielles du système {bille, Terre} aux points A et B et par **Ec(A)** et **Ec(B)** les énergies cinétiques de translation en ces mêmes points (la bille étant considérée ponctuelle, il n'y a pas lieu de considérer l'énergie de rotation)

En l'absence de frottements, l'énergie mécanique E_m se conserve au cours du mouvement, soit:

$E_m(A)=E_m(B)$

soit Ec(A) + Ep(A)=Ec(B) + Ep(B) (1)

Choisissons comme origine des énergies potentielles le plan horizontal passant par O' (voir fig. ci-dessous);



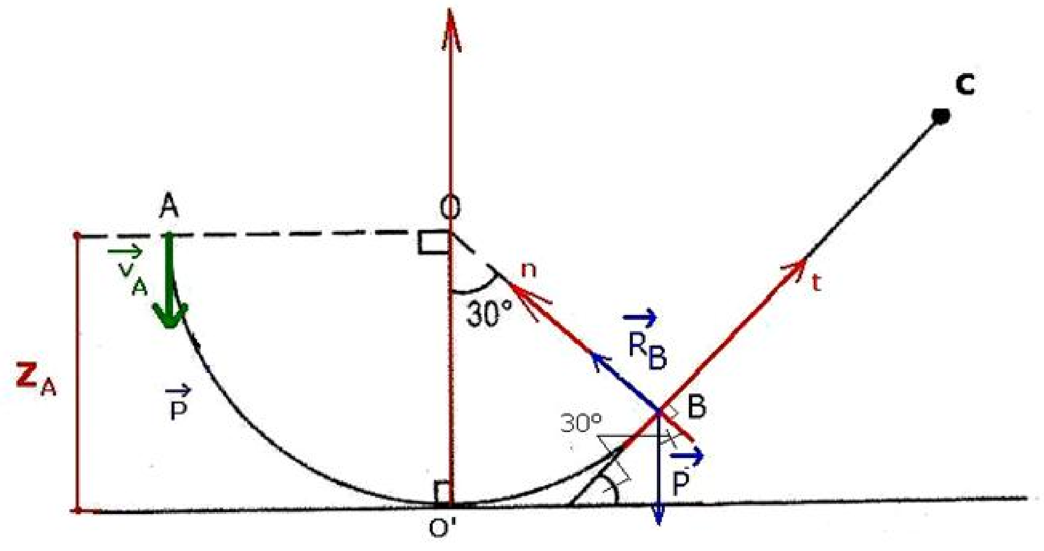
La relation (1) s'écrit alors:

$$\frac{1}{2}m.v_A^2 + m.g.z_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + m.g.z_B \quad \text{avec} \quad z_A = r \text{ et } z_B = r - r.\cos 30° = r(1 - \frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 2g(z_A - z_B)} = \sqrt{v_A^2 + 2.g.r\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{2^2 + 2.10.0{,}5.\frac{\sqrt{3}}{2}} = 3{,}56 m.s^{-1}$$

$$\text{Homogénéité} : \sqrt{(m.s^{-1})^2 + m.s^{-2}.m} = m.s^{-1}$$

1.b Calcul de la valeur de la réaction au point B:



Bilan des forces sur la bille au point B:
Elle est soumise:
- à son poids $\vec{P}$ vertical descendant
– à la réaction $\vec{R}_B$ normale à la piste en l'absence de frottements

Relativement au référentiel Terre galiléen, nous pouvons écrire:

$$\vec{P} + \vec{R}_B = m.\vec{a}$$

Le vecteur «a» étant l'accélération du point mobile au point B

Projetons cette relation sur l'axe tangent et l'axe normal à la trajectoire

$$\text{axe tangent } : -m.g.\sin 30° = m.a_T$$

$$\text{axe normal} : - mg.\cos 30 + R_B = m.a_N = m.\frac{v_B{}^2}{r}$$

$$\Rightarrow R_B = m\frac{v_B{}^2}{r} + mg.\cos 30° = m(\frac{v_B{}^2}{r} + g.\cos 30°) = 0{,}1(\frac{3.56^2}{0{,}5} + 10.\frac{\sqrt{3}}{2}) = 3{,}4N$$

$$\textit{Homogénéité} : kg.(m.s^{-2}) = N$$

2-Calcul de la distance BC pour que la bille arrive en C avec v_C=0:

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre B (état initial) et C (état final) qui s'applique dans le référentiel Terre galiléen:

La variation d'énergie cinétique entre les deux états est égale à la somme des travaux des forces agissant sur le mobile.

La réaction normale n'effectuant aucun travail, le théorème s'écrit:

(Remarque: variation = état final –état initial)

$$\Delta Ec_{(B\to C)} = W(\vec{P})_{(B\to C)}$$

$$0-\frac{1}{2}.mv_B{}^2 = -m.g.\sin 30^\circ \times BC$$

$$\Rightarrow BC = \frac{v_B{}^2}{2.g.\sin 30} = \frac{3{,}56^2}{2.10.0.5} = 1{,}27m$$

$$Homogénéité : \frac{(m.s^{-1})^2}{m.s^{-2}} = m$$