

## Série 1: Exercices sur les polynômes

### Exercice 1 :

Réduire  $T(x)$  et calculer sa valeur numérique pour  $x \in \{-1, \frac{3}{4}, \sqrt{5}\}$ .

a)  $T(x) = 15x^2 + 7x^2 - 2x^2 - 5x^2$

b)  $T(x) = \sqrt{2}x^5 + 8x^5 - x^5 - 3\sqrt{2}x^5$

c)  $T(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{4}x^3 + \frac{5}{3}x^3 - \frac{7}{6}x^3$

### Exercice 2 :

Effectuer les produits et calculer la valeur numérique du résultat pour  $x \in \{5, -3, 2, 12\}$ .

a)  $T(x) = (-\frac{1}{2}x^2 + \frac{4}{5}) \times -\frac{15}{4}x^3$

b)  $T(x) = (\sqrt{2}+1) \times (\sqrt{2}-1)x^2 \times \frac{1}{\sqrt{2}}x$

### Exercice 3 :

Développer, réduire et ordonner suivant les puissances décroissantes de  $x$  les polynômes, puis déterminer leur degré.

a)  $3x + x^2 - x + 4x^2 - (x - (3x - 1)) + 5$

b)  $(2x+1)^2 + (x-5)^2 + (4x+1)(4x-1)$

c)  $(x^2 - 5x + 3)(3x^2 + x + 1)$

d)  $5(2x-3)^3 - 2(3x+2)^3 + (x^2+x+1)^2$

e)  $(x-1)^4 + (x-1)^3 + (x-1)^2 + (x-1) + 1$

### Exercice 4 :

Déterminer suivant les valeurs de  $m$  le degré des polynômes suivants :

a)  $mx + x^2 - 7$

b)  $3x + (m-1)x^2 - 2x + 1$

c)  $25 + (4m^2 - 1)x^2 - (2m + 1)x$

d)  $(9m^3 - 4m)x^3 + (9m^2 - 4)x - 3m + 2$

## Exercice 5 :

1) Développer, réduire et ordonner les polynômes suivants :

a)  $P_1(x) = (x+1)^2$       b)  $P_2(x) = (x^2+x+1)^2$       c)  $P_3(x) = (x^3+x^2+x+1)^2$

2) Calculer les polynômes suivants :

a)  $P_1(x) + P_2(x)$       b)  $P_3(x) - P_2(x)$       c)  $P_2(x) \times P_3(x)$   
 d)  $P_1(x) + P_2(x) + P_3(x)$       e)  $P_3(x) - P_2(x) - P_1(x)$       f)  $P_1(x) \times P_2(x) \times P_3(x)$

## Exercice 6 :

Factoriser les polynômes suivants :

a)  $T(x) = (5x+1)(2x-1) + 4x^2 - 1$       b)  $T(x) = (x-1)(x+3) + 2(x-1)(2x+5) - x(x-1)$   
 c)  $T(x) = (5x+2)^2 - (2x-1)^2$       d)  $T(x) = (x+1)^2 - 2(x+1)$   
 e)  $T(x) = x^2 - 4 + 3(x-2)^2$       f)  $T(x) = x(x+1) + (x+1)(x+2) - 2(x^2-1)$

## Exercice 7 :

Vérifier que chacun des polynômes est divisible par  $(x-1)$  et déterminer leur quotient.

a)  $P(x) = x^2 + 6x - 7$       b)  $P(x) = 2x^2 - 5x + 3$   
 c)  $P(x) = x^3 + x^2 - x - 1$       d)  $P(x) = x^5 - x^4 - x + 1$

## Exercice 8 :

Vérifier que chacun des polynômes est divisible par  $(x+2)$  et déterminer leur quotient.

a)  $P(x) = x^2 - x - 6$       b)  $P(x) = 7x^2 + 15x + 2$   
 c)  $P(x) = x^3 - 3x + 2$       d)  $P(x) = x^5 + 2x^4 + x + 2$

## Exercice 9 :

Vérifier que chacun des polynômes est divisible par  $(5x+4)$  et déterminer leur quotient.

a)  $P(x) = 15x^2 + 7x - 4$       b)  $P(x) = 15x^3 + 47x^2 + 53x + 20$   
 c)  $P(x) = 5x^6 - x^5 + x^4 + 4x^3$       d)  $P(x) = 25x^2 + 40x + 16$

### Exercice 10 :

Déterminer le réel  $m$  pour que le polynôme proposé soit divisible par  $(x-a)$  et factoriser le polynôme.

a)  $P(x) = 3x^2 + 8x + m$ ;  $a = 3$

b)  $P(x) = -x^2 + 2mx - 7$ ;  $a = -1$

c)  $P(x) = mx^2 + x + 10$ ;  $a = -\frac{1}{2}$

d)  $P(x) = 2x^4 - x^3 + mx^2 - 6$ ;  $a = \frac{1}{3}$

### Exercice 11 :

Soit  $P$  le polynôme définie par  $P(x) = x^3 - 4x + 3$ .

1) Calculer  $P(1)$ . Que peut-on en déduire ?

2) Trouver deux réels  $a$  et  $b$  vérifiant  $P(x) = (x-1)(x^2 + ax + b)$ .

3) Résoudre  $P(x) = 0$ .

### Exercice 12 :

Soit  $P$  le polynôme définie par  $P(x) = 2x^3 + 5x^2 - 28x - 15$ .

1) Calculer  $P(-5)$ . Que peut-on en déduire ?

2) Trouver trois réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  vérifiant  $P(x) = (x+5)(ax^2 + bx + c)$ .

3) Étudier suivant les valeurs de  $x$  le signe de  $P(x)$ .