

# Série 1 : Exercices sur le calcul de probabilités

## Dénombrement

### Exercice 1 :

Une assemblée de 16 personnes, dont 7 sont des hommes et 9 des femmes, veut désigner une délégation de trois personnes parmi ses membres.

1. Dénombrer les délégations possibles.
2. Dénombrer les délégations formées d'une femme et de deux hommes.

### Exercice 2 :

Une société comprend cinquante personnes. Combien peut-on former de bureaux comprenant un président, un secrétaire et un trésorier ?

### Exercice 3 :

1. Combien y a-t-il de nombres de trois chiffres écrits avec trois chiffres différents choisis parmi les cinq chiffres 1, 2, 3, 4 et 5 ?
2. Même question pour les cinq chiffres 0, 1, 2, 3 et 4.
3. Combien peut-on écrire de nombres différents de trois chiffres avec les cinq chiffres 1, 2, 3, 4 et 5, chaque chiffre pouvant figurer plusieurs fois dans l'écriture de nombres ?

### Exercice 4 :

On appelle anagramme d'un mot chacun des « mots » ayant un sens ou non, que l'on peut former avec les lettres de ce mot placées les uns à la suite des autres de toutes les façons possibles. Quel est le nombre d'anagramme des mots suivants : boules, billes et ananas ?

## Probabilités

### Exercice 5 :

Une urne contient cinq boules blanches, trois boules rouges et deux boules vertes indiscernables au toucher. On extrait au hasard et simultanément trois boules de l'urne.

1. Calculer le nombre de tirages possibles
2. Calculer la probabilité d'avoir :
  - a) 3 boules blanches
  - b) 2 boules blanches
  - c) 1 boule blanche
  - d) 3 boules rouges
  - e) 3 boules de même couleur
  - f) 3 boules de couleurs différentes
  - g) au moins 2 boules de même couleur.
3. Reprendre ces questions pour des tirages successifs sans remise, avec remise.

### Exercice 6 :

On lance deux dés, l'un est rouge et l'autre bleu. Une issue est représentée par un couple  $(r, b)$  où  $r$  et  $b$  sont respectivement les faces supérieures des dés rouge et bleu.

1. Calculer le nombre d'issues possibles.
2. Déterminer les parties A, B, et C ensembles respectifs des couples tels que :  
 $A : b = r$                        $B : r + b \leq 4$                        $C : r < b$
3. Que valent les probabilités  $p(A)$ ,  $p(B)$  et  $p(C)$  ?
4. Quelle est la probabilité pour que les dés indiquent des résultats différents ?

### Exercice 7 :

On place les 5 lettres a, b, c, e et i en ligne au hasard. Calculer la probabilité pour que le mot obtenu :

- a) commence par une consonne ?
- b) commence et finisse par une consonne ?

### Exercice 8 :

On met dans un sac les lettres mobiles susceptibles de former le mot "caravelle" et on tire successivement et au hasard six lettres du sac, les lettres tirées n'étant pas remises dans le sac.

1. Calculer le nombre de mots différents possibles.
2. Quelle est la probabilité pour que ces lettres forment dans l'ordre où elles sont tirées le mot "avalier" ? Le mot "lavera" ?

### Exercice 9 :

Une urne contient trois billets de 500 Ar et sept pièces de 100 Ar. On tire simultanément deux billets en supposant l'équiprobabilité de tel tirage. Quelle est la probabilité pour que l'on tire :

- a) deux billets de 100 Ar ?
- b) au moins un billet de 100 Ar ?
- c) un billet de 100 Ar et un billet de 500 Ar ?
- d) au total 1000 Ar ?

### Exercice 10 :

Dans une classe de terminale A, 88% des élèves ont déclaré aimer l'étude de la philosophie, 20% celle des maths, 15% des maths et de la philosophie.

Quelle est la probabilité de tirer au hasard un élève qui :

- a) aime la philosophie, mais pas les maths ?
- b) aime les maths mais pas la philosophie ?
- c) n'aime ni les maths ni la philosophie ?

### Exercice 11 :

On place au hasard trois boules a, b et c dans trois urnes  $U_1$ ,  $U_2$  et  $U_3$ . On suppose que chaque urne peut contenir un nombre quelconque de boules.

1. Quel est le nombre de placements possibles ?
2. Quelle est la probabilité pour que :
  - a) l'urne  $U_1$  contienne plus d'une boule.
  - b) une urne contienne plus d'une boule.
  - c) l'urne  $U_1$  ne soit pas vide.
  - d)  $U_1$  ne soit pas vide et une urne contienne plus d'une boule.
  - e)  $U_1$  ne soit pas vide ou une urne contienne plus d'une boule.

### Exercice 12 :

Un sac contient deux boules noires et huit boules rouges. On extrait simultanément  $n$  boules de ce sac. ( $1 \leq n \leq 8$ ). On suppose que lors de chaque tirage, toutes les boules qui sont dans le sac ont la même probabilité d'être tirées.

1. Quelle est la probabilité d'avoir au moins une boule noire ?
2. Déterminer les valeurs de  $n$  pour lesquelles cette probabilité est strictement supérieure à  $2/3$ , puis calculer cette probabilité pour chaque valeur de  $n$  trouvée.

### Exercice 13 :

On désigne par  $n$  un entier naturel et l'on considère une urne contenant  $3n$  jetons :  $n$  jetons blancs et  $2n$  jetons noirs.

1. On tire simultanément trois jetons dans l'urne. En supposant que tous les tirages sont équiprobables, calculer la probabilité  $p_n$  d'obtenir un jeton blanc et deux jetons noirs.
2. Calculer la limite de  $p_n$  lorsque  $n$  tend vers l'infini.
3. Le contenu de l'urne à l'état initial, on effectue le tirage de trois jetons avec remise, c'est-à-dire que l'on effectue trois fois de suite l'opération suivante : on prend un jeton, on note sa couleur et on le remet dans l'urne. Les tirages étant supposés équiprobables, calculer la probabilité  $q_n$  d'obtenir un jeton blanc et trois jetons noirs.

### Exercice 14 :

Quatre locataires A, B, C et D laissent en sortant la clé numérotée de leur appartement au concierge. Celui-ci s'amuse à enlever les numéros et rend au hasard les clés aux quatre personnes à leur retour.

1. Déterminer la probabilité des événements suivants :
  - E1 : "Les quatre personnes retrouvent leur clé."
  - E2 : "Deux personnes seulement retrouvent leur clé."
  - E3 : "Le locataire A est le seul à retrouver sa clé. »
  - E4 : "Une personne seulement retrouve sa clé."
2. En déduire la probabilité de l'événement :
  - E5 : "Aucune des personnes ne retrouve sa clé."