Champ de pesanteur

Chute libre avec vitesse initiale quelconque

1/ Un projectile est lancé à partir d'un point o,origine d'un repère. $(O;\vec{i};\vec{j},\vec{k})$

Le vecteur vitesse initiale $\vec{v_o}$ est dans le plan $(\vec{i};\vec{k})$et fait un angle α avec $\vec{i}$, vecteur unitaire appartenant au plan horizontal de côte zéro; le champ de pesanteur est $\vec{g} = -g.\vec{k}$

Les équations du mouvement s'écrivent:

$\dot{x} = v_0.cos\alpha;\ x = (v_0.cos\alpha).t$;

$\dot{z} = v_0.\sin\alpha - g.t;\ z = (v_0.\sin\alpha).t - \frac{1}{2}g.t^2$.

a) Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile.

b) Calculer la flèche, c'est-à-dire l'altitude z_M maximale atteinte.

c) Calculer la portée, c'est-à-dire l'abscisse du point où la trajectoire recoupe l'axe *(x'x)* .

d) Pour quelle valeur de α la portée est-elle maximale?

2/ La « grosse Bertha », utilisée par les artilleurs allemands en 1918 pour bombarder Paris, avait une portée maximale de 120 km pour un angle de tir égal à 45°.
En utilisant les résultats de l'exercice précédent:

a) Déterminer la vitesse théorique de l'obus de masse 104 kg à la sortie du fût.

b) Déterminer la flèche théorique.

c) En réalité, la vitesse à la sortie du fût était de 1 600 m.s^{-1} et la flèche de 19 000 m. Conclure.

3/ Plan incliné

Un mobile de masse *m* peut glisser sans frottements sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.

Lancé avec un vecteur vitesse initiale $\vec{v_o}$ faisant un angle β avec les horizontales du plan, il est animé d'un mouvement de translation.

a) - Effectuer le bilan des forces appliquées au solide.

- Exprimer le vecteur accélération.

- Quelle est la nature du mouvement?

b) Soit un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j}, \vec{k})$avec:
- $\vec{i}$ horizontal et $(\vec{v_o}; \vec{i}) = \beta$
- $\vec{j}$ parallèle aux lignes de plus grande pente et orienté vers le haut;
- $\vec{k}$ normal au plan et orienté vers le haut;
- O est la position initiale du centre d'inertie.
    - Donner les équations horaires du mouvement dans ce repère.
    - En déduire l'équation de la trajectoire du centre d'inertie.

Indiquer la nature de la trajectoire.

c) - Choisir $vo_x = 10$ m .s $^{-1}$ et compléter le tableau ci -dessous à l'aide du logiciel:

Vo_z (m.s^{-1})	flèche (m)	portée (m)	t_m (s)
10			
20			
30			
40			
50			

- Quelle particularité constate-t-on, concernant la flèche de la trajectoire? Justifier- la.

Mêmes questions pour la portée et pour la date t_m

d) - À quelle date le centre d'inertie est-il au sommet sa trajectoire ?
- Quelles sont alors ses coordonnées?

Données: $\alpha = 20°$; $\beta = 40°$ et $v_o = 2$ m.s^{-1} .

réponse.

- Quelle particularité constate-t-on, concernant la flèche de la trajectoire? Justifier- la.

Mêmes questions pour la portée et pour la date t_m

UTILISATION DES ACQUIS

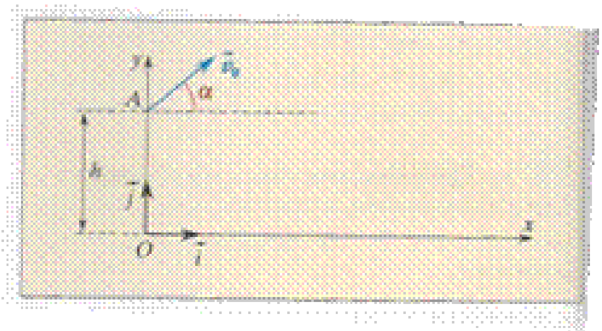
4/ Lancement d'une fléchette

Un expérimentateur étudie le mouvement du centre d'inertie G d'une fléchette sortant de l'extrémité du canon d'un pistolet. Lorsque la fléchette sort du canon, le centre d'inertie passe en A avec une vitesse initiale $\vec{v_o}$

de valeur vo indépendante de l'orientation du canon dans l'espace

Donnée: g = 10 m.s- 2 .

a) A_2 Étude théorique, dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, établir les équations paramétriques x(t) et y(t) du centre d'inertie G de la fléchette animée d'une vitesse initiale $\vec{v_o}$ faisant un angle α avec l'horizontale (à l' origine des dates, G est en A). En déduire l'équation de la trajectoire.



b) Tirs expérimentaux

Pour déterminer vo, un expérimentateur fait les deux essais suivants:

- C_1 Tir vertical

Le canon du pistolet est vertical et son extrémité A située à h_1 = 2,05 m du sol. L'expérimentateur tire vers le haut et constate que la fléchette tombe sur le sol 4,1s :
après son départ. Calculer v_o.

- C_1 Tir horizontal

Le canon est horizontal, son extrémité A est à une altitude h_2 = 1,5 m d'un point 0 du sol situé sur la verticale de A . L'expérimentateur tire et constate que la fléchette tombe sur le sol horizontal en un point B
que OB = L = 10,95 m. Calculer v_o.

5 / Sur un plan incliné

Sur un plan incliné d'un angle a par rapport à l'horizontale, un mobile de masse m glisse sans frottements. Le mobile est lancé avec une vitesse initiale $\vec{v_o}$ faisant angle β avec une direction horizontale du plan incliné

On désigne par A la position initiale du centre d'inertie, dont le mouvement est repérée par une table à digitaliser.

Les coordonnées du centre d'inertie, dans le repère $(A,\vec{i},\vec{j})$ avec $\vec{i}$ dirigé selon l'horizontale du plan et $\vec{j}$ selon la ligne de plus grande pente et vers le haut, sont saisies par un ordinateur qui calcule en outre les valeurs des coordonnées du vecteur vitesse à différentes dates.

a) Exprimer l'accélération du centre d'inertie du mobile, puis les équations horaires du mouvement.

b) Déterminer l'équation de la trajectoire.

c) L'ordinateur donne:

A la date 0,1s: x= 5,64 cm, y= 3,96 cm,

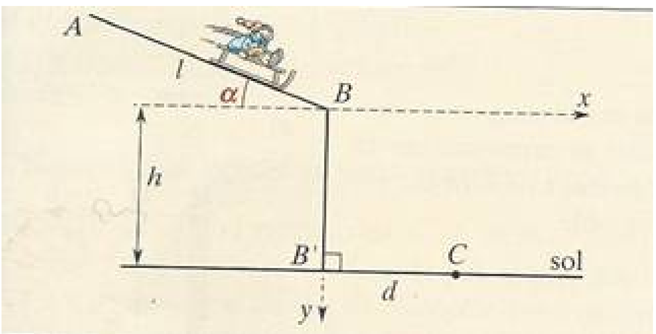
V_x = 0,564 m.s^{-1} et V_y= 0,229 m.s^{-1} ;

A la date 0,3s: x = 16,92 cm, y = 18,45 cm,

v_x = 0,564m.s^{-1} et V_y=- 0,441m.s^{-1}.

A partir de ces données, calculer les valeurs de la vitesse initiale V_c de l'angle β et de l'angle α.

6/ Mouvement d'une luge



Une luge part sans vitesse initiale et glisse sans frottements le long d'une piste rectiligne AB de longueur 1 faisant un angle a = 20° avec le plan horizontal.

1) Représenter les forces appliquées à la luge lors de ce mouvement.

Quelle est la nature de ce dernier? Exprimer son accélération

2) Préciser la direction et le sens du vecteur vitesse $\vec{v_B}$ de la luge au point B.

Exprimer en fonction de g, α et l.

La luge quitte la piste en B avec la vitesse $\vec{v_B}$ et tombe en chute libre sur le sol horizontal.

a) Établir l'équation de la trajectoire du centre d'inertie de la luge dans le repère indiqué sur la figure (attention (B_y) est orienté vers le bas.

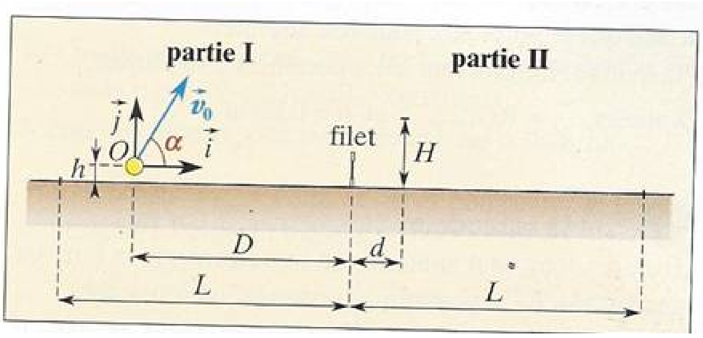
b) On donne BB' = h = 1,2 m . Calculer la longueur l que le mobile a parcourue sur le plan incliné, sachant qu'il touche le sol en un point C tel que B'C = d = 1 m.

7/ Le joueur de tennis

Dans tout l'exercice la balle de tennis sera assimilée à un point matériel, on négligera la résistance de l'air sur la balle et l'on supposera la surface de jeu parfaitement horizontale. Un joueur de tennis, situé dans la partie I du court, tente de lober son adversaire (faire passer la balle au- dessus de ce dernier).

Celui-ci est situé à une distance d = 2,00 m derrière le filet, dans la partie II du court, juste en face du joueur. Le joueur frappe la balle alors que celle-ci est en 0, à la distance D= 9,00 m du filet et à la hauteur h = 0,500 m au-dessus du sol. La balle part avec une vitesse $\vec{v_0}$ (v_0= 12,0 m.s-^{1}) inclinée d'un angle a=60° par rapport au sol, dans le plan perpendiculaire au filet (plan de la figure ci-dessous).

Donnée: g=9,80m.s-^{2}.



1) a) Établir, dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, l'équation littérale de la trajectoire de la balle, après le choc sur la raquette.

b) En utilisant les valeurs numériques du texte, écrire l'équation $y(x)$. Elle sera utilisée pour résoudre la suite de l'exercice.

2) L'adversaire tient sa raquette à bout de bras et en sautant, elle atteint au maximum la hauteur H = 2,50 m par rapport au sol. Peut-il intercepter la balle?

Quelle distance sépare alors la balle et l'extrémité ?