NUMERATION

Exercice

Dans un système de base inconnue a, $\overline{63}+\overline{77}=\overline{162}$ *. Déterminer la base a.*

Les nombres $\overline{63}$, $\overline{77}$ et $\overline{162}$ écrits dans le système de base a ont pour valeur :
$\overline{63}$ = 6a + 3 ; $\overline{77}$ = 7a + 7 et $\overline{162}$ = a^2 + 6a +2.
Alors, (6a + 3) + (7a + 7) = a^2 + 6a +2
C'est-à-dire a^2 - 7a – 8 = 0. Les racines sont a_1 = -1 et a_2 = 8.

Comme le chiffre 7 apparaît dans le nombre $\overline{77}$, a doit être supérieur à 7. Donc, seule la racine a = 8 convient.

Exercice

Les nombres dix et onze du système décimal sont représentés respectivement par α et β .

Montrer, sans passer par l'intermédiaire du système décimal, que le nombre qui s'écrit $\overline{\alpha 0408\beta}$ dans le système à base douze est divisible par onze.
Écrire ce nombre dans le système à base dix.

Exprimons le nombre d'unités simples égal au nombre $\overline{\alpha 0408\beta}$, en remarquant que la base du système duodécimal est égale à β + 1 :

$$N=\alpha(\beta+1)^5+4(\beta+1)^3+8(\beta+1)+\beta.$$

En développant cette expression, et en regroupant les termes en de β tous les degrés, on peut écrire:

$$N=\beta(a\beta^4+b\beta^3+c\beta^2+d\beta+e)+\alpha+12$$

ou : $N=k.\beta+\alpha+12$

De plus, en remarquant que α + 1 = β = 11, on a : α + 12 = α + 1 + 11= 2β .
D'où N = k '.β .
Ainsi, N est divisible par β , c'est-à-dire par onze.

N s'exprime dans la base 10 par : N = 10 x 12^5+ 4 x 12^3+ 8 x 12 + 11,
Soit N = 2 495 339 1