

Mouvement rectiligne – chute libre

1/Chute libre avec vitesse initiale quelconque

Un projectile est lancé à partir d'un point o, origine d'un repère. $(o; \vec{i}; \vec{j}, \vec{k})$

Le vecteur vitesse initiale \vec{v}_o est dans le plan $(\vec{i}; \vec{k})$ et fait un angle α avec \vec{i} , vecteur unitaire appartenant au plan horizontal de côte zéro; le champ de pesanteur est $\vec{g} = -g \cdot \vec{k}$

Les équations du mouvement s'écrivent:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v_o \cdot \cos \alpha; & x &= (v_o \cdot \cos \alpha) \cdot t; \\ \dot{z} &= v_o \cdot \sin \alpha - g \cdot t; & z &= (v_o \cdot \sin \alpha) \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{aligned}$$

- Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile.
- Calculer la flèche, c'est-à-dire l'altitude z_M maximale atteinte.
- Calculer la portée, c'est-à-dire l'abscisse du point où la trajectoire recoupe l'axe (x'x) .
- Pour quelle valeur de α la portée est-elle maximale?

2/ La grosse Bertha

La « grosse Bertha », utilisée par les artilleurs allemands en 1918 pour bombarder Paris, avait une portée maximale de 120 km pour un angle de tir égal à 45° .

En utilisant les résultats de l'exercice précédent:

- Déterminer la vitesse théorique de l'obus de masse 104 kg à la sortie du fût.
- Déterminer la flèche théorique.
- En réalité, la vitesse à la sortie du fût était de $1\,600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et la flèche de 19 000 m. Conclure.

3/ Plan incliné

Un mobile de masse m peut glisser sans frottements sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.

Lancé avec un vecteur vitesse initiale \vec{v}_o faisant un angle β avec les horizontales du plan, il est animé d'un mouvement de translation.

- Effectuer le bilan des forces appliquées au solide.
 - Exprimer le vecteur accélération.
 - Quelle est la nature du mouvement?
- Soit un repère orthonormal $(o; \vec{i}; \vec{j}, \vec{k})$ avec:
 - \vec{i} horizontal et $(\vec{v}_o; \vec{i}) = \beta$

- \vec{j} parallèle aux lignes de plus grande pente et orienté vers le haut;
- $-\vec{k}$ normal au plan et orienté vers le haut;
- O est la position initiale du centre d'inertie.
- Donner les équations horaires du mouvement dans ce repère.
- En déduire l'équation de la trajectoire du centre d'inertie.

Indiquer la nature de la trajectoire.

c) - Choisir $v_{0x} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et compléter le tableau ci -dessous à l'aide du logiciel:

v_{0z} ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	flèche (m)	portée (m)	t_m (s)
10			
20			
30			
40			
50			

- Quelle particularité constate-t-on, concernant la flèche de la trajectoire? Justifier- la.

Mêmes questions pour la portée et pour la date t_m

d) - À quelle date le centre d'inertie est-il au sommet sa trajectoire ?

- Quelles sont alors ses coordonnées?

Données: $\alpha = 20^\circ$; $\beta = 40^\circ$ et $v_0 = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

UTILISATION DES ACQUIS

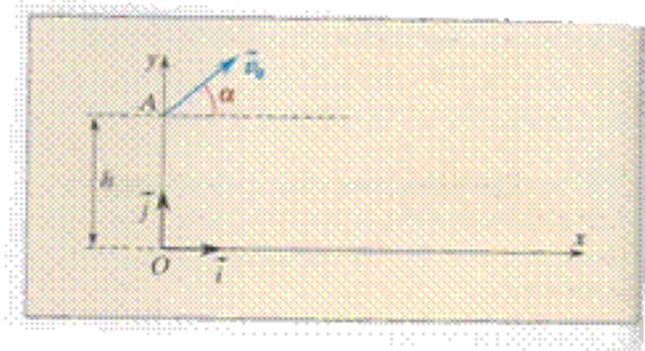
4/ Lancement d'une fléchette

Un expérimentateur étudie le mouvement du centre d'inertie G d'une fléchette sortant de l'extrémité du canon d'un pistolet. Lorsque la fléchette sort du canon, le centre d'inertie passe en A avec une vitesse initiale \vec{v}_0

de valeur v_0 indépendante de l'orientation du canon dans l'espace

Donnée: $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

a) A₂ Étude théorique, dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, établir les équations paramétriques $x(t)$ et $y(t)$ du centre d'inertie G de la fléchette animée d'une vitesse initiale \vec{v}_0 faisant un angle α avec l'horizontale (à l'origine des dates, G est en A). En déduire l'équation de la trajectoire.



b) Tirs expérimentaux

Pour déterminer v_0 , un expérimentateur fait les deux essais suivants:

- C₁ Tir vertical

Le canon du pistolet est vertical et son extrémité A située à $h_1 = 2,05$ m du sol. L'expérimentateur tire vers le haut et constate que la fléchette tombe sur le sol 4,1 s : après son départ. Calculer v_0 .

- C₁ Tir horizontal

Le canon est horizontal, son extrémité A est à une altitude $h_2 = 1,5$ m d'un point O du sol situé sur la verticale de A .

L'expérimentateur tire et constate que la fléchette tombe sur le sol horizontal en un point B tel que $OB = L = 10,95$ m. Calculer v_0 .

5 / Sur un plan incliné

Sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale, un mobile de masse m glisse sans frottements. Le mobile est lancé avec une vitesse initiale \vec{v}_0 faisant angle β avec une direction horizontale du plan incliné

On désigne par A la position initiale du centre d'inertie, dont le mouvement est repéré par une table à digitaliser.

Les coordonnées du centre d'inertie, dans le repère (A, \vec{i}, \vec{j}) avec \vec{i} dirigé selon l'horizontale du plan et \vec{j} selon la ligne de plus grande pente et vers le haut, sont saisies par un ordinateur qui calcule en outre les valeurs des coordonnées du vecteur vitesse à différentes dates.

a) Exprimer l'accélération du centre d'inertie du mobile, puis les équations horaires du mouvement.

b) Déterminer l'équation de la trajectoire.

c) L'ordinateur donne:

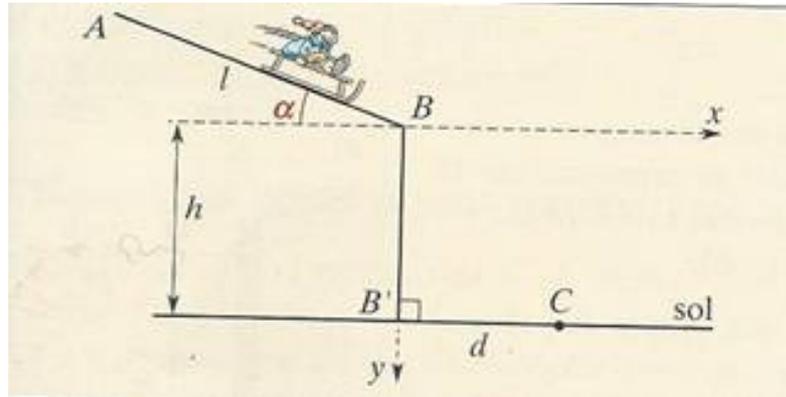
A la date 0,1s: $x = 5,64$ cm, $y = 3,96$ cm,

$V_x = 0,564$ m.s⁻¹ et $V_y = 0,229$ m.s⁻¹ ;

A la date 0,3s: $x = 16,92 \text{ cm}$, $y = 18,45 \text{ cm}$, $v_x = 0,564 \text{ m.s}^{-1}$ et $v_y = -0,441 \text{ m.s}^{-1}$.

A partir de ces données, calculer les valeurs de la vitesse initiale V_c de l'angle b et de l'angle a .

6/ Mouvement d'une luge



Une luge part sans vitesse initiale et glisse sans frottements le long d'une piste rectiligne AB de longueur l faisant un angle $a = 20^\circ$ avec le plan horizontal.

1) Représenter les forces appliquées à la luge lors de ce mouvement.

Quelle est la nature de ce dernier? Exprimer son accélération

2) Préciser la direction et le sens du vecteur vitesse \vec{v}_B de la luge au point B.

Exprimer en fonction de g , a et l .

La luge quitte la piste en B avec la vitesse \vec{v}_B et tombe en chute libre sur le sol horizontal.

a) Établir l'équation de la trajectoire du centre d'inertie de la luge dans le repère indiqué sur la figure (attention (B_y) est orienté vers le bas).

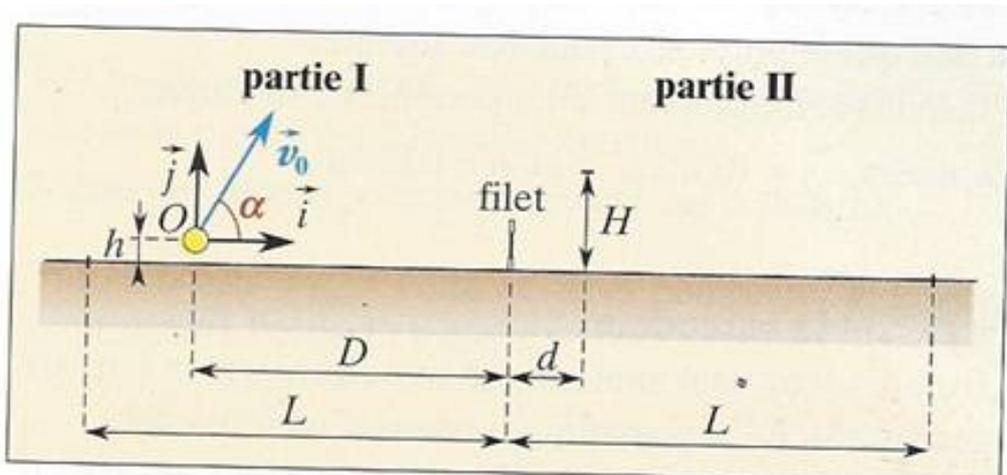
b) On donne $BB' = h = 1,2 \text{ m}$. Calculer la longueur l que le mobile a parcourue sur le plan incliné, sachant qu'il touche le sol en un point C tel que $B'C = d = 1 \text{ m}$.

7/ Le joueur de tennis

Dans tout l'exercice la balle de tennis sera assimilée à un point matériel, on négligera la résistance de l'air sur la balle et l'on supposera la surface de jeu parfaitement horizontale. Un joueur de tennis, situé dans la partie I du court, tente de lobber son adversaire (faire passer la balle au-dessus de ce dernier).

Celui-ci est situé à une distance $d = 2,00 \text{ m}$ derrière le filet, dans la partie II du court, juste en face du joueur. Le joueur frappe la balle alors que celle-ci est en O, à la distance $D = 9,00 \text{ m}$ du filet et à la hauteur $h = 0,500 \text{ m}$ au-dessus du sol. La balle part avec une vitesse \vec{v}_0 ($v_0 = 12,0 \text{ m.s}^{-1}$) inclinée d'un angle $a = 60^\circ$ par rapport au sol, dans le plan perpendiculaire au filet.

(plan de la figure ci-dessous). Donnée: $g=9,80\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.



1) a) Établir, dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , l'équation littérale de la trajectoire de la balle, après le choc sur la raquette.

b) En utilisant les valeurs numériques du texte, écrire l'équation $y(x)$. Elle sera utilisée pour résoudre la suite de l'exercice.

2) L'adversaire tient sa raquette à bout de bras et en sautant, elle atteint au maximum la hauteur $H = 2,50\text{ m}$ par rapport au sol. Peut-il intercepter la balle?

Quelle distance sépare alors la balle et l'extrémité supérieure de la raquette?

3) La ligne de fond étant à la distance $L = 12,0\text{ m}$ du filet, la balle peut-elle retomber dans la surface de jeu? (Autrement dit, le lob est-il réussi ?)