# Séquence 2 : Homothétie et rotation

## 1. Rotation

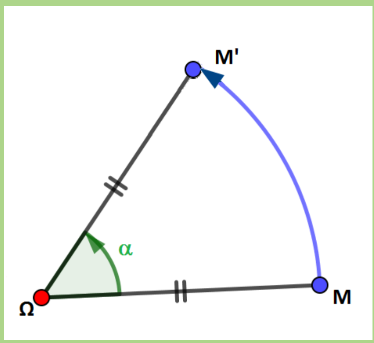
### 1.1 Définition

Soient Ω un point et α un nombre.

La **rotation de centre Ω et d'angle α**, notée $R_{(\Omega,\alpha)}$, associe à tout point M le point M' tels que :

$$\begin{cases} \Omega M' = \Omega M \\ (\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega M'}) = \alpha \end{cases}$$

L'image de Ω est Ω.




**Remarques :**

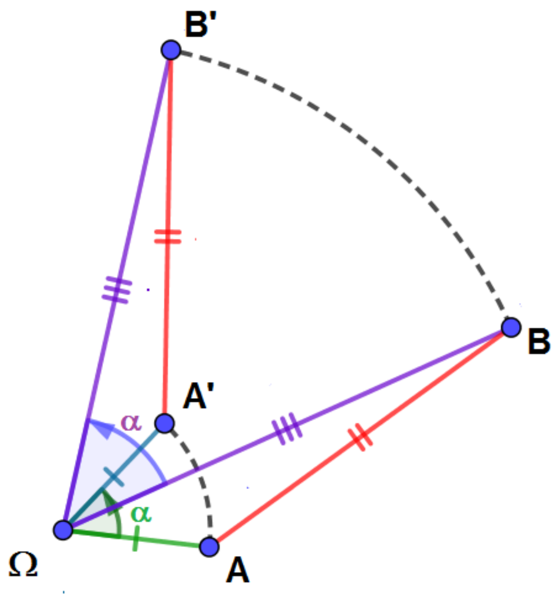
L'angle α, mesuré en radian, est défini à un multiple de 2π.

- Si $\alpha = 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$, la rotation se confond avec l'identité du plan.
- Si $\alpha = \pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$, la rotation est aussi la symétrie de centre Ω.

### 1.2 Propriétés

Une rotation d'angle non nul a un seul point invariant : son centre.

Si $A' = R_{(\Omega,\alpha)}(A)$ et $B' = R_{(\Omega,\alpha)}(B)$, alors A'B' = AB : toute rotation conserve la distance.



# 2. Homothétie

## 2.1 Définition

Soit Ω un point et k un nombre réel non nul.

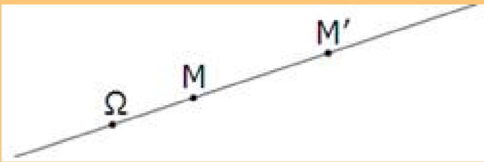
Une **homothétie** de centre Ω et de rapport k, notée $H_{(\Omega,k)}$ associe à tout point M le point M' tel que : $\overrightarrow{\Omega M'}=k\overrightarrow{\Omega M}$ .

L'image de Ω est Ω lui-même.

## 2.2 Propriétés

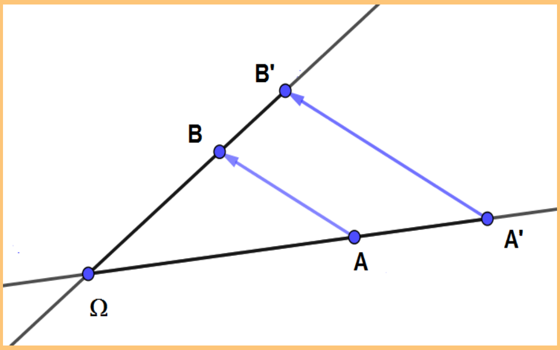
Une homothétie de rapport $k\neq 1$ a un seul point invariant : son centre.

Si $M'=H_{(\Omega,k)}(M)$ , alors :




- Ω, M et M' sont alignés ;
- ΩM' = |k|.ΩM

Si $A'=H_{(\Omega,k)}(A)$ et $B'=H_{(\Omega,k)}(B)$ , alors $\overrightarrow{A'B'}=k\overrightarrow{AB}$ et A'B' = |k|. AB




**Cas particuliers :**

- Si k = 1, alors pour tout point M du plan, $\overrightarrow{\Omega M'}=\overrightarrow{\Omega M}$ donc M' = M : une homothétie de rapport 1 est l'identité du plan.
- Si k = -1, alors pour tout point M du plan, $\overrightarrow{\Omega M'}=-\overrightarrow{\Omega M}$ , donc Ω est le milieu du segment [MM'].
- L'homothétie de centre Ω et de rapport -1 est la symétrie de centre Ω.