

Barycentre et Lieux Géométriques

Problème 1

Le but de ce problème est de déterminer, étant donnés deux points A et B distincts, l'ensemble des points M du plan vérifiant la relation :

$$\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\| = 3$$

1. Construire le point G barycentre du système $\{(A; 1), (B; 2)\}$.
2. En utilisant la relation de Chasles ainsi que la définition du barycentre G prouver que $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MG}$.
3. En déduire que l'ensemble des points M cherchés est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

Problème 2

Le but de ce problème est de déterminer, étant donné un triangle quelconque ABC , l'ensemble des points M du plan vérifiant la relation :

$$\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\| = 3MC$$

1. Construire le point G barycentre du système $\{(A; 2), (B; 1)\}$.
2. En utilisant la relation de Chasles et la définition du barycentre G prouver que $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MG}$.
3. En déduire que l'ensemble des points cherchés est la médiatrice d'un segment que l'on précisera.

Problème 3

Déterminer les lieux géométriques suivants :

$$\begin{aligned}\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\| &= AB \\ \|\overrightarrow{3MA} - 2\overrightarrow{MB}\| &= AM \\ \|\overrightarrow{3MA} + \overrightarrow{MB}\| &= \|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\|\end{aligned}$$