Principe du spectrographe de masse

Le rôle de l'appareil est de séparer les différents isotopes d'un même élément. Il faut d'abord ioniser les atomes dans une chambre. Les ions sont alors accélérés par un champ électrique puis déviés par un champ magnétique. Cette déviation est différente suivant l'isotope, ce qui permet de les séparer. Après séparation, les particules sont collectées. Un comptage électronique des impacts permet d'en déduire les proportions relatives de chaque isotope dans un échantillon donné.

Enoncé(bac C 2008 partiel):

ELECTROMAGNETISME:

On suppose que les ions se déplacent dans le vide et que leur poids est négligeable devant les autres forces.

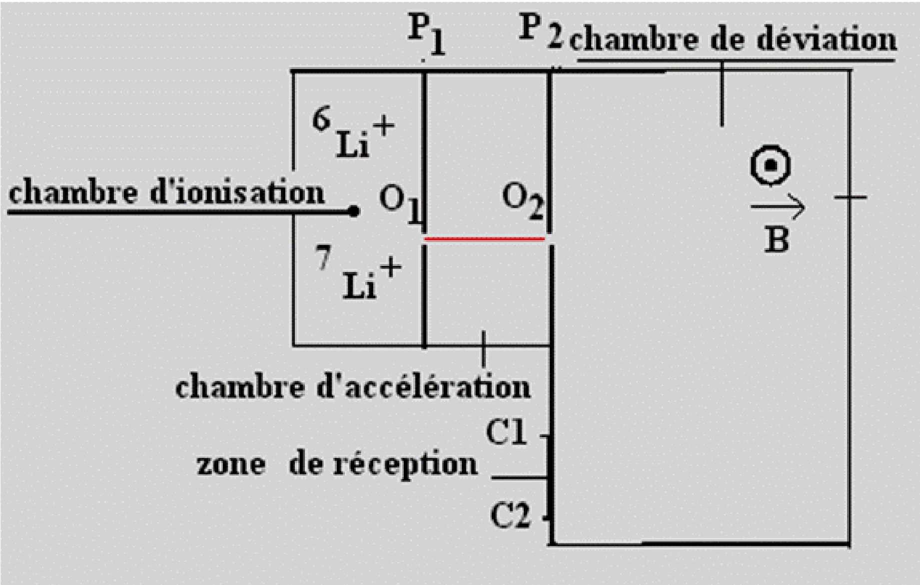


FIG 1 spectrographe de masse

A l'aide du spectrographe de masse schématisé par la figure 1, on se propose de séparer les ions $^6Li^+$ et $^7Li^+$ de même charge q et de masses respectives m_1 et m_2. En O_1, la vitesse des ions est pratiquement nulle; ils sont accélérés par la tension $U=V_{P1}-V_{P2}$ appliquée entre les plaques P_1 et P_2. Ils pénètrent ensuite en O_2, dans un champ magnétique uniforme **B** perpendiculaire au plan de la figure.

1) Exprimer littéralement les vitesses v_1 et v_2 des deux ions en O_2 en fonction de U, q et de leurs masses respectives m_1 et m_2. (1,00 pt)

2) Dans le champ magnétique **B**, on admet que les ions sont animés d'un mouvement circulaire uniforme. Exprimer littéralement les rayons R_1 et R_2 de leurs trajectoires en fonction de U, q, B et de leurs masses respectives m_1 et m_2. (1,00 pt)

3) Les deux ions sont collectés en C_1 et C_2. Calculer la distance C_1C_2. (0,50 pt)

On donne: $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ; $U = 10^4$ V; $B = 0{,}2$ T;

$m_1 = 6$ u ; $m_2 = 7$ u

$1u = 1{,}67.10^{-27}$ kg.

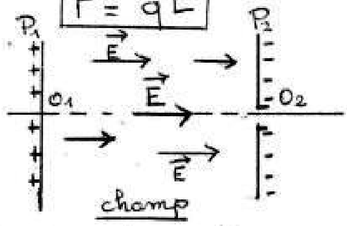
Correction

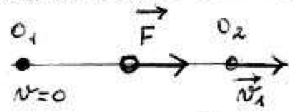
1-Application du théorème de l'énergie cinétique entre O1et O2:

L'espace entre les plaques P_1 et P_2 est plongé dans un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ orienté de O_1 vers O_2 (*). Les particules de charge > 0 sont donc soumises à une force constante :

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E}}$$

(* $\vec{E}$ est orienté dans le sens des potentiels décroissants)





force électrostatique

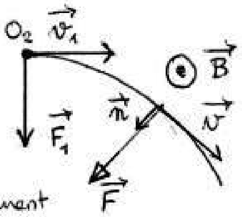
Le théorème s'écrit : $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 - 0 = W(\vec{F})(O_1 \to O_2) = q\vec{E} \cdot \overrightarrow{O_1O_2}$

$\vec{E} \cdot \overrightarrow{O_1O_2} = \|\vec{E}\| \cdot \|\overrightarrow{O_1O_2}\| = V_{P_1} - V_{P_2} = U$

unités : $(V.m^{-1})$ (m) (V) (V)

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = qU \Rightarrow \boxed{v_1 = \sqrt{\frac{2qU}{m_1}}} \text{ et } \boxed{v_2 = \sqrt{\frac{2qU}{m_2}}} \quad (1)$$

2-Rayons des trajectoires:



En pénétrant dans la chambre de déviation, la particule est soumise à la force de Lorentz

$\vec{F_1} = q\vec{v_1} \wedge \vec{B}$ ($\perp$ à $\vec{B}$ et à $\vec{v_1}$)

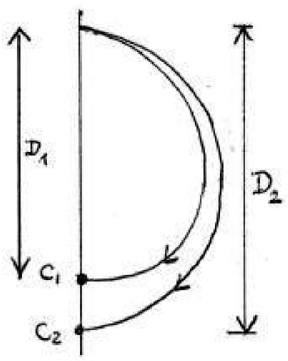
La trajectoire étant circulaire et le mouvement uniforme, cette force reste orthogonale au vecteur vitesse et l'accélération est centripète. Relation entre force et accélération :

$$\vec{F_1} = q v_1 B \vec{n} = m_1 \frac{v_1^2}{R_1} \vec{n} \quad \text{(2e loi de Newton)}$$

soit $R_1 = \frac{m_1 v_1}{qB} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2 m_1 U}{q}}$ (en tenant compte de (1))

$R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2U}{q}}\sqrt{m_1}$	$R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2U}{q}}\sqrt{m_2}$

3-Calcul de la distance C_1C_2 :



$$C_1C_2 = D_2 - D_1 = 2(R_2 - R_1)$$

$$= \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2U}{q}}\left(\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}\right)$$

$$= \frac{1}{B}\sqrt{\frac{8U}{q}}\left(\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}\right)$$

$$= \frac{1}{0{,}2}\sqrt{\frac{8 \times 10^4 \times 1{,}67 \cdot 10^{-27}}{1{,}6 \times 10^{-19}}}\left(\sqrt{7} - \sqrt{6}\right)$$

$$= 2{,}8 \times 10^{-2}\,m = 2{,}8\,cm$$