

## Série 4 : Exercices sur les généralités sur les fonctions

### Exercice 1 :

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes, puis calculer les images des réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  ainsi que les antécédents de  $m$  et  $n$ .

a)  $f(x) = 2x - 3$        $a = -1$ ,  $b = \frac{3}{2}$  et  $c = \sqrt{3}$  ;  $m = 3$  et  $n = 2$

b)  $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$        $a = -1$ ,  $b = \frac{3}{2}$  et  $c = \sqrt{3}$  ;  $m = 3$  et  $n = 2$

c)  $f(x) = \frac{3x - 2}{x + 1}$        $a = -2$ ,  $b = 0$  et  $c = \frac{3}{2}$  ;  $m = -1$  et  $n = 3$

### Exercice 2 :

Étudier les variations des fonctions suivantes :

a)  $f(x) = \frac{1}{x}$

b)  $f(x) = 3x - 5$

c)  $f(x) = -2x + 4$

### Exercice 3 :

Soit  $A(x) = 5x^3 - 8x^2 + x + 2$ .

1. Calculer  $A(1)$ . Que peut-on en déduire ?
2. Résoudre  $A(x) = 0$ .
3. Étudier suivant les valeurs de  $x$  le signe de  $A(x)$ .

### Exercice 4 :

Soit  $B(x) = \frac{-x^2 + x + 6}{x - 1}$

1. Déterminer le domaine de définition de  $B$ .
2. Calculer les zéros de  $B$ .
3. Dresser le tableau de signe de  $B$ .
4. Trouver trois réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  vérifiant :  $B(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1}$

### Exercice 5 :

On donne la fonction polynôme  $f$  défini par  $C(x) = x^3 + 4x^2 - 18$ .

1. Calculer  $C(2)$ . Que peut-on en déduire ?
2. Trouver un polynôme  $Q$  vérifiant :  $C(x) = (x-2)Q(x)$ .
3. Étudier le signe de  $C(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .

### Exercice 6 :

Dans chacun des cas suivants,  $f$  est une fonction rationnelle.

Trouver l'ensemble de définition de  $f$  et étudier le signe de  $f(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .

a)  $f(x) = \frac{1}{2x+1} - \frac{1}{x-3}$

b)  $f(x) = 2x - 1 - \frac{x+6}{3x}$

c)  $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 7}{x^2 - 1}$

### Exercice 7 :

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = |x-3|$

1. Écrire  $f$  sans le symbole de la valeur absolue.
2. Étudier les variations de  $f$ .
3. Représenter graphiquement  $f$ .

### Exercice 8 :

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = |x+2| - |x-3|$

1. Écrire  $f$  sans le symbole de la valeur absolue.
2. Étudier les variations de  $f$ .
3. Représenter graphiquement  $f$ .

### Exercice 9 :

On définit  $p(x) = 16x^5 - 20x^3 + 5x - 1$ .

1. Démontrer que  $p(x) = (x-1)Q(x)$ . Quel sera le degré de  $Q(x)$  ?
2. Déterminer  $Q(x)$  et vérifier que  $Q(x) = (4x^2 + 2x - 1)^2$ .
3. Résoudre  $Q(x) = 0$ . Quelles sont les racines comprises entre  $-1$  et  $1$  ?