1. Comment passer de la forme algébrique à la forme trigonométrique ?

Soit $z = x + \mathrm{i}y$, $z \neq 0$

On calcule $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

On met en facteur $|z|$, on obtient : $z = \sqrt{x^2+y^2}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} + \mathrm{i}\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$

On a donc : $\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ et $\sin\theta = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

Les deux dernières égalités déterminent θ à $2\mathrm{k}\pi$ près.

2. Comment montrer qu'un nombre complexe z est réel ?

Pour que le complexe z soit un nombre réel, il faut et il suffit qu'une des propriétés suivantes soit vérifiée :

- La partie imaginaire de z est nulle
- $z = \overline{z}$
- $\arg z = 0$ ou $\arg z = \mathrm{k}\pi$, avec k entier relatif.

3. Comment montrer qu'un nombre complexe z est un imaginaire pur ?

Pour que le complexe z soit un imaginaire pur, il faut et il suffit qu'une des propriétés suivantes soit vérifiée :

- La partie réelle de z est nulle
- $z = -\overline{z}$
- $z \neq 0$ et $\arg z = \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

4. Comment prouver l'alignement ?

Les trois points A, B et C d'affixes respectives a, b et c sont alignés si l'une des propriétés suivantes est vérifiée :

- $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ sont colinéaires (il existe un réel k tel que $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \mathrm{k}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$)
- Il existe un réel k tel que $(c - a) = \mathrm{k}(b - a)$
- $\frac{c-a}{b-a}$ est un nombre réel.
- $(\overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AC}}) = \arg\frac{c-a}{b-a} = \mathrm{k}\pi$, avec k entier relatif.

5. Comment prouver l'orthogonalité ?

Les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ sont orthogonaux si l'une des propriétés suivantes est vérifiée :

- $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}} = 0$
- $\frac{c-a}{b-a}$ est un imaginaire pur.
- $(\overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AC}}) = \arg\frac{c-a}{b-a} = \frac{\pi}{2} + k\pi$, avec k entier relatif.