

# LIMITES ET CONTINUITÉ DE FONCTIONS

Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique Bamako

**Exercice 1:** Calculer les limites suivantes :

$$1^\circ) \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + 2x^2 + 5) ; \quad 2^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^5 - 3x^3 + 7) ; \quad 3^\circ) \lim_{x \rightarrow -\infty} (-5x^3 - 3x + 4)$$

$$4^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} (-3x^4 + 2x + 1) ; \quad 5^\circ) \lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^3 + 7x^2 + 2) ; \quad 6^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^4 - 3x^2 + 7)$$

$$7^\circ) \lim_{x \rightarrow -2} (-3x^2 + 2x + 1) ; \quad 8^\circ) \lim_{x \rightarrow -1} (3x^2 - 4x + 1) ; \quad 9^\circ) \lim_{x \rightarrow 0} (-x^2 - 2x + 4)$$

$$10^\circ) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+2}{x-5} ; \quad 11^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-5x+2}{2x-5} ; \quad 12^\circ) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+7}{x^2-5} ; \quad 13^\circ) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+7}{x^4+5}$$

$$14^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-5x^2+2x-4}{x^2+x+1} ; \quad 15^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2+2x-4}{x^3-3x+1} ; \quad 16^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3+2x-4}{x^2-5x+1}$$

$$17^\circ) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2+2x-3} ; \quad 18^\circ) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3+2x^2-5x-6}{2x^2-3x-2} ; \quad 19^\circ) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-x^2-5x-3}{x^3+4x^2+5x+2}$$

$$20^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3+5x-8}{7x^3+2x+1} ; \quad 21^\circ) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-x+1}{2x^2-5} ; \quad 22^\circ) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x^2-9|}{x-3} ; \quad 23^\circ) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2-3x+2|}{x+1}$$

$$24^\circ) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x^2+7}-4}{x+3} ; \quad 25^\circ) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2-7x+5}{x-1} ; \quad 26^\circ) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x^2+5x-12}{(x-2)(x+3)} ;$$

$$27^\circ) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} ; \quad 28^\circ) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} ; \quad 29^\circ) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}-1} ; \quad 30^\circ) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x\sqrt{x}-8}{4-x} ;$$

$$31^\circ) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+5}-2}{x-2} ; \quad 32^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2-1}-x) ; \quad 33^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+x}-x)$$

32°) Calculer la limite de  $f$  en  $+\infty$  et en  $-\infty$  dans chacun des cas suivants

$$a) f(x) = \frac{\sqrt{3x^2+1}}{3x-1} ; \quad b) f(x) = x+2+\sqrt{x^2-3x+1} ; \quad c) f(x) = \frac{\sqrt{3x^2+1}+5x}{3x-1}$$

$$d) f(x) = \sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2+1} ; \quad e) f(x) = \frac{\sqrt{3x^2+1}}{\sqrt{4x^2+3}} ; \quad f) f(x) = \frac{\left(x-\sqrt{x^2-3x+1}\right)}{2x+\sqrt{4x^2+x}}$$

$$33^\circ) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x \sin x}{1 - \cos x} \right) ; \quad 34^\circ) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x} ; \quad 35^\circ) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-x}{\sqrt{x}}$$

$$36^\circ) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3+7x-9}{-3x^2+3x+4} ; \quad 37^\circ) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \left( \frac{\sin x - \frac{1}{2}}{x - \frac{\pi}{6}} \right) ; \quad 38^\circ) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left( \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}} \right)$$

$$39^\circ) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left( \frac{\frac{1}{\cos^2 x} - 2 \tan x}{\cos(2x)} \right) ; \quad 40^\circ) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x \cos x} ; \quad 41^\circ) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{(\pi - 2x)^2}$$

### Exercice 2:

Pour chacune des fonctions suivantes donner l'ensemble de définition  $\mathcal{D}_f$  puis calculer les limites aux bornes de  $\mathcal{D}_f$ .

$$\begin{aligned} 1^\circ) \quad & f(x) = \frac{5x+1}{x-3} ; \quad 2^\circ) \quad f(x) = \frac{2x+1}{x} ; \quad 3^\circ) \quad f(x) = \frac{-x+4}{x+2} ; \quad 4^\circ) \quad f(x) = \frac{3x-2}{-x^2+1} \\ 5^\circ) \quad & f(x) = \frac{x^2-1}{x+1} ; \quad 6^\circ) \quad f(x) = \frac{2x^2+3x-2}{x^2+1} ; \quad 7^\circ) \quad f(x) = \frac{4-5x}{x^2+2x-3} \\ 8^\circ) \quad & f(x) = \frac{1}{(x-3)^2} ; \quad 9^\circ) \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-4}} ; \quad 10^\circ) \quad f(x) = \frac{2x^2+3x-2}{-x+2} \\ 11^\circ) \quad & f(x) = \frac{6x-2}{-2x+8} ; \quad 12^\circ) \quad f(x) = \frac{2x^2+3x-2}{-x^2-x+2} ; \quad 13^\circ) \quad f(x) = -3x^3+5x^2-7x \end{aligned}$$

### Exercice 3:

Soit la fonction numérique  $f$  définie par

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{2x^3+3x^2-3x-2}{3x^2+3x-6} ; \text{ si } x \neq -2 \text{ et } x \neq 1 \\ f(-2) = -1 ; \quad f(1) = 0 \end{array} \right.$$

La fonction  $f$  est-elle continue en  $x = -2$  ; en  $x = 1$  ?

### Exercice 4:

Soit la fonction numérique  $f$  définie par

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{(2+x)^2 - 4}{x} ; \text{ étudier la continuité de } f \text{ en } x = 0. \\ f(0) = 5 \end{array} \right.$$

### Exercice 5:

Soit la fonction numérique  $f$  définie par

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{x^3+3x^2+3x-7}{x-1} ; \\ f(1) = 12 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} g(x) = \sin x + \frac{\sqrt{1-\cos 2x}}{\sin x} \\ g(0) = \sqrt{2} \end{array} \right.$$

Etudier la continuité de  $f$  en  $x = 1$  ; la continuité de  $g$  en  $x = 0$ .