Oscillations forcées RLC série: TC (Bac madagascar 2005)

Exercice sur 2,25 points

B – Un circuit comprend un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L et de résistance R = 80 Ω.

Figure 2

L'ensemble du circuit est soumis à une tension sinusoïdale u telle que $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$ avec U = 100 V et, parcouru par un courant d'intensité efficace I = 0,5 A. La tension efficace aux bornes du condensateur vaut U_C = 120 V.

1 – Calculer l'impédance Z du circuit. (0,50 pt)

2 – Sachant que l'impédance du condensateur est supérieure à celle de la bobine, calculer la phase φ de la tension u(t) par rapport à l'intensité i(t). (0,75 pt)

3 – On désigne par φ_B la phase de la tension aux bornes de la bobine par rapport à l'intensité du courant. Trouver la valeur de φ_B à l'aide du diagramme de FRESNEL. (1,00 pt)

Correction

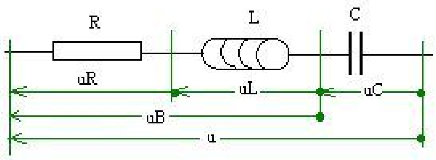
1-calcul de l'impédance:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{100}{0.5} = 200\Omega$$

2- $\frac{1}{C\varpi} \succ L\varpi$

La tension u est en retard sur i

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \phi = -Ar\cos(\frac{R}{Z}) = -Arc\cos(\frac{80}{200}) = -Arc\cos(0.4) = -1,159rad = -66°,4$$



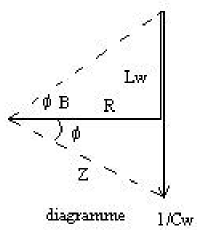
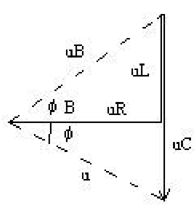


diagramme d'impédances



vecteurs associés tensions

3-

$$\frac{1}{C\omega}=\frac{Uc}{I}=\frac{120}{0.5}=240\Omega....or.....\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2=Z^2-R^2...\Rightarrow L\omega-\frac{1}{C\omega}=\pm\sqrt{Z^2-R^2}$$

Comme: $\frac{1}{C\omega}\succ L\omega$

Les diagrammes de Fresnel en impédance ou en vecteurs associés aux tensions permettent d'écrire:

$$L\omega-\frac{1}{C\omega}=-\sqrt{Z^2-R^2}\Rightarrow L\omega=\frac{1}{C\omega}-\sqrt{Z^2-R^2}=240-\sqrt{200^2-80^2}=56{,}7\Omega$$

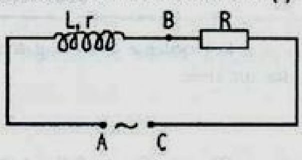
$$\tan\phi_B=\frac{L\omega}{R}\Rightarrow\phi B=Arc\tan(\frac{L\omega}{R})=Arc\tan(\frac{56.7}{80})=+35.3°$$

Exercice sur 4 pts

Entre deux points A et C d'un circuit, on place en série :

- entre A et B une bobine d'inductance L et de résistance r,
- entre B et C un conducteur ohmique de résistance R.

Un générateur de tension sinusoïdale délivre un courant $i(t) = I_m \sin \omega t$ entre A et C.



On désigne par : φ la phase de la tension $u_{AC}(t)$ par rapport à i(t) ;
Z_1 l'impédance de la portion (A,B) ;
φ_1 la phase de $u_{AB}(t)$ par rapport à i(t).

Les mesures des tensions efficaces entre les différents points ont donné :

$U_{AB} = U_{BC} = 70V$ et $U_{AC} = 70\sqrt{3}$ V.

1.- Exprimer :

a) $u_{AB}(t)$ en fonction de Z_1, I_m, ω et φ_1. (0,25 pt)

b) $u_{BC}(t)$ en fonction de R, I_m, ω . (0,25 pt)

2.- Construire le diagramme de Fresnel en tensions efficaces relatif à cette expérience. (0,50 pt)

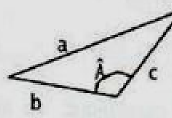
3.- Calculer φ et φ_1. (1,00 pt)

4.- On donne R = 100 Ω.

a) Calculer Z_1, r, L si $\omega = 100\pi$ rad s^{-1}. (1,50 pt)

b) Donner l'expression de $u_{AC}(t)$. (0,50 pt)

N.B. : Dans un triangle quelconque de côtes a, b, c :



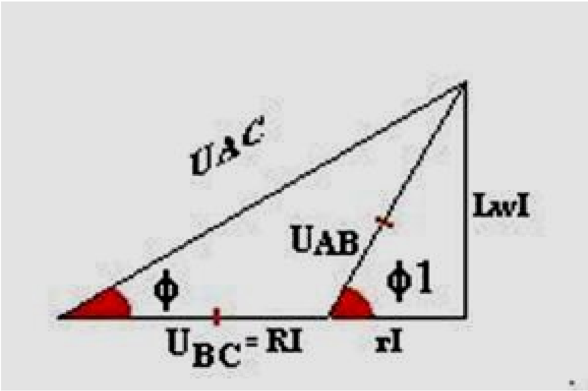
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$.

Correction:

1-a- $u_{AB(t)}=Um_{AB}.\sin(\omega t+\phi 1)=Z_1.Im.\sin(\omega t+\phi 1)$

b- $u_{BC(t)}=R.i(t)=RIm.\sin\omega.t$

2-construction de Fresnel:



Calcul de ϕ et ϕ_1:

D'après figure ci-dessus:

$U_{AB}{}^2=U_{AC}{}^2+U_{BC}{}^2-2.U_{AC}.U_{BC}.\cos\phi$.

$70^2=3*70^2+70^2-2.70.70.3^{0.5}\cos\phi$.

Après simplification, il vient:

$$\cos\phi=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\phi=Ar\tan(\frac{\sqrt{3}}{2})\Rightarrow\phi=0.71rad=40{,}9°$$
$$\phi 1=2.\phi=1{,}42rad=81{,}8°$$

4-

a/ $Z_1=U_{AB}/I=(U_{AB}/U_{BC}).R=(70/70)100=100$ohms

$(R+r)I=U_Ac.\cos\phi$ d'où : $r=(U_{AC}.\cos\phi/I)-R$ = 50ohms.

$L\omega.I=U_{AB}.\sin\phi 1$ d'où L=0.315H

b/ $u_{AC}=70.6^{0.5}.\sin(100\pi t + 0.71)$