Série 1 : Exercices sur les fonctions polynômes

Exercice 1 :

Étudier les variations de la fonction f et tracer sa courbe représentative.

a) $f_1(x)=x^2-2x+3$ b) $f_2(x)=-3x^2-4x+4$ c) $f_3(x)=x^3+2x+3$

d) $f_4(x)=4x^3-3x-1$ e) $f_5(x)=x^4-6x^2$ f) $f_6(x)=x^3(x-5)^2$

g) $f_7(x)=\frac{2}{5}x^5-\frac{3}{4}x^4-x^3+x^2-3$ h) $f_8(x)=\frac{1}{4}x^4-2x^2+3$ i) $f_9(x)=\frac{1}{3}x^5-\frac{1}{5}x^3$

Exercice 2 :

Soit les fonctions $f:x\rightarrow x^2-3x+2$ et $g:x\rightarrow 3x^2-4x+1$

1. Tracer les courbes C et C' représentant respectivement f et g sur la même figure.
2. Déterminer les abscisses des points M_1 et M_2 d'intersection de C et C'.
3. Écrire les équations des tangentes à C et C' en M_1 et M_2. Construire ces tangentes.

Exercice 3 :

f est la fonction $f:x\rightarrow -\frac{x^3}{3}+2x+1$. On appelle C la courbe représentative de f.

1. Étudier les variations de f.
2. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 1.
3. Construire T et C dans un même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.
4. Montrer que le point de T d'abscisse -2 est aussi un point de C.

Exercice 4 :

f est la fonction $f:x\rightarrow 2x^3-9x^2+12x-5$. Soit C sa représentation graphique dans un repère orthogonal $(O;\vec{i};\vec{j})$ tel que $\|\vec{i}\|=4\,\text{cm}$ et $\|\vec{j}\|=1\,\text{cm}$.

1. Quelles sont le limites de f en +∞ et en -∞ ?
2. Calculer f'(x). Étudier son signe suivant les valeurs de x.
3. Rassembler tous ces résultats dans un tableau de variation de f.
4. Donner une équation de la tangente T_1 à C au point d'abscisse 0, ainsi qu'une équation de la tangente T_2 au point d'abscisse 3/2. Quelles sont les coordonnées du point d'intersection de ces tangentes ?
5. Tracer soigneusement les droites T_1 et T_2, ainsi que C.

Exercice 5 :

1. Déterminer le réel p de telle sorte que la courbe C représentant la fonction $f : x \rightarrow x^3 + px + 2$ passe par le point A(-1 ; 0).
2. Étudier la fonction f obtenue et construire C.

Exercice 6 :

1. Déterminer les réels a et b de telle sorte que la courbe C représentant la fonction $f : x \rightarrow x^3 + ax + b$ passe par les points A(2 ; 3) et B(-1 ; -2).
2. Étudier la fonction f obtenue et construire C.

Exercice 7 :

On considère la fonction f définie par $f : x \rightarrow \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x - 2$ et sa représentation graphique C dans le plan rapporté au repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. Étudier les variations de f.
2. Calculer f''(x) puis résolvez f''(x) = 0. Soit x_0 la solution trouvée.
3. Montrer que le point I de coordonnées (x_0 ; $f(x_0)$) est centre de symétrie de C.
4. Construire C.
5. Résoudre graphiquement l'équation $f : x \rightarrow \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x - 2 - m = 0$ où m est un paramètre réel.

Exercice 8 :

On considère la fonction f définie par $f : x \rightarrow x^3 - 3x + 2$. On appelle C sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. Calculer la dérivée f'. En déduire les variations de f.
2. Calculer f(1). En déduire les solutions de l'équation f(x) = 0, puis les coordonnées des points d'intersection de la courbe C avec l'axe des abscisses.
3. Soit A, le point de C d'abscisse -1. Écrire l'équation de la tangente à C en A.
4. Montrer qu'il existe un point B tel que les tangentes à C en A et B soient parallèles.
5. Tracer la courbe C et les tangentes en A et B.

Exercice 9 :

f est la fonction définie par $f : x \rightarrow \frac{1}{4}x^4 + x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 1$

1. Étudier les variations de f.
2. Construire sa courbe représentative C.
3. Discuter graphiquement du nombre et du signe des solutions de l'équation :
   $\frac{1}{2}x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 2 - m = 0$ où m est un réel.

Exercice 10 :

f est la fonction $f : x \rightarrow x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 3$.

1. Étudier les variations de f.
2. Construire sa courbe représentative C.
3. Discuter graphiquement le nombre et le signe de solutions de l'équation $x^4 - 2x^3 - 2x^2 - m = 0$ où m est un réel.