LE GRAND LOOPING – TEC et TCI

- Déplacement dans un plan vertical

- Mouvement circulaire non uniforme

On considérera le chariot comme une masse ponctuelle, réduite au centre d'inertie G.

On distingue 4 parties dans la trajectoire de G :

A, B, C, D sont des points de la trajectoire de D.

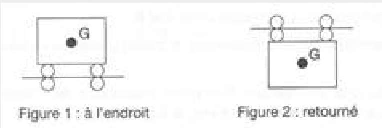


Figure 1 : à l'endroit Figure 2 : retourné

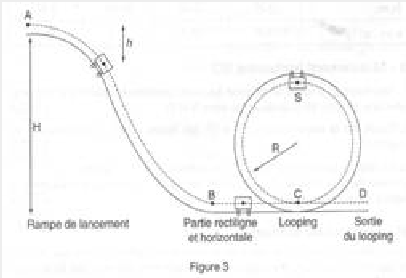


Figure 3

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du chariot d'une attraction de fête foraine.

Le chariot dispose d'un double jeu de roulettes: un premier sur les rails et un second dessous pour empêcher la perte de contact quelle que soit la situation.

Données:

Géométrie de la trajectoire de G :

- la partie AB constitue une rampe de lancement. Le point A se trouve à la hauteur H = 12,00 m au- dessus du point B,

- la partie BC est rectiligne et horizontale,

- la partie CSC constitue le « looping» : elle est assimilée à un cercle te dans un plan vertical, de rayon R = 3,80 m,
- la partie CD représente la sortie du looping.
Vitesse initiale en A : nulle.

Masse du chariot: m = 200 kg.

Frottements: on négligera les effets des frottements.

Les parties 1, 2 et 3. sont indépendantes

I - Rampe de lancement AB

1. Représenter en G sur un schéma les forces extérieures subies par le chariot pour une position de G quelconque entre A et B.

2. Indiquer quelle(s) force(s) travaille(nt) et quelle(s) force(s) ne travaille(nt)

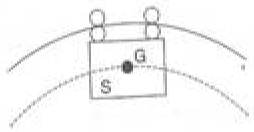


Figure 4

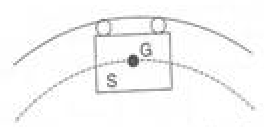


Figure 5 : roulettes de sécurité inutiles

3. On appelle h la dénivellation d'un point quelconque de la trajectoire de G ,comptée à partir de A positivement vers le bas.

Établir l'expression de la valeur v de la vitesse de G en fonction de h.

4. Vérifier les valeurs de la vitesse pour les positions de G présentées dans le tableau suivant, calculées avec 9 = 9,81 $m.s^{-2}$.

Position de G	A	B	C	S
h (m)	0,00	12,00	12,00	4,40
$v(m.s^{-1})$	0,0	15,3	15,3	9,3

II - Mouvement horizontal BC

1. Représenter en G sur un schéma les forces extérieures subies par le pour une position de G quelconque entre B et C.

2. Quelle est la valeur de la somme LF des forces extérieures appliquée au chariot?

3. En déduire la nature du mouvement du chariot sur cette partie.

Relever dans le tableau donné au 1.4. les valeurs numériques confirmation : la nature de ce mouvement.

III - Sommet du looping

On suppose a priori que la valeur de la vitesse est suffisante pour que, le point G passant en S, le chariot reste « plaqué» aux rails, les roulettes de devenant du coup inutiles.

On se propose de vérifier cette hypothèse.

1. Reproduire le schéma de la figure 5 et le compléter en représentant en G les forces extérieures appliquées au chariot; on tiendra compte de l'hypothèse formulée ci-dessus.

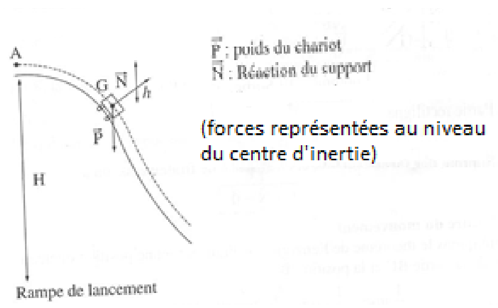
2. a. Indiquer la direction, le sens et la valeur de l'accélération as du point G passant en S ?
Comparer $\vec{a}$s et $\vec{g}$.
b. Appliquer le théorème du centre d'inertie au chariot lorsque IG se trouve en S.

En déduire l'expression de la réaction normale des rails N en fonction de m, $\vec{g}$ et $\vec{a}_S$.
c. En déduire le sens de N et vérifier l'hypothèse du « chariot plaqué» sur les rails.

CORRIGE

I- Rampe de lancement AB

1) Schéma



2. Le poids $\vec{P}$ travaille: c'est un travail de pesanteur. La réaction N étant toujours perpendiculaire au déplacement ne travaille pas (les forces de frottements sont négligeables).

3. Expression de la vitesse de G

Appliquons la théorème de l'énergie cinétique ou chariot entre une position quelconque et la position de départ A.

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_A{}^2 = \sum travaux\,des\;forces\,appliqées$$

Or $v_A = 0, donc$ $\quad \frac{1}{2}mv^2 = mgh$

Soit: $v = \sqrt{2gh}$

4. Vérification

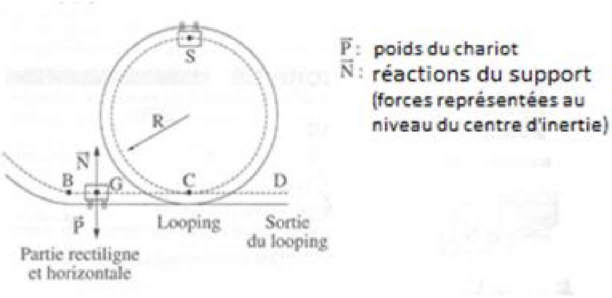
avec h_B=12m et g=9,8ms^{-2}

on obtient: $\mathbf{V_B=15{,}34ms^{-2}}$

ce qui est conforme à la valeur du tableau.

II- Mouvement horizontal BC

1- Schéma



2. Somme des forces extérieures

Dans le repère du laboratoire, et en absence des Frottements, on a:

$$\overrightarrow{P} + \overrightarrow{N} = \vec{0}$$

$\vec{P}$ et $\vec{R}$ étant perpendiculaires au déplacement, leurs travaux sont nuls:

D'où: $v=v_B=cste$

La trajectoire étant rectiligne, le mouvement du chariot sera rectiligne uniforme.

Dans le tableau, on a : $v_C = v_B = 15,3 m/s$, ce qui confirme la conclusion précédente.

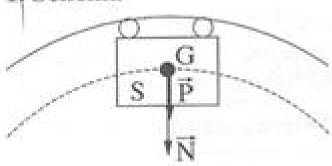
3. Nature du mouvement

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre une position quelconque de la partie BC et la position B :

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_B{}^2 = \sum travaux\ des\ forces$$

III- Sommet du looping

1. Schéma



$\vec{P}$: poids du chariot
$\vec{N}$: réaction du support
(forces représentées au niveau du centre d'inertie).

où représente l'accélération normale en S et l'accélération tangentielle en S.

On a: et

En S, la vitesse v_S est minimale, donc: =0

D'où

Ce qui donne la représentation suivante:

On a:

2-Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au chariot entre les positions C et S:

(Travail de $\vec{P}$=-mgH' avec H'=2R; travail de $\vec{N}$ = 0 car est perpendiculaire au déplacement).

D'où:

Soit:

Or:

Donc:

A.N: $g = 9,81 ms^{-2}$, $H = 12m$, $R = 3,8m$

3- Appliquons le théorème du centre d'inertie en S:

D'où

Par projection sur une verticale descendante, on obtient:

$N = m (a_S - g)$

A.N.: $m = 200kg$; $a_S = 22,7 ms^{-2}$; $g = 9,81 ms^{-2}$

N = 2580N.

4- N>0 donc a bien le sens de : le chariot est bien «plaqué» sur les rails.