Séquence 2 : Fonctions affines

1. Fonction affine

Une fonction f **affine** est une fonction définie par f (x) = ax + b, où a et b sont des réels.

1.1 Étude des variations

Calculons le taux de variations $\tau = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

On a $\tau = \frac{(a x_2 + b) - (a x_1 + b)}{x_2 - x_1} = \frac{a(x_2 - x_1)}{(x_2 - x_1)}$.

Ainsi, $\tau = a$:

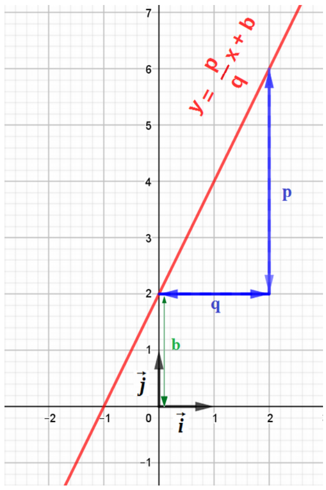
- Si a > 0, f est croissante ;
- Si a < 0, f est décroissante ;
- Si a = 0, f est constante.

Le réel a est appelé **coefficient directeur de la droite ;** il traduit l'inclinaison de la droite.

Si a > 0, la droite «monte» et si a < 0, la droite «descend».

Le réel b est appelé o**rdonnée à l'origine ;** c'est l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnée.

Si on écrit a sous la forme $a = \frac{p}{q}$, alors :



1.2 Tableau de variations

Si a > 0 :

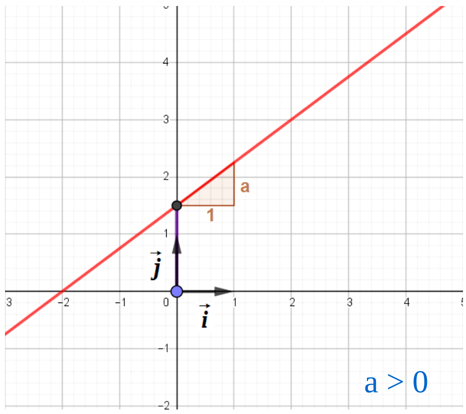
x	- ∞ + ∞
signe de τ	+
f	↗

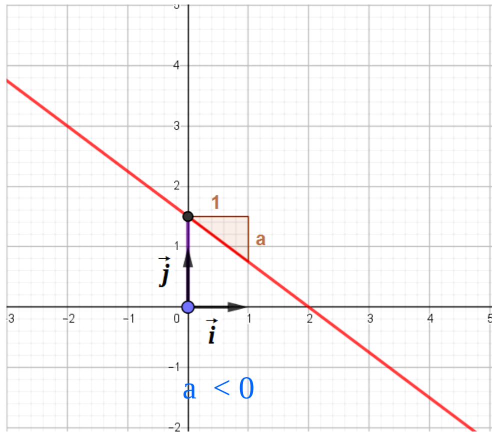
Si a < 0 :

x	- ∞ + ∞
signe de τ	-
f	↘

1.3 Courbe représentative :

La courbe représentative d’une fonction affine est la droite d’équation y = ax+b.

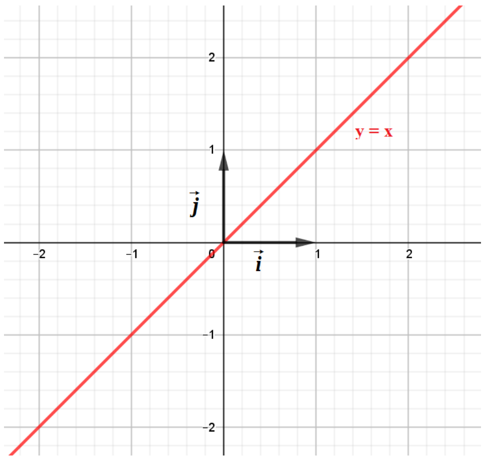




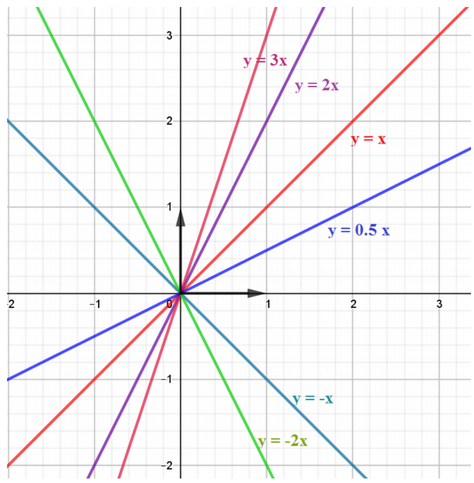
Cas particuliers :

- **f(x) = x** : c’est la fonction appelée identité de IR.

C’est une fonction définie et croissante sur IR.



y = x



y = ax

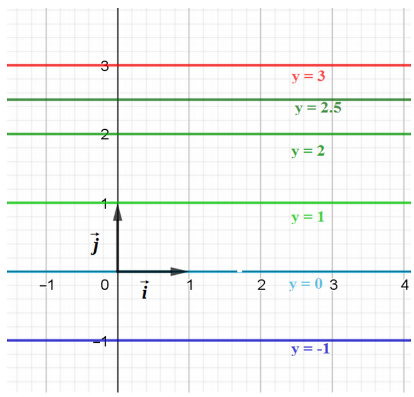
- **Fonctions linéaires :** ce sont les fonctions définie par f(x) = ax, où a est un nombre réel.

La courbe représentative d’une fonction linéaire est une droite passant par l’origine (fig. ci-dessus).

- **Fonctions constantes :**

C’est une fonction de la forme f(x) = k où k est une constante réelle.

La courbe représentative d’une fonction constante est une droite parallèle à l’axe des abscisses.



2. Fonction partie entière

La fonction **partie entière**, notée E ou [ ], est la fonction qui à tout réel x associe le plus grand entier inférieur ou égal à x.

Plus précisément, si $n \leq x < n+1$, alors $E(x) = [x] = n$.

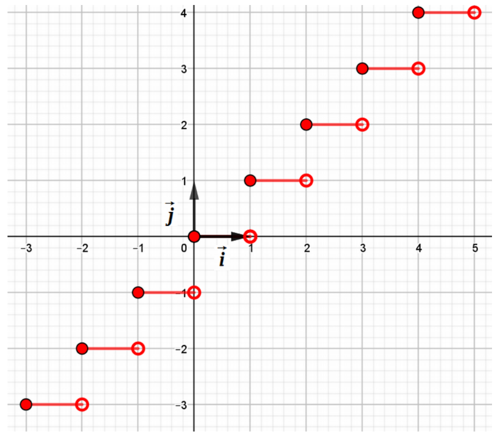
Ainsi, si $-3 \leq x < -2$, $E(x) = -3$;

si $-2 \leq x < -1$, $E(x) = -2$;

si $-1 \leq x < 0$, $E(x) = -1$;

si $0 \leq x < 1$, $E(x) = 0$;

...



3. Fonction valeur absolue

La fonction **valeur absolue** est la fonction définie par $f(x) = | x |$.

En écrivant f(x) sans valeur absolue, on a $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x>0 \\ -x & \text{si } x<0 \end{cases}$.

3.1 Étude des variations

Elle est décroissante sur $]-\infty ; 0]$ et croissante sur $[0 ; +\infty[$.

3.2 Tableau de variations

x	$-\infty$	0	$+\infty$
signe de τ	-		+
f	$\searrow$	0	$\nearrow$

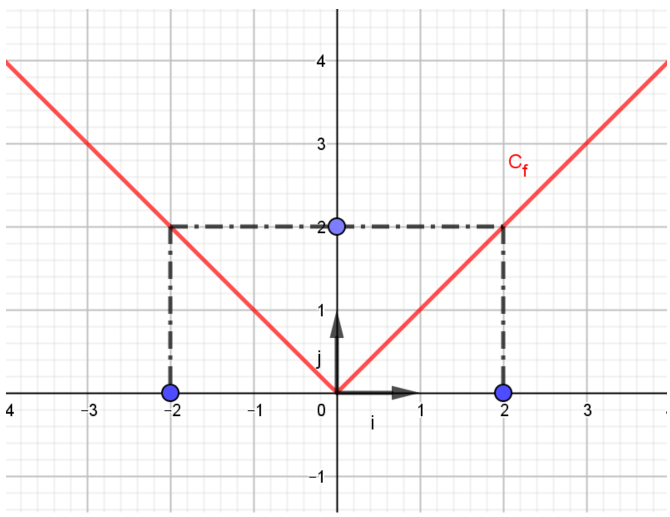


Tableau de valeurs :

x	-2	2
f(x)	2	2