Série 2 : Exercices sur les suites géométriques

Exercice 1 :

Le premier terme d'une suite arithmétique est -3 et sa raison est de 5.

Calculez les termes indicés par 2, 3, 5 et 8.

Exercice 2 :

Le premier terme d'une suite arithmétique est 4 et sa raison est de -2.

Calculez les termes indicés par 2, 3, 6 et 9.

Exercice 3 :

1. Calculer le réel u_2 de telle sorte que la suite (7 ; u_2 ; 252) soit géométrique.
2. Calculer les réels u_2 et u_3 de telle sorte que la suite (-2 ; u_2 ; u_3 ; 54) soit géométrique.

Exercice 4 :

On considère une suite géométrique de premier terme u_1 et de n-ième terme u_n.

On désigne sa raison par q et la somme $u_1 + u_2 + ... + u_n$ par S_n.

1. Calculer u_n et S_n sachant que : $u_1 = 3$, $n = 10$ et $q = -5$.
2. Calculer u_1 et S_n sachant que : $u_n = 1\,062\,882$, $n = 13$ et $q = 3$.
3. Calculer u_1 et u_n sachant que : $q = 3$, $n = 14$ et $S_n = -43\,046\,712$.
4. Calculer n et u_n sachant que : $u_1 = 27$, $q = 8$ et $S_n = 8\,089\,011$.

Exercice 5 :

Une suite géométrique (u_n) est définie sur IN.

1. On sait que $243\,u_7 = 32\,u_2$; en déduire la raison de la suite.
2. Calculer u_0 sachant que $u_1 + u_0 = 20$.

Exercice 6 :

Une suite géométrique (u_n) est telle que $u_o.u_3=32$ et $u_0+u_3=18$.

Déterminer la raison et le premier terme de (u_n).

Exercice 7 :

Trouver les trois termes consécutifs u_1, u_2 et u_3 d'une suite géométrique croissante sachant que :

$u_1\, u_3 = 4u_2$ et $u_1 + u_2 + u_3 = 14$.

(On peut démontrer que la raison q est solution de l'équation $q^2 - \frac{5}{2}q + 1 = 0$).

Exercice 8 :

Soit la suite (u_n) définie sur IN* par $u_1 = -3$ et $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - 6$ pour $n \geq 1$.

1. Calculer u_2, u_3 et u_4.
2. Soit (v_n) la suite définie sur IN* par $v_n = u_n + 18$. Montrer que (v_n) est une suite géométrique.
3. Exprimer v_n en fonction de n puis u_n en fonction de n.

Exercice 9 :

Soit une suite (u_n) réelle définie par les relations u_0 et $2\, u_{n+1} - 5\, u_n = 3$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
2. On considère la suite (v_n) dont le terme général est défini par $v_n = u_n + 1$.

Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme v_0 et la raison.

3. Calculer le terme général v_n en fonction de n.
4. Calculer $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$, puis $S'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$ en fonction de n.

Exercice 10 :

Soit la suite (u_n) déterminée par $u_0 = -2$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = 3u_n + 5$ pour tout n naturel. Soit (v_n) la suite définie par $v_n = u_{n+1} - u_n$ pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_n pour $0 < n < 5$.
2. Montrer que $v_n = 3v_{n-1}$, pour n entier non nul. Calculer $u_1 - u_0$ et en déduire que (v_n) est une suite géométrique à termes positifs.
3. Quel est alors le sens de variation de (u_n) ?

Exercice 11 :

Une source sonore émet un son dont l'intensité est de 1000 décibels. Une plaque d'isolation phonique absorbe 45 % de l'intensité su son.

Déterminer le nombre minimal de plaque que doit traverser le son pour que son intensité soit inférieure ou égale au dixième de sa valeur initiale.

Exercice 12 :

Une boule de neige, de volume initial V_0, est lancée du sommet d'une pente supposée illimitée, sans obstacle et entièrement couverte de neige.

Le volume de cette boule augmente de 10% pour chaque mètre parcouru. On désigne V_n le volume de la boule lorsque celle-ci a parcouru n mètres.

1. Quel est l'accroissement relatif $\frac{V_{n+1} - V_n}{V_n}$ du volume de la boule ?

En déduire V_n en fonction de V_0 et n.

2. Déterminer le plus petit entier n tel que $V_n > 100\ V_0$.

Exercice 13 :

Le 1er janvier 2018, on place un capital de 1 000 000 Ar au taux de 8%. Par convention, à la fin de chaque année, les intérêts s'ajoutent au capital et portent aussi intérêt au même taux.

1. On désigne par f(1) le capital au 1er janvier 2018 et, plus généralement, par f(n) (pour n entier supérieur ou égal à 1) le capital au 1er janvier de l'année (2018 + n).

   a) Calculer f(1), puis f(2).

   b) Donner une valeur approchée de f(10).

2. À partir de quelle année le capital dépassera-t-il 3 000 000 Ar ?