# Série 1 : Exercices sur la fonction exponentielle

## Exercice 1 :

Écrire plus simplement les expressions suivantes :

a) $e^{\ln(5)}$ b) $e^{-\ln(3)}$ c) $e^{\frac{1}{2}\ln(4)}$ d) $-\ln(e^{-2})$ e) $e^{-3\ln(5)}$

f) $\dfrac{1}{e^{\ln(\frac{1}{3})}}$ g) $\ln(\dfrac{1}{e^3})$ h) $e^{1+\ln(2)}$ i) $e^{\ln(6)-\ln(3)}$ j) $e^{x-\ln(x)}$

k) $\dfrac{e^{3+\ln(5)}}{e^{4+\ln(4)}}$ l) $\dfrac{e^{x^2-4}}{e^{x-2}}$ m) $\left(\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}\right)^2-\left(\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2$

## Exercice 2 :

Résoudre dans IR les équations suivantes :

a) $e^x=3$ b) $e^{x-2}=e^{2x+1}$ c) $e^{2x}+e^x-2=0$ d) $e^{x^2}=4$

e) $e^{x+1}=e^{-x-1}$ f) $e^x=-3$ g) $e^{2x}=3e^{-2}$ h) $3e^{2x}-11e^x+8=0$

i) $e^{6x+2}-e^{3x+1}=0$ j) $e^{\frac{1}{3}x}\times e^{-x}=e^{x^2}$ k) $-2-\dfrac{5}{e^x}+e^x=0$ l) $e^x-2e^{\frac{x}{2}}-5=0$

## Exercice 3 :

1. Développer l'expression $(x-1)(x+4)(x+3)$.
2. En déduire la résolution dans IR de l'équation $e^{3x}+6x^{2x}+5e^x-12=0$.

## Exercice 4 :

Résoudre les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} e^x+e^y=12 \\ e^x-e^y=\dfrac{4}{3} \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2e^x+3e^y=1 \\ 5e^x-5e^y=7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} e^{-x+y}-24e^{-x}+4=0 \\ 3e^x-2e^y=-4 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 5e^{-x}-3e^{-y}=3 \\ 7e^{-x}+6e^{-y}=11 \end{cases}$

## Exercice 5 :

Résoudre les inéquations suivantes :

a) $e^x<3$ b) $e^{-x}<0$ c) $e^{2x+1}<e^{x+2}$ d) $e^{x^2-3}>0$

e) $e^{x+1}-1>0$ f) $e^{3x-1}\leq e^{x^2+1}$ g) $e^x-3e^{-x}-2<0$

## Exercice 6 :

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f :

a) $f_1(x)=e^{x^2-1}$ b) $f_2(x)=e^{\frac{1}{x}}$ c) $f_3(x)=\frac{3x}{e^x+1}$

d) $f_4(x)=\frac{5}{e^x-1}$ e) $f_5(x)=\ln(e^x-2)$ f) $f_6(x)=\frac{e^x+2}{e^x-2}$

g) $f_7(x)=\ln(\frac{e^x-1}{e^x+1})$ h) $f_8(x)=\frac{e^x}{e^x-1}-\frac{1}{\ln(e^x-2)}$

## Exercice 7 :

Vérifier que, pour tout x appartenant au domaine de définition, l'expression est vérifiée :

a) $\frac{2e^x-1}{2e^x+5}=\frac{2-e^{-x}}{2+5e^{-x}}=1-\frac{6}{2e^x+5}$

b) $\frac{4e^x}{2e^x+3}=\frac{4}{2+3e^{-x}}=2-\frac{6}{2e^x+3}$

c) $\frac{e^{2x}}{e^x+1}=e^x-\frac{e^x}{e^x+1}=e^x-\frac{1}{1-e^{-x}}$

## Exercice 8 :

Calculer les limites aux bornes du domaine de définition :

a) $f_1(x)=e^{-x}$ b) $f_2(x)=e^{x^2}$ c) $f_3(x)=\frac{e^x-1}{e^x+2}$ d) $f_4(x)=\frac{e^x}{e^{2x}-1}$

e) $f_5(x)=xe^x$ f) $f_6(x)=(x-1)e^{-x}$ g) $f_7(x)=\frac{e^x}{x}$

## Exercice 9 :

Démontrer que les droites d'équation données sont asymptotes à la courbe représentative de f.

a) $y=x-2$ pour $f(x)=x-2+e^x$

b) $y=2x+3$ et $y=2x+1$ pour $f(x)=2x+1+\frac{2e^x}{e^x+3}$

## Exercice 10 :

Calculer la dérivée de la fonction f :

a) $f_1(x)=x^2+e^x+e^2$ b) $f_2(x)=\frac{1}{e^x+1}$ c) $f_3(x)=(e^x)^2$ d) $f_4(x)=\frac{e^x}{e^{2x}-1}$

e) $f_5(x)=e^{x^2+x}$ f) $f_6(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ g) $f_7(x)=\ln(\frac{e^x+1}{e^x+2})$

## Exercice 11 :

Calculer les primitives de la fonction f :

a) $f_1(x)=e^{2x}$ b) $f_2(x)=2xe^{x^2}$ c) $f_3(x)=x^2e^{x^3}$ d) $f_4(x)=\frac{e^{2x}}{e^{2x}-1}$

e) $f_5(x)=\frac{2e^x}{\sqrt{e^{2x}+1}}$ f) $f_6(x)=\frac{1}{x^2}e^{\frac{2}{x}}$ g) $f_7(x)=\frac{e^{2x}+e^x}{(e^{2x}+2e^x+1)^2}$

## Exercice 12 :

Soit la fonction f définie par $f(x)=e^{2x}-2e^x$ .

1. Résoudre l'équation f(x) = 0
2. Calculer f'(x). Étudier les variations de f.
3. Écrire l'équation de la tangente (T) à la courbe représentative (C) de f au point d'abscisse x = ln(2).
4. Tracer (T) et (C) dans un repère orthonormé.

## Exercice 13 :

f est la fonction définie par $f(x)=\frac{e^x}{e^x+2}$ et (C) la courbe représentant f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'unité 3cm.

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?

   Étudier la limite de f en -∞.

   Montrer que, pour tout réel x, $f(x)=1-\frac{2}{e^x+2}$

   En déduire la limite de f en +∞.

   Précisez si (C) admet des asymptotes.

2. Montrer que f est dérivable en tout point de son ensemble de définition et expliciter la fonction f'.

   Étudier les variations de f et dresser son tableau de variations.

3. Calculer $f(0)$, $f(\ln(2))$, $f(\ln(4))$ et $f(\ln(8))$ .

   Déterminer l'abscisse du point de C dont l'ordonnée est 8/9.

   Donner une équation de la tangente D à C au point d'abscisse ln(2).

4. Construire D et C.

## Exercice 14 :

Soit f l'application de IR dans IR telle que $f(x)=2x+2-e^x$ .

1. Calculer à 0,01 près f(-1), f(ln(2)) et f(3 ln(2)).
2. Calculer la limite de f lorsque x tend vers -∞.
3. Étudier les variations de f. (On admettra que $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ ).
   Vérifier que la droite d'équation y = 2x +2 est asymptote à la courbe représentative (C) de f.
4. Construire la courbe (C ) dans un repère orthonormé (x'Ox), (y'Oy), l'unité de longueur étant 2cm.
5. Déterminer la primitive F de f qui s'annule pour x = 0.
   En déduire, en $cm^2$, l'aire de l'ensemble des points M(x,y) tels que 0 ≤ x ≤ ln(2) et 0 ≤ y ≤ f(x).

## Exercice 15 :

Soit f la fonction déterminée par $f(x)=x-e^x$ .

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Calculer la limite de f lorsque x tend vers +∞. (On donne $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ ).
   Vérifier que la courbe représentative (C) de f est asymptote à la droite (D) d'équation y = x.
3. Étudier les variations de f.
4. Construire (C) dans un repère orthonormé d'unité 2cm.
5. Calculer l'aire, en cm², de la surface comprise entre la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations respectives x =0 et x = l (l > 0). Quelle est la limite de cette aire quand l tend vers +∞ ?

## Exercice 16 :

f est la fonction définie par $f(x)=3x+1-\frac{1}{e^x}$ .

1. a) Étudier les variations de f.
   b) (C) est la courbe représentant f dans un repère orthonormal d'unité 1cm.
   Montrer que la droite d'équation y = 3x + 1 est asymptote à la courbe (C).
2. a) Déterminer l'équation de la tangente à (C) au point d'abscisse 0 et tracer cette tangente.
   b) Construire (C).