

## A • Nombres et calculs

<b>A3 Nombres rationnels</b> .....	3
<b>Série 1</b> Opérations en écriture fractionnaire .....	4
<b>Série 2</b> Diviser deux nombres en écriture fractionnaire .....	6
<b>Série 3</b> Synthèse .....	9
<b>A5 Nombres entiers</b> .....	11
<b>Série 1</b> Effectuer une division euclidienne .....	12
<b>Série 2</b> Effectuer une décomposition en facteurs premiers .....	14
<b>Série 3</b> Rendre une fraction irréductible .....	15
<b>Série 4</b> Le point sur les nombres .....	17
<b>A7 Calcul littéral</b> .....	19
<b>Série 1</b> Factoriser .....	20
<b>Série 2</b> Développer .....	24
<b>Série 3</b> Résoudre un problème .....	27
<b>A8 Équation, inéquation</b> .....	29
<b>Série 1</b> Tester une (in)égalité .....	30
<b>Série 2</b> Résoudre une équation .....	32
<b>Série 3</b> Résoudre une inéquation .....	35
<b>Série 4</b> Résoudre un problème .....	38

B • Organisation et gestion  
de données, fonctions

<b>B1 Proportionnalité</b> .....	43
<b>Série 1</b> Utiliser et calculer un taux .....	44
<b>B2 Statistiques et probabilités</b> .....	47
<b>Série 1</b> Calculer des probabilités .....	48
<b>B3 Fonctions</b> .....	53
<b>Série 1</b> Déterminer une image ou un antécédent à partir d'une expression littérale .....	54
<b>Série 2</b> Fonction linéaire ou affine .....	57
<b>Série 3</b> Modéliser une situation .....	60
<b>Série 4</b> Utiliser un tableau de valeurs .....	62
<b>Série 5</b> Déterminer une image, un antécédent à partir d'une courbe .....	63
<b>Série 6</b> Construire une représentation graphique .....	66
<b>Série 7</b> Choisir la représentation adaptée .....	69

## C • Grandeurs et mesures

<b>C Grandeurs et mesures</b> .....	73
<b>Série 1</b> Volume d'une pyramide ou d'un cône ...	74
<b>Série 2</b> Aire d'une sphère, volume d'une boule .	76
<b>Série 3</b> Calcul d'aire et de volume de figures réduites .....	78
<b>Série 4</b> Conversions .....	80
<b>Série 5</b> Mesurer avec des grandeurs .....	81

## D • Espace et géométrie

<b>D2 Transformations et parallélogramme</b> .....	83
<b>Série 1</b> Synthèse .....	84
<b>Série 2</b> Démonstrations .....	87
<b>Série 3</b> Triangles égaux .....	89
<b>D3 Triangle rectangle</b> .....	93
<b>Série 1</b> Écrire une relation trigonométrique .....	94
<b>Série 2</b> Calculer une longueur avec la trigonométrie .....	96
<b>Série 3</b> Calculer un angle avec la trigonométrie .....	100
<b>Série 4</b> Étude de cas particuliers .....	103
<b>D4 Triangle et proportionnalité</b> .....	105
<b>Série 1</b> Calculer une longueur avec Thalès .....	106
<b>Série 2</b> Justifier que deux droites ne sont pas parallèles .....	109
<b>Série 3</b> Justifier que deux droites sont parallèles .....	110
<b>Série 4</b> Reconnaître une réduction ou un agrandissement .....	113
<b>Série 5</b> Calculer des longueurs réduites ou agrandies .....	114
<b>Série 6</b> Construire des images par homothétie .....	117
<b>D5 Repérage</b> .....	119
<b>Série 1</b> Repérage dans le plan .....	120
<b>Série 2</b> Repérage sur la sphère .....	122
<b>D6 Espace</b> .....	125
<b>Série 1</b> Construire une vue en coupe .....	126

ISBN : 978-2-210-10784-7

Dépôt légal : mars 2017 – N° éditeur :

Achevé d'imprimer :

# Nombres rationnels

# A3



<b>Série 1 • Opérations en écriture fractionnaire</b> .....	4
<b>Série 2 • Diviser deux nombres en écriture fractionnaire</b> .....	6
<b>Série 3 • Synthèse</b> .....	9

**1** Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées et une seule est exacte. Entoure la bonne réponse.

	A	B	C
a. $\frac{6+12}{7+12}$ est égal à :	$\frac{6}{7}$	$1-\frac{1}{19}$	$\frac{6}{7}+1$
b. $\frac{3}{2}+\frac{7}{3}$ est égal à :	$\frac{10}{5}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{23}{6}$
c. $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}$ est égal à :	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	1
d. $-\frac{3}{7}+\frac{5}{14}$ est :	$> 0$	$< 0$	nul
e. $\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}$ est égal à :	4	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{4}$
f. $\frac{(-2)^3}{(-3)^3}$ est égal à :	$\left(\frac{2}{3}\right)^3$	$\left(\frac{-2}{3}\right)^3$	$\left(\frac{-2}{-3}\right)$
g. $\frac{3}{2} + \frac{11}{5} \times \frac{15}{2}$ est égal à :	$\frac{111}{4}$	18	$\frac{35}{2}$
h. $\left(\frac{3}{10} - \frac{2}{5}\right) \times \frac{1}{2}$ est égal à :	$-\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$
i. $2 - 7 \div 4$ est égal à :	$\frac{20-7}{4}$	$-\frac{5}{4}$	$2 - \frac{7}{4}$
j. $5 \div 2 + 2 \div 5$ est égal à :	$\frac{1}{4}$	$\frac{29}{10}$	$\frac{1,25}{5}$

**2** Calcule et écris le résultat sous la forme d'un entier ou d'une fraction la plus simple possible.

A =  $\left(\frac{1}{3}\right)^2$

B =  $\frac{5^2}{(-5)^2}$

C =  $\frac{1-3^2}{(1-3)^2}$

D =  $\frac{(-5)^2}{(-3)^3}$

E =  $\frac{1+2^2}{(1+2)^2}$

F =  $\frac{(-1)^2}{2^3}$

G =  $1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2$

H =  $\left(1 - \frac{1}{3}\right)^2$

**3** Calcule en respectant les priorités opératoires.

J =  $\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) \times \frac{4}{9}$

K =  $\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \times \frac{4}{9}$

L =  $\frac{1}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$

M =  $\left(\frac{1}{5} - \frac{3}{10}\right) - \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{2}\right)$

Les résultats devront être exprimés à chaque fois sous forme de fractions irréductibles.

**4** Calcule.

$$A = -\frac{13}{8} + \frac{7}{16}$$

.....

.....

.....

$$B = \frac{7}{35} + \frac{8}{15}$$

.....

.....

.....

$$C = \frac{11}{26} - \frac{5}{39}$$

.....

.....

.....

$$D = \frac{7}{11} + \frac{4}{25}$$

.....

.....

.....

$$E = \frac{3}{12} - \frac{5}{18} + 1$$

.....

.....

.....

$$F = -\frac{5}{4} + \frac{2}{3} - \frac{-7}{5}$$

.....

.....

.....

**5** Calcule.

$$G = \frac{44}{105} \times \frac{42}{66}$$

.....

.....

.....

$$H = \frac{63}{30} \times \frac{45}{28}$$

.....

.....

.....

$$J = \frac{24}{35} \times \frac{14}{36}$$

.....

.....

.....

**6** Calcule  $K = \frac{40}{48} + \frac{105}{27} \times \frac{90}{56}$ .

.....

.....

.....

**8** Calcule  $M = -\frac{14}{15} + \frac{10}{15} \times \frac{7}{20}$ .

.....

.....

.....

**7** Calcule  $L = \left(-\frac{12}{14} + \frac{20}{35}\right) \times \frac{98}{25}$ .

.....

.....

.....

**9** Calcule  $N = \frac{3}{15} - \frac{42}{5} \times \left(-\frac{5}{14} + \frac{5}{21}\right)$ .

.....

.....

.....

**Exercice corrigé**

Calcule  $C = \frac{-8}{7} \div \frac{5}{-3}$  et  $D = \frac{-\frac{32}{21}}{\frac{-48}{-35}}$  et donne les résultats en simplifiant le plus possible.

**Correction**

$$C = \frac{-8}{7} \div \frac{5}{-3}$$

$$C = + \left( \frac{8}{7} \div \frac{5}{3} \right)$$

$$C = \frac{8}{7} \times \frac{3}{5}$$

$$C = \frac{8 \times 3}{7 \times 5}$$

$$C = \frac{24}{35}$$

$D = \frac{-\frac{32}{21}}{\frac{-48}{-35}}$  On détermine le signe.

$$D = -\frac{\frac{32}{21}}{\frac{48}{35}}$$

$$D = -\frac{32}{21} \times \frac{35}{48}$$

On multiplie par l'inverse de la fraction qui divise.

$$D = -\frac{8 \times 2 \times 2 \times 7 \times 5}{7 \times 3 \times 3 \times 2 \times 8}$$

On simplifie.

$$D = -\frac{10}{9}$$

**1** Complète les égalités par un nombre décimal puis complète le tableau.

- a.  $2 \times \dots = 1$
- b.  $10 \times \dots = 1$
- c.  $5 \times \dots = 1$
- d.  $-8 \times \dots = 1$
- e.  $0,4 \times \dots = 1$
- f.  $-0,01 \times \dots = 1$

Nombre	2	10	5	-8	0,4	-0,01
Inverse						

**2** Complète les égalités à trou, puis complète le tableau.

- a.  $\frac{7}{2} \times \dots = 1$
- b.  $\frac{-5}{3} \times \dots = 1$
- c.  $-\frac{5}{4} \times \dots = 1$
- d.  $\frac{1}{-17} \times \dots = 1$
- e.  $\frac{13}{15} \times \dots = 1$
- f.  $\frac{-18}{11} \times \dots = 1$

Nombre	$\frac{7}{2}$	$\frac{-5}{3}$	$-\frac{5}{4}$	$\frac{1}{-17}$	$\frac{13}{15}$	$\frac{-18}{11}$
Inverse						

**3** Écris chaque nombre sous la forme d'une fraction ou d'un nombre décimal.

- a.  $\frac{1}{\frac{1}{15}} = \dots$
- b.  $\frac{1}{\frac{1}{1,35}} = \dots$
- c.  $\frac{1}{\frac{1}{19}} = \dots$
- d.  $\frac{1}{\frac{1}{-8}} = \dots$
- e.  $\frac{1}{\frac{1}{7}} = \dots$
- f.  $\frac{1}{\frac{-19}{20}} = \dots$
- g.  $\frac{1}{\frac{6,2}{3,4}} = \dots$
- h.  $\frac{1}{\frac{-7}{12}} = \dots$

**4** Parmi les nombres suivants, entoure ceux dont  $\frac{10}{7}$  est l'inverse.

- A =  $-\frac{10}{7}$
- B =  $-\frac{7}{10}$
- C =  $\frac{7}{10}$
- D = 0,7
- E = -0,7
- F = 1,4
- G =  $\frac{49}{100}$
- H =  $\frac{49}{70}$
- J =  $\frac{14}{20}$

**5** Complète, si possible, le tableau suivant.

	x	Inverse de x	Opposé de x
a.	-7		
b.	0		
c.	$\frac{1}{3}$		
d.	$-\frac{5}{2}$		

**6** Traduis chaque phrase par une fraction.

- a. L'inverse du quart de l'opposé de 5 :  $\frac{\dots}{\dots}$
- b. L'opposé du tiers de l'inverse de 5 :  $\frac{\dots}{\dots}$
- c. L'opposé de l'inverse de  $\frac{13}{15}$  :  $\frac{\dots}{\dots}$
- d. L'inverse du quart de l'opposé de  $-\frac{12}{10}$  :  $\frac{\dots}{\dots}$

**7** Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction.

$$A = 5 \div 3$$

$$C = \frac{-1}{5} \div 4$$

$$B = \frac{3}{4} \div 4$$

$$D = \frac{-1}{4} \div -7$$

**8** Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction.

$$A = 5 \div \frac{3}{4}$$

$$C = 13 \div \frac{7}{-11}$$

$$B = 1 \div \frac{7}{12}$$

$$D = -4 \div \frac{-7}{3}$$

**9** Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction.

$$E = \frac{5}{7} \div \frac{13}{11}$$

$$H = \frac{1}{4} \div \frac{1}{3}$$

$$F = \frac{4}{9} \div \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$J = \frac{9}{10} \div \frac{5}{11}$$

$$G = \frac{5}{3} \div \frac{7}{2}$$

$$K = -\frac{18}{7} \div \frac{5}{4}$$

**10** Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$$L = \frac{5}{7} \div \frac{15}{2}$$

$$P = \frac{18}{4} \div \frac{6}{8}$$

$$M = \frac{5}{3} \div \frac{7}{9}$$

$$R = \frac{2,7}{0,15} \div \frac{3}{0,25}$$

$$N = \frac{12}{5} \div \frac{6}{7}$$

$$S = \frac{12}{18} \div \frac{4}{45}$$

**11** Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$$A = \frac{-5}{7} \div \frac{3}{4}$$

$$D = \frac{5}{-3} \div \frac{-7}{2}$$

$$B = \frac{25}{-8} \div \left(-\frac{15}{-4}\right)$$

$$E = \frac{-70}{12} \div \frac{14}{-6}$$

$$C = \frac{-15}{7} \div \frac{5}{-4}$$

$$F = -\frac{1,2}{15} \div \frac{1,8}{40}$$

**12** Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$$A = \frac{-24}{21} \div \frac{-32}{14}$$

$$C = \frac{-17}{27} \div \frac{-34}{-21}$$

$$B = \frac{45}{-18} \div \frac{15}{12}$$

$$D = \frac{39}{-42} \div \frac{-26}{56}$$

**13** Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$$K = -\frac{5}{2} \div \frac{4}{15}$$

$$M = \frac{72}{35} \div \frac{54}{105}$$

$$L = \frac{51}{21} \div \frac{68}{7}$$

$$N = -\frac{39}{14} \div \frac{65}{-30}$$

**14** Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$$E = \frac{1}{2} \div \frac{3}{3}$$

$$F = \frac{2}{5} \div \frac{5}{3}$$

$$G = \frac{-5}{3} \div \frac{4}{4}$$

Que remarques-tu ?

**15** Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$$J = \frac{7}{2} \div \frac{5}{2}$$

$$K = \frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$$

**16** Calcule astucieusement les nombres suivants.

$$L = \frac{\left(1 - \frac{1}{6}\right)\left(1 - \frac{2}{6}\right)\left(1 - \frac{3}{6}\right)\left(1 - \frac{4}{6}\right)\left(1 - \frac{5}{6}\right)\left(1 - \frac{6}{6}\right)}{1 - \frac{1}{6}}$$

$$M = \frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{9}{10}}{\frac{17}{34} + \frac{51}{68} + \frac{153}{170}}$$

$$N = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{5}}}}$$

**1** Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées et une seule est exacte. Entoure la bonne réponse.

	A	B	C
a. $\left(\frac{-3}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^3$ est égal à :	$\frac{17}{8}$	$\frac{-19}{8}$	$\frac{7}{16}$
b. $\left(\frac{-3}{4} - \frac{3}{2}\right) \times \frac{5}{2}$ est égal à :	$\frac{-15}{2}$	$\frac{-45}{8}$	0
c. $-3 \div \frac{5}{2}$ est égal à :	$-\frac{5}{6}$	$\frac{-15}{2}$	$-\frac{6}{5}$
d. $\frac{7}{4} \div \frac{5}{2}$ est égal à :	$\frac{7}{10}$	$\frac{35}{8}$	$\frac{10}{7}$
e. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{4}$ est égal à :	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{16}$
f. $\frac{3}{4} - \frac{5}{4} \div \frac{1}{2}$ est égal à :	$-\frac{7}{4}$	-1	$\frac{13}{5}$
g. $\frac{3}{2} + \frac{11}{5} \times \frac{15}{2}$ est égal à :	$\frac{111}{4}$	18	$\frac{35}{2}$
h. $\left(\frac{3}{14} - \frac{2}{7}\right) \div \frac{1}{2}$ est égal à :	$-\frac{1}{7}$	$\frac{-1}{28}$	$\frac{2}{7}$
i. $\frac{2}{6} - \frac{7}{3} \div \frac{1}{4}$ est égal à :	-9	-8	$-\frac{5}{12}$
j. $\frac{3 - \frac{5}{2}}{\frac{2}{7} - \frac{7}{2}}$ est égal à :	1	$-\frac{45}{28}$	$-\frac{7}{45}$

**2** Calcule et écris le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$$J = \left(\frac{1}{8} - \frac{7}{12}\right) \div \left(\frac{7}{6} + \frac{7}{16}\right)$$

$$K = \frac{1}{8} - \frac{7}{12} \div \frac{7}{6} + \frac{7}{12}$$

$$L = \left(\frac{1}{8} + \frac{7}{12}\right) \times \left(\frac{6}{5} \div \frac{4}{15}\right)$$

$$M = \frac{\frac{1}{8} + \frac{7}{12}}{\frac{5}{6} - \frac{4}{15}} = \dots$$

$$N = \frac{\frac{5}{3} - \frac{7}{9}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}} = \dots$$

$$P = \frac{\frac{1}{5}}{6 - \frac{4}{15}} = \dots$$

**3 Fractions à étages**

Exemple de calcul :

$$2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2}}} = 2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{3}}} = 2 - \frac{1}{2 - \frac{2}{3}} = 2 - \frac{1}{\frac{4}{3}} = 2 - \frac{3}{4}$$

Calcule et écris le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$$A = 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}} = \dots$$

.....

.....

.....

.....

.....

$$B = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{2}}}} = \dots$$

.....

.....

.....

.....

.....

**4** ABCD est un rectangle de longueur  $L$  et largeur  $l$ . On considère un rectangle EFGH de longueur les cinq huitièmes de celle de ABCD et de largeur le tiers de celle de ABCD.

**a.** Exprime l'aire de ABCD en fonction de  $L$  et  $l$ .

.....

**b.** Exprime l'aire de EFGH en fonction de celle de ABCD.

.....

.....

.....

**c.** L'aire de EFGH étant de  $4\,800\text{ cm}^2$ , calcule l'aire du rectangle ABCD.

.....

.....

**5 Avec les équations**

Résoudre les équations suivantes.

**a.**  $\frac{1}{4}x = 7$

.....

**b.**  $\frac{2}{5}x = -8$

.....

**c.**  $\frac{-5}{3}x = -\frac{8}{5}$

.....

**d.**  $\frac{1}{3}x = -\frac{7}{6}$

.....

# Nombres entiers

A5



<b>Série 1 • Effectuer une division euclidienne</b> .....	12
<b>Série 2 • Effectuer une décomposition en facteurs premiers</b> .....	14
<b>Série 3 • Rendre une fraction irréductible</b> .....	15
<b>Série 4 • Le point sur les nombres</b> .....	17

Exercice corrigé

- Effectue la division euclidienne de 183 par 12.
- $278 = 6 \times 45 + 8$  : quelle(s) division(s) euclidienne(s) cette égalité représente-t-elle ?

Correction

1. 
$$\begin{array}{r} 183 \overline{) 12} \\ 63 \overline{) 15} \\ \underline{3} \end{array}$$
 On peut donc écrire :  $183 = 12 \times 15 + 3$  avec  $3 < 12$ .

2.  $8 < 45$  mais  $8 > 6$  donc l'égalité représente la division euclidienne de 278 par 45 mais ne peut pas représenter celle de 278 par 6.

1 Entoure en bleu le dividende, en vert le reste, en noir le diviseur et en rouge le quotient entier puis complète.

$$\begin{array}{r|l} 154 & 25 \\ - 150 & 6 \\ \hline 4 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 884 & 34 \\ 204 & 26 \\ \hline 0 & \end{array}$$

Le quotient de 154 par 25 est ..... et il reste .....  
 Le quotient de 884 par 34 est .... et il reste ....

2 Complète chacune de ces divisions d'après les indications puis cherche le nombre manquant dans chaque division.

- a. Le reste est 1. 
$$\begin{array}{r|l} 265 & 11 \\ \hline \dots & \dots \\ \hline \end{array}$$
- b. Le quotient est 190. 
$$\begin{array}{r|l} 954 & 5 \\ \hline \dots & \dots \\ \hline \end{array}$$
- c.  $148 = 31 \times 4 + \dots$  et  $\dots < 31$   

$$\begin{array}{r|l} \dots & \dots \\ \hline \dots & \dots \\ \hline \end{array}$$
- d.  $789 = \dots \times 10 + 9$  et  $9 < \dots$   

$$\begin{array}{r|l} \dots & \dots \\ \hline \dots & \dots \\ \hline \end{array}$$

3 Pour chacune de ces divisions, qui sont correctes, écris l'égalité qui correspond.

a. 
$$\begin{array}{r|l} 125 & 7 \\ - 7 & 17 \\ \hline 55 & \\ - 49 & \\ \hline 6 & \end{array}$$
 c. 
$$\begin{array}{r|l} 312 & 25 \\ - 25 & 12 \\ \hline 62 & \\ - 50 & \\ \hline 12 & \end{array}$$

b. 
$$\begin{array}{r|l} 470 & 11 \\ - 44 & 42 \\ \hline 30 & \\ - 22 & \\ \hline 8 & \end{array}$$
 d. 
$$\begin{array}{r|l} 117 & 13 \\ - 117 & 9 \\ \hline 0 & \end{array}$$

4 De tête ...

Complète les colonnes sans poser les divisions.

	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
<b>Dividende</b>			456	907
<b>Diviseur</b>	15	40	45	
<b>Quotient</b>	30	25	10	15
<b>Reste</b>	7	11		7

5 Sans poser l'opération

- a. On a  $116 = (16 \times 7) + 4$ .  
 Quels sont le quotient entier et le reste dans la division euclidienne de 116 par 16 ?  
 .....
- Quels sont le quotient entier et le reste dans la division euclidienne de 116 par 7 ?  
 .....
- b. On a  $120 = (16 \times 7) + 8$ .  
 Quels sont le quotient entier et le reste dans la division euclidienne de 120 par 16 ?  
 .....
- Quels sont le quotient entier et le reste dans la division euclidienne de 120 par 7 ?  
 .....

**6 À la recherche du reste**

Dans la division euclidienne de 2 854 par 12, le quotient est 237. Sans effectuer la division, détermine le reste.

.....  
 .....

**7 À la calculatrice**

Pour calculer la division euclidienne de 152 486 par 2 548 je demande à la calculatrice :  $152\,486 \div 2\,548$ .

J'obtiens 59,8453... Le quotient entier est donc 59 et 0,8453... est le quotient du reste par 2 548.

Je tape : « -59(entrée)\*2548(entrée) » j'obtiens alors le reste.

Avec cette méthode, détermine la division euclidienne de :

a. 658 125 par 1 587 : .....

b. 810 127 par 2 895 : .....

c. 101 052 par 1 203 : .....

**8 Critères de divisibilité**

Parmi les nombres : 12 ; 30 ; 27 ; 246 ; 325 ; 4 238 et 6 139, indique ceux qui sont divisibles :

a. par 2	b. par 3	c. par 5	d. par 9
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....

**9 À la recherche du dividende**

Dans une division euclidienne, le diviseur est 14, le quotient est 18 et le reste est 5. Quel est le dividende ?

.....  
 .....

**10** On donne l'égalité :  $325 = 78 \times 4 + 13$ .

a. Sans faire de division, détermine le quotient et le reste de la division euclidienne de 325 par 78 ?

.....  
 .....

b. 78 est-il le quotient de la division euclidienne de 325 par 4 ? Justifie.

.....  
 .....

**11 Vocabulaire**

Réponds aux questions suivantes en justifiant.

a. 4 est-il un diviseur de 28 ? .....

.....

b. 32 est-il un multiple de 6 ? .....

.....

c. 4 divise-t-il 18 ? .....

.....

d. 35 est-il divisible par 5 ? .....

.....

**12** On s'intéresse aux nombres de trois chiffres de la forme  $\overline{65u}$  où  $u$  représente le chiffre des unités.

Quelles sont les valeurs possibles de  $u$  pour obtenir :

a. un multiple de 2 ? .....

.....

b. un nombre divisible par 9 ? .....

.....

**13 Pair**

Explique pourquoi le produit de deux entiers consécutifs est toujours pair.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Exercice corrigé**

Décompose en produit de facteurs premiers le nombre 4 680.

**Correction**

4 680 est pair, donc divisible par 2.  
 $4\ 680 \div 2 = 2\ 340 \rightarrow$  nombre pair, divisible par 2  
 $2\ 340 \div 2 = 1\ 170 \rightarrow$  nombre pair, divisible par 2  
 $1\ 170 \div 2 = 585 \rightarrow$  fini par 5, divisible par 5  
 $585 \div 5 = 117 \rightarrow 1 + 1 + 7 = 9$ , divisible par 3  
 $117 \div 3 = 39 \rightarrow 3 + 9 = 12$ , divisible par 3  
 $39 \div 3 = 13 \rightarrow$  nombre premier

La décomposition de 4 680 est donc :

$4\ 680 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 13$

**1 Décomposition**

Pour décomposer en produit de facteurs premiers on peut poser les divisions successives de la façon suivante.

4 680	<b>2</b>
2 340	<b>2</b>
1 170	<b>2</b>
585	<b>5</b>
117	<b>3</b>
39	<b>3</b>
13	<b>13</b>

On essaye de diviser par les nombres premiers des plus petits au plus grands.

Ou bien par les plus faciles à identifier (2 ou 5).

Donc :  $4\ 680 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 13$

Détermine la décomposition en produit de facteurs premiers de :

a.  $308 =$  .....

b.  $252 =$  .....

c.  $1\ 470 =$  .....

d.  $3\ 780 =$  .....

e.  $308 \times 1\ 470 =$  .....

f.  $\frac{3\ 780}{252} =$  .....

g.  $252 \times 308 \times 1\ 470 \times 3\ 780 =$  .....

h.  $\frac{3\ 780}{308} =$  .....

**2 Nombres premiers**

a. Donne tous les nombres premiers strictement inférieurs à 30.

.....  
 .....

b. Donne tous les nombres premiers strictement compris entre 880 et 900.

.....  
 .....

**3 607 est-il premier ?**

a. 607 n'est pas divisible par 2, ni par 3, ni par 5. Pourquoi ?

.....  
 .....

b. À la calculatrice, donne les résultats arrondis au dixième de la division de 607 par les autres nombres premiers.

.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

c. À partir de quel nombre premier peut-on stopper la recherche ? Conclue.

.....  
 .....

**4 Reconnaître un nombre premier**

Entoure les nombres qui sont premiers, puis donne une décomposition en produit de facteurs premiers des nombres que tu n'as pas entourés.

32	303
59	503
115	667
187	841
227	883

**Exercice corrigé**

Rends la fraction  $\frac{280}{448}$  irréductible.

**Correction**

On commence par décomposer 280 et 448 en produit de facteurs premiers.

$280 = 2^3 \times 7 \times 5$  et  $448 = 2^6 \times 7$

$\frac{280}{448} = \frac{2^3 \times 5 \times 7}{2^6 \times 7} = \frac{5}{2^3} = \frac{5}{8}$  **qui est irréductible**

**car 5 et 8 n'ont que 1 comme diviseur commun.**

**1** Les fractions sont-elles simplifiables ? Justifie.

- a.  $\frac{4}{6}$     b.  $\frac{3}{19}$     c.  $\frac{15}{30}$     d.  $\frac{1}{82}$     e.  $\frac{42}{39}$

a. ....

b. ....

c. ....

d. ....

e. ....

**2** Simplifie chaque fraction en utilisant les critères de divisibilité.

a.  $\frac{385}{165} =$  .....

b.  $\frac{153}{189} =$  .....

c.  $\frac{120}{90} =$  .....

**3** Simplifie pour obtenir une fraction irréductible.

a.  $\frac{4 \times 15 \times 14}{21 \times 10 \times 22} =$  .....

b.  $\frac{2^2 \times 3 \times 5^3}{2 \times 3^3 \times 5^2} =$  .....

**4 Avec un diviseur commun**

a. Sachant que 225 et 375 sont divisibles par 75, rends la fraction  $\frac{225}{375}$  irréductible.

.....

b. Sachant que 1 139 et 140 sont divisibles par 67, rends la fraction  $\frac{2\ 278}{2\ 814}$  irréductible.

.....

**5 En décomposant**

a. Écris 504 et 540 sous forme de produits de facteurs premiers.

.....

b. Rends alors la fraction  $\frac{504}{540}$  irréductible.

.....

**6** Rends la fraction  $\frac{1\ 204}{258}$  irréductible en effectuant une seule simplification et en détaillant les calculs.

.....

**7** La fraction  $\frac{274}{547}$  est-elle irréductible ? Justifie.

.....

.....

.....

.....

.....

**8** Voici la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres 1 080 et 288 :

$$1\ 080 = 2^3 \times 3^3 \times 5$$

$$288 = 2^5 \times 3^2.$$

**a.** Quel est le plus grand diviseur commun à ces deux nombres ?

.....

.....

.....

**b.** Simplifie la fraction  $\frac{1\ 080}{288}$  pour la rendre irréductible.

.....

.....

.....

**c.** Complète les décompositions en produits de facteurs premiers des nombres 3 528 et 6 174 :

$$3\ 528 = 2 \dots \times 3 \dots \times 7 \dots$$

$$6\ 174 = 2 \dots \times 3 \dots \times 7 \dots$$

**d.** Simplifie la fraction  $\frac{3\ 528}{6\ 174}$  pour la rendre irréductible.

.....

.....

.....

.....

**e.** Décompose 1 430 et 6 383 en produits de facteurs premiers

.....

.....

.....

.....

.....

**f.** La fraction  $\frac{1\ 480}{6\ 383}$  est-elle irréductible ?

.....

.....

.....

.....

**9** On peut démontrer que  $\sqrt{2}$  ne peut pas être écrit sous la forme d'une fraction. On peut cependant trouver des fractions qui approchent  $\sqrt{2}$  avec une bonne précision.

Une technique pour obtenir certaines de ces fractions consiste à les construire de la façon suivante.

On part de  $\frac{3}{2}$  et on construit la fraction  $\frac{N+2D}{N+D}$

**a.** En utilisant cette technique, complète le tableau suivant :

N	D	N + 2D	N + D	Fraction obtenue
1	1	3	2	$\frac{3}{2}$
3	2			

**b.** Prouve que la dernière fraction obtenue est irréductible.

.....

.....

.....

.....

**c.** Avec une calculatrice détermine l'écart de valeur entre la dernière fraction obtenue et  $\sqrt{2}$ . Obtient-on une bonne approximation de  $\sqrt{2}$  ?

.....

.....

.....

.....

**1 Avec les nombres entiers**

a. Parmi ces nombres entoure en rouge les nombres entiers naturels et raye en bleu les nombres entiers relatifs.

$\frac{4}{-2}$	12	-0,25	$\frac{-1}{82}$	12,12
$\frac{-2\pi}{\pi}$	-5	0	$\pi$	$10^5$

b. Que remarques-tu ? Explique.

.....

.....

c. Comment peut-on nommer les nombres entiers relatifs qui ne sont pas des entiers naturels ?

.....

**2 Avec les quotients**

a. Parmi ces nombres entoure en rouge les nombres décimaux et raye en bleu les nombres rationnels (quotient de deux entiers relatifs).

$\frac{4}{-8}$	$\frac{4}{10}$	-0,25	$\frac{1}{82}$	$\sqrt{3}$
$\frac{-2,5}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2,5}{500}$	$10^{-6}$	$\frac{2,5}{30}$

b. Que remarques-tu ? Explique.

.....

.....

**3** Lorsque c'est possible, écris chaque fraction avec un dénominateur qui soit une puissance de 10 (1 ; 10 ; 100 ; ...). Si cela n'est pas possible donne une valeur approchée du quotient avec le plus de décimales possible (calculatrice).

a.  $\frac{7}{5} =$  .....

b.  $\frac{1}{3} =$  .....

c.  $\frac{-13}{25} =$  .....

d.  $\frac{2}{11} =$  .....

e.  $\frac{-42}{21} =$  .....

f.  $\frac{-1}{7} =$  .....

**4 Nombres irrationnels**

Les nombres réels qui ne sont pas des rationnels sont des irrationnels. Complète par des croix l'appartenance d'un nombre à un ensemble.

Nombre	Entier naturel	Entier relatif	Décimal	Rationnel
$10^3$				
$\frac{-2\pi}{3}$				
$\frac{25}{-5}$				
$2,3 \times 10^{-1}$				
$\sqrt{2}$				
$\frac{1,5}{30}$				
$\frac{1}{45}$				

**5 Nombres « amis »**

a. Écris la liste de tous les diviseurs de 220 et de 284.

220 : .....

284 : .....

b. Calcule la somme des diviseurs obtenus pour chaque nombre. Que remarques-tu ?

220 : .....

284 : .....

.....

c. De tels nombres sont appelés « nombres amis ». Montre que 5 020 et 5 564 sont amis.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**6 Nombres parfaits**

Un nombre entier N est « parfait » s'il est égal à la demi-somme de ses diviseurs.

Exemple : 6 a pour diviseurs 1 ; 2 ; 3 et 6. De plus  $6 = (1 + 2 + 3 + 6) \div 2$ . Donc 6 est un nombre parfait.

a. Montre que 28 et 496 sont parfaits.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. Trouve un nombre parfait qui a au moins deux diviseurs 3 et 17.

.....

.....

**7 Puissance de 2 et nombres parfaits**

On ajoute successivement les puissances de 2. Quand le résultat de la somme est un nombre premier on le multiplie par la dernière puissance de 2 utilisée. On obtient un nombre parfait.

$1 + 2 = 3$  est premier et  $2 \times 3 = 6$  est parfait.  
 $1 + 2 + 4 = 7$  est premier et  $4 \times 7 = 28$  est parfait.  
 $1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31$  est premier et  $16 \times 31 = 496$  est parfait.

a. Détermine quel sera le prochain nombre obtenu de cette façon.

.....

.....

.....

.....

.....

b. Prouve que ce nombre est bien parfait.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**8 Fraction décimale**

Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10.

a. Donne quelques exemples de fraction décimale.

.....

b. Quelle est la décomposition en produit de facteurs premiers de 10 ?

.....

c. Déduis-en la décomposition en produit de facteurs premiers de  $10^n$ .

.....

d. « Si la décomposition en produit de facteurs premiers du dénominateur ne contient que des 2 et des 5 alors une fraction peut être écrite sous forme de fraction décimale. »

Montre que cette proposition est vraie pour les fractions suivantes.

$\frac{9}{4} =$  .....

.....

$\frac{11}{125} =$  .....

.....

$\frac{7}{32} =$  .....

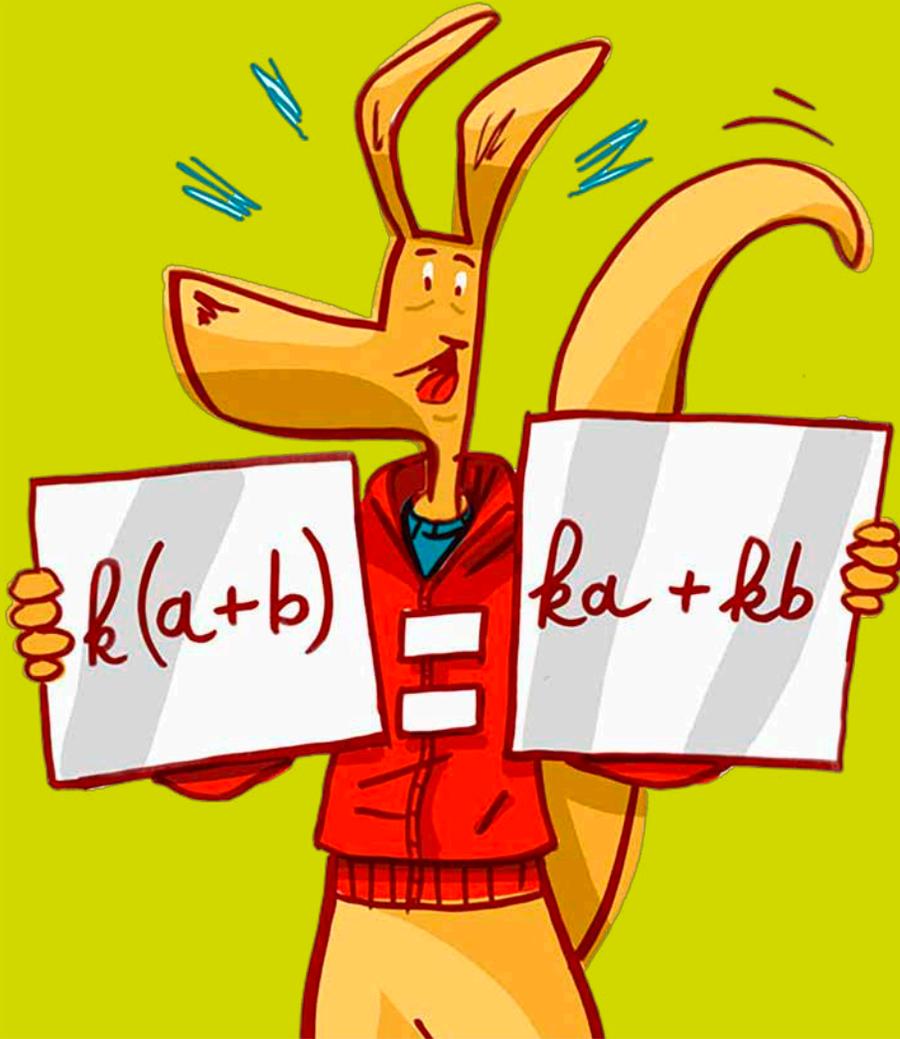
.....

e. Parmi les fractions suivantes certaines sont décimales. Repère-les et écris-les sous forme de fractions décimales.

Fraction	Décimale ?	Fraction décimale
$\frac{7}{16}$		
$\frac{2}{45}$		
$\frac{3}{15}$		
$\frac{25}{75}$		

# Calcul littéral

A7



<b>Série 1 • Factoriser</b> .....	20
<b>Série 2 • Développer</b> .....	24
<b>Série 3 • Résoudre un problème</b> .....	27

**Exercice corrigé**

**a.** Factorise :

$$D = (9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11).$$

**b.** Factorise les expressions suivantes.

- $A = x^2 + 6x + 9.$
- $B = 25x^2 - 20x + 4$
- $C = 64x^2 - 49.$

**Correction**

**a.**  $D = (9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11).$

$$D = (9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11)$$

$$D = (9x - 4)[(5x + 6) - (3x + 11)]$$

$$D = (9x - 4)[5x + 6 - 3x - 11]$$

$$D = (9x - 4)(2x - 5)$$

**b.**

•  $A = x^2 + 6x + 9$

$$A = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$$

$$A = (x + 3)^2$$

•  $B = 25x^2 - 20x + 4$

$$B = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 2 + 2^2$$

$$B = (5x - 2)^2$$

•  $C = 64x^2 - 49$

$$C = (8x)^2 - 7^2$$

$$C = (8x + 7)(8x - 7)$$

**1 Repérer le facteur commun**

**1.** Dans les sommes et les différences suivantes, souligne le facteur commun.

**a.**  $3(x - 3) + 3 \times 4$

**b.**  $xy + x(y + 1)$

**c.**  $(x + 1)(2x - 5) + (x - 7)(x + 1)$

**d.**  $2t(t - 7) - t(-t + 5)$

**2.** Transforme les sommes et les différences suivantes de façon à faire apparaître un facteur commun. Entoure en rouge ce facteur.

**e.**  $9y + 12 = \dots\dots\dots$

**f.**  $x^2 + 5x = \dots\dots\dots$

**g.**  $(x + 1)^2 - 2(x + 1) = \dots\dots\dots$

**h.**  $(t - 7)(2t + 1) + (2t + 1)^2 = \dots\dots\dots$

**2 Factorisations guidées**

**a.** Factorise A par  $(x + 2)$  puis réduis.

$$A = (x + 2)(2x - 1) + (x + 2)(3x + 2)$$

.....

.....

**b.** Factorise B par  $(x - 7)$  puis réduis.

$$B = (5x - 3)(x - 7) - (2x + 4)(x - 7)$$

.....

.....

.....

**3** Factorise puis réduis.

$$C = (2x - 1)(x - 5) + (3x + 7)(x - 5)$$

.....

.....

.....

$$D = (2x + 5)(x - 3) + (2x + 5)(-3x + 1)$$

.....

.....

.....

$$E = (3x + 7)(2x - 9) - (3x + 7)(5x - 7)$$

.....

.....

.....

$$F = (-3x + 4)(3x - 8) - (-3x + 4)(7x + 2)$$

.....

.....

.....

$$G = (8y + 3)(5y + 7) - 3(8y + 3)(2y - 1)$$

.....

.....

.....

**4** Soit  $D = (2x + 1)(6x + 1) - (2x + 1)(2x - 7).$

**a.** En factorisant, vérifie que  $D = (2x + 1)(4x + 8).$

.....

.....

.....

**b.** En factorisant  $4x + 8$ , déduis-en une nouvelle factorisation de D.

.....

.....

**5** Factorise puis réduis chaque expression.

$$A = (2x + 1)(x - 3) + (2x + 1)$$

$$A = (2x + 1)(x - 3) + (2x + 1) \times \dots$$

$$A = (2x + 1) \times \dots$$

$$A = \dots$$

$$B = (3x + 2) - (2x - 7)(3x + 2)$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$C = -x - (3x - 2)x$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

**6** Factorise puis réduis chaque expression.

$$D = (x - 1)^2 + (x - 1)(2x + 3)$$

$$D = (\dots) \times (\dots) + (x - 1)(2x + 3)$$

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

$$E = (2x + 3)(x - 5) - (x - 5)^2$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

**7** Factorise puis réduis chaque expression.

$$A = (2x + 3)^2 + (x - 2)(2x + 3)$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$B = (2t - 7) - (5t + 1)(2t - 7)$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$C = 2y^2 - y(4y - 7)$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

**8** Factorise puis réduis chaque expression.

$$J = \left(\frac{2}{3}x + 1\right)(x - 5) - (3x + 9)\left(\frac{2}{3}x + 1\right)$$

$$\dots$$

**9** Factorise chaque expression.

$$D = 9x^2 + 30x + 25$$

$$\dots$$

**10** Factorise chaque expression.

$$G = 9x^2 + 64 + 48x$$

.....  
 .....

$$H = 9 + 4x^2 - 12x$$

.....  
 .....

$$J = x^2 - 2x + 1$$

.....  
 .....

$$K = y^2 - 18y + 81$$

.....  
 .....

$$L = 16x^2 + 25 - 40x$$

.....  
 .....

**11** Factorise chaque expression.

$$M = x^2 - 49$$

.....  
 .....

$$N = 81 - t^2$$

.....  
 .....

$$P = 16x^2 - 36$$

.....  
 .....

$$Q = 25 - 4y^2$$

.....  
 .....

**12** Factorise puis réduis chaque expression.

$$R = (x + 4)^2 - 49$$

$$R = (x + 4)^2 - \dots^2$$

.....  
 .....

$$S = (x - 4)^2 - (2x - 1)^2$$

$$a^2 - b^2 \text{ avec } a = \dots \text{ et } b = \dots$$

.....  
 .....

$$T = 4 - (1 - 3x)^2$$

.....  
 .....

**13** Factorise puis réduis chaque expression.

$$U = (3 - 2x)^2 - 4$$

.....  
 .....

$$V = 121 - (x - 7)^2$$

.....  
 .....

$$W = (7x + 8)^2 - (9 - 5x)^2$$

.....  
 .....

# Série 1 Factoriser

**14** Complète le tableau suivant de façon à obtenir une expression de la forme  $a^2 + 2ab + b^2$  ou  $a^2 - 2ab + b^2$ , puis sa forme factorisée.

	Expression	$a$	$b$	$(a + b)^2$ ou $(a - b)^2$
a.	$x^2 + \dots + 4$			
b.	$4x^2 - 8x + \dots$			
c.	$\dots - 20x + 4$			
d.	$9x^2 - 42x + \dots$			

**15** Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, choisis et entoure la bonne réponse parmi les trois proposées. Aucune justification n'est demandée.

	L'expression factorisée de	A	B	C
a.	$x^2 - 100$ est :	$(x - 10)(x + 10)$	$(x - 50)(x + 50)$	$(x - 10)^2$
b.	$4x^2 - 12x + 9$ est :	$(2x + 3)(2x - 3)$	$(2x + 3)^2$	$(2x - 3)^2$
c.	$9x^2 - 16$ est :	$(3x - 4)^2$	$(3x + 4)(3x - 4)$	$(3x + 4)^2$
d.	$(x + 1)^2 - 9$ est :	$(x - 2)(x + 4)$	$x^2 + 2x - 8$	$(x - 8)(x + 10)$
e.	$25x^2 + 60x + 36$ est :	$(25x + 6)^2$	$(5x + 6)^2$	$(-5x + 6)^2$
f.	$(2x + 1)^2 - 1$ est :	$(2x + 1)(2x - 1)$	$2x(2x - 2)$	$2x(2x + 2)$

**16 Vers la seconde**

Factorise les expressions suivantes.

$$A = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 25$$

.....

.....

.....

$$B = (x - 1)^2 - \frac{1}{4}$$

.....

.....

.....

$$C = \frac{16}{49} - (1 - 3x)^2$$

.....

.....

.....

$$D = \left(\frac{1}{3} - 2x\right)^2 - \frac{4}{9}$$

.....

.....

.....

## Exercice corrigé

Développe et réduis les expressions suivantes :

- $A = (x + 1)^2$
- $B = (x - 4)^2$
- $C = (3x - 5)^2$
- $D = (7x + 2)(7x - 2)$

### Correction

- $A = (x + 1)^2$   
 $A = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2$   
 $A = x^2 + 2x + 1$
- $B = (x - 4)^2$   
 $B = x^2 - 2 \times x \times 4 + 4^2$   
 $B = x^2 - 8x + 16$
- $C = (3x - 5)^2$   
 $C = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2$   
 $C = 9x^2 - 30x + 25$
- $D = (7x + 2)(7x - 2)$   
 $D = (7x)^2 - 2^2$   
 $D = 49x^2 - 4$

**1** Développe puis réduis chaque expression.

$A = 5(10x + 8)$

.....

.....

$B = 9x(6 - 6x)$

.....

.....

$C = 3(4x + 7) + 4(2x - 9)$

.....

.....

$D = 7x(2x - 5) - x(2x - 5)$

.....

.....

**2** Développe puis réduis chaque expression.

$E = (2x + 5)(3x + 7)$

$E =$  .....

$E =$  .....

$E =$  .....

$F = (5x + 8)(2x - 7)$

.....

.....

.....

$G = (2x - 5)(3x - 2)$

.....

.....

.....

$H = (2 + x)(5x - 4)$

.....

.....

.....

**3** Développe puis réduis chaque expression.

$J = (x + 7)(3 - 2x) + (5x - 2)(4x + 1)$

.....

.....

.....

$K = (5x - 2)(5x - 8) - (3x - 5)(x + 7)$

.....

.....

.....

$L = (2x + 3)(5x - 8) - (2x - 4)(5x - 1)$

.....

.....

.....

**4** Développe puis réduis chaque expression.

$$M = (x + 5)^2$$

.....  
.....

$$N = (4 + 7x)^2$$

.....  
.....

$$P = (4x + 6)^2$$

.....  
.....

**5** Développe puis réduis chaque expression.

$$S = (x - 5)^2$$

.....  
.....

$$T = (3x - 7)^2$$

.....  
.....

$$U = (1 - 6x)^2$$

.....  
.....

**6** Développe puis réduis chaque expression.

$$C = (y + 3)(y - 3)$$

.....  
.....

$$D = (2x + 5)(2x - 5)$$

.....  
.....

$$E = (3 + 4x)(4x - 3)$$

.....  
.....

$$F = (7 - 4x)(4x + 7)$$

.....  
.....

**7** Développe puis réduis chaque expression.

**a.**  $(x + 8)^2 =$  .....

**b.**  $(3x - 9)^2 =$  .....

**c.**  $(x + 7)(x - 7) =$  .....

**d.**  $(4y - 5)(4y + 5) =$  .....

**e.**  $(6 - 2t)^2 =$  .....

**8** Complète chaque égalité en choisissant l'identité remarquable qui convient.

**a.**  $(3x + \dots)^2 = \dots + \dots + 49$

**b.**  $(5x - \dots)^2 = \dots - \dots + 36$

**c.**  $(6x + \dots)(\dots - \dots) = \dots - 64$

**d.**  $(\dots)^2 = \dots + 70x + 25$

**e.**  $(\dots)^2 = 16x^2 - 72x + \dots$

**9** Développe puis réduis chaque expression.

**a.**  $F = (3x + 7)^2 + (7x - 3)^2$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**b.**  $G = (x + 2)^2 - (3x - 5)^2$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**c.**  $H = (5x - 7)^2 + (4x - 8)(4x + 8)$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**10 En substituant**

a. Développe et réduis l'expression suivante.

$$M = 3(x + 5) - (x - 8)^2$$

.....

.....

.....

b. En utilisant la forme développée, calcule M pour  $x = -2$ .

.....

.....

.....

**11 Calculs avec la forme développée**

a. Développe et réduis l'expression suivante.

$$H = (2x - 5)^2 - (4x + 1)^2$$

.....

.....

.....

b. Calcule l'expression H pour  $x = 3$ .

.....

.....

.....

**12 Développe et réduis les expressions suivantes.**

$$P = 3(x + 7) - (x + 7)^2$$

.....

.....

.....

$$R = 3(2x - 1) - (4x + 8)^2$$

.....

.....

.....

$$S = (5x + 4)(2x + 3) - (5x + 7)$$

.....

.....

.....

.....

$$T = -2x(3x - 5) - (9x + 10)^2$$

.....

.....

.....

.....

**13 Développe puis réduis chaque expression.**

$$A = \left(\frac{3}{4} + x\right)^2$$

.....

.....

.....

$$B = \left(3x - \frac{2}{3}\right)^2$$

.....

.....

.....

$$C = \left(\frac{5}{2}x - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{5}{2}x + \frac{1}{3}\right)$$

.....

.....

.....

**1** Calcule rapidement en utilisant une identité remarquable.

a.  $101^2 = (100 + 1)^2$

$101^2 = \dots\dots\dots$

b.  $1\ 001^2 = (\dots\dots\dots + \dots\dots\dots)^2$

$1\ 001^2 = \dots\dots\dots$

c.  $99^2 = \dots\dots\dots$

d.  $401 \times 399 = \dots\dots\dots$

e.  $45 \times 35 = \dots\dots\dots$

f.  $101^2 - 99^2 = \dots\dots\dots$

g.  $235^2 - 234^2 = \dots\dots\dots$

h.  $105^2 - 95^2 = \dots\dots\dots$

i.  $9\ 875^2 - 9\ 875^2 = \dots\dots\dots$

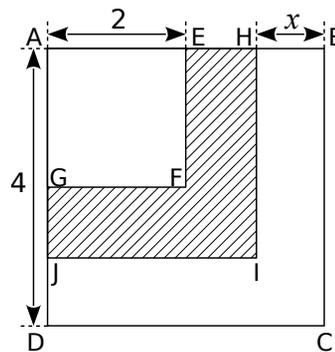
**2 Juste ou non ?**

a. Pierre doit calculer  $100\ 001^2$ . Il prend sa calculatrice et trouve  $1,000\ 02 \times 10^{10}$ . Il déclare alors que le résultat est faux. Explique pourquoi.

b. Calcule  $100\ 001^2$  en utilisant une identité remarquable.

$100\ 001^2 = \dots\dots\dots$

**3 Avec des carrés**



a. Dans la figure ci-contre, AEFG, AHIJ et ABCD sont des carrés. Calcule AH en fonction de x.

b. Déduis-en l'aire de AHIJ.

c. Entoure, dans la liste ci-dessous, la (ou les) expressions(s) algébrique(s) qui correspond(ent) à l'aire de la partie hachurée.

$M = (4 - x)^2 - 2^2$     $N = 2(4 - x - 2)$     $P = 4^2 - x^2 - 2^2$

d. Développe et réduis l'expression

$Q = (4 - x)^2 - 4.$

e. Calcule Q pour  $x = 2$ . Que traduit ce résultat pour la figure ?

**4 D'après brevet**

a. Développer et réduire  $P = (x + 12)(x + 2)$ .

.....

.....

.....

b. Factoriser  $Q = (x + 7)^2 - 25$

.....

.....

.....

c. ABC est un triangle rectangle en A et  $x$  désigne un nombre positif.  $BC = x + 7$  et  $AB = 5$ . Fais un schéma et montre que  $AC^2 = x^2 + 14x + 24$ .

.....

.....

.....

.....

.....

**5** Soit  $S = (2t - 5) + (2t - 5)(x - 1) - x(t - 5)$ .

a. Montre que  $S = tx$ .

.....

.....

.....

b. Calcule  $S$  pour  $x = \frac{2\ 507}{3\ 012}$  et  $t = \frac{3\ 012}{2\ 507}$ .

.....

.....

.....

.....

**6** Voici un programme de calcul.

- Choisis un nombre entier  $n$ .
- Mets  $n$  au carré. Prends le double du résultat.
- Soustrais au résultat précédent le produit de  $n$  par l'entier qui le suit.

a. Écris une expression littérale traduisant ce programme.

.....

b. Factorise et réduis cette expression.

.....

c. Complète la phrase :  
« Finalement, le programme de calcul revient à

..... »

**7 Calculs astucieux**

a. Développe et réduis  $F = (x + 1)^2 - (x - 1)^2$ .

.....

.....

b. Déduis-en le résultat de  $10\ 001^2 - 9\ 999^2$ .

.....

.....

**8 (D'après brevet) Avec astuce**

a. On considère  $G = (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2)$ .  
Développe et réduis  $G$ .

.....

.....

.....

b. Déduis-en le résultat de  $9\ 997^2 - 9\ 999 \times 9\ 998$ .

.....

.....

.....

# Équation, inéquation

A8



<b>Série 1 • Tester une (in)égalité</b> .....	30
<b>Série 2 • Résoudre une équation</b> .....	32
<b>Série 3 • Résoudre une inéquation</b> .....	35
<b>Série 4 • Résoudre un problème</b> .....	38

## 1 Solution de l'équation ?

a. Le nombre 3 est-il solution de l'équation  $5x - 2 = 4x + 1$  ? Justifie.

.....  
 .....  
 .....

b. Le nombre -2 est-il solution de l'équation  $x(3x + 4) = (2x + 5)(x - 2)$  ? Justifie.

.....  
 .....  
 .....  
 .....

2 Le couple (3 ; 4) est-il solution de l'équation  $5x - 3y = 3$  ? Justifie ta réponse.

Dans l'équation, on remplace  $x$  par .... et  $y$  par .....

.....  
 .....

3 Les couples suivants sont-ils des solutions de l'équation  $7x + y = -3$  ? Justifie.

- a. (-1 ; 4)      c.  $\left(\frac{-1}{4}; \frac{-5}{4}\right)$       d.  $\left(\frac{-2}{3}; 2\right)$   
 b. (-2 ; 9)

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

## 4 Solution ou pas ?

- (-2 ; 3)      (-1 ; 1)      (0 ; 5)      (5 ; -7)  
 (7 ; -9)      (8 ; -11)      (-4 ; 5)      (6 ; -7)

a. Entoure en bleu le(s) couple(s) qui est (sont) solution(s) de l'équation  $4x + 3y = -1$ .

b. Entoure en rouge le(s) couple(s) qui est (sont) solution(s) de l'équation  $x + y = 1$ .

c. Déduis-en un couple solution du système

$$\begin{cases} 4x + 3y = -1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

Une solution du système est .....

## 5 Une question d'ordre

a. Le couple (-3 ; 1) est-il solution du système

$$\begin{cases} x + 5y = 2 \\ 2x - 7y = -13 \end{cases} \text{ ? Justifie.}$$

.....  
 .....

b. Le couple (7,1 ; -6,4) est-il solution du système

$$\begin{cases} 3x + 4y = -43 \\ -9x - 5y = -31,8 \end{cases} \text{ ? Justifie.}$$

.....  
 .....  
 .....

## 6 Comparaisons

a. Sachant que  $x = -2$ , compare  $2x - 3$  et  $3x + 2$ .

D'une part,  $2x - 3 = 2 \times (-2) - 3 = \dots\dots\dots$

d'autre part,  $3x + 2 = \dots\dots\dots$

Donc, pour  $x = -2$ , .....

b. Sachant que  $a = 6$ , compare  $\frac{2}{3}a - 5$  et  $\frac{a}{2} - 4$ .

D'une part, .....

d'autre part, .....

Donc .....

# Série 1 Tester une (in)égalité

**7** Traduis chaque inégalité par une phrase.

a.  $x \geq -2$

Le nombre  $x$  est .....

.....

b.  $3 > x$

.....

c.  $x \leq -0,8$

.....

d.  $\frac{1}{4}x < 3$

.....

.....

**8** Traduis chaque phrase par une inégalité.

a. Le double de  $x$  est inférieur ou égal à 7.

.....

b. La moitié de  $x$  est strictement inférieure à  $-2$ .

.....

c. La somme de 3 et du triple de  $x$  est strictement supérieure à 5.

.....

d. Le produit de 12 par  $y$  est supérieur ou égal à la différence de 3 et de  $y$ .

.....

**9** Pour chaque inéquation, coche le (ou les) nombre(s) qui vérifie(nt) l'inéquation.

a.  $4x > 9$

0                        $-5$

3                          $\frac{9}{4}$

b.  $9x \leq -5$

0                          $-5$

3                          $-\frac{5}{9}$

c.  $8x - 11 > 0$

0                          $-5$

5                          $\frac{5}{16}$

d.  $5 - 2x \geq -5$

0                          $-5$

6                          $-\frac{1}{2}$

e.  $6x - 12 < 5x + 4$

0                          $-5$

17                        $\frac{1}{2}$

f.  $-4x - 12 > 4x + 12$

0                          $-5$

17                        $\frac{3}{4}$

**10** Parmi les nombres 4 et  $-2,5$ , indique lequel (lesquels) est (sont) solution(s) de chaque inéquation.

a.  $4x \geq -10$

.....

.....

.....

.....

b.  $4 - 3x < 13$

.....

.....

.....

.....

c.  $-5x + 7 < 13 + 2x$

.....

.....

.....

.....

## **11** Tester une inégalité

a. L'inégalité  $5x - 3 > 1 + 3x$  est-elle vérifiée pour  $x = -12$  ?

.....

.....

.....

.....

b. L'inégalité  $3x - \frac{1}{2} \geq x + 1$  est-elle vérifiée pour  $x = \frac{3}{4}$  ?

.....

.....

.....

.....

## Exercice corrigé

Résous  $(x + 3)(x - 7) = 0$ .

### Correction

Pour que ce produit soit nul, il faut et suffit que l'un de ses facteurs au moins soit nul.

C'est-à-dire :  $x + 3 = 0$  ou  $x - 7 = 0$

$x = -3$  ou  $x = 7$

Les solutions de l'équation-produit  $(x + 3)(x - 7) = 0$  sont  $-3$  et  $7$ .

**1** Résous les équations suivantes.

a.  $x + 3 = 8$

c.  $5 - x = -12$

b.  $8x = 3$

d.  $x - 9 = 12$

**2** Résous les équations suivantes.

a.  $2 + 2x = 4$

d.  $5 - 3x = -15$

b.  $-7x + 4 = 3$

e.  $x - 9 = 12x$

c.  $\frac{3}{x} = -8$

f.  $\frac{x}{9} = 3$

**3** Résous les équations suivantes.

a.  $7x - 4 = 5x + 6$

c.  $4,3x + 12 = 33 - 5,7x$

b.  $3 - 2x = -9 + 3x$

d.  $3x - 2x + 8 = 5 + 4 - 8x$

**4** On considère l'équation  $\frac{2x}{3} + 5 = \frac{x}{4} + \frac{1}{2}$ .

a. Écris **tous** les termes des deux membres avec un même dénominateur.

b. Simplifie puis résous l'équation obtenue.

**5** Simplifie les équations suivantes puis résous-les. (On admettra que la valeur trouvée est la solution.)

a.  $\frac{2x}{5} - \frac{1}{10} = \frac{1}{2}$

b.  $\frac{2}{5} - \frac{x}{3} = 4x + \frac{-1}{15}$

**6** Simplifie chaque membre des équations suivantes puis résous-les. (On admettra que la valeur trouvée est la solution.)

a.  $4 - (3x + 1) = 3(x + 5)$

b.  $2(x - 3) = 4 + (x - 1)$

**7** On considère l'équation suivante :

$$5x + 3(8 - 2x) = 15 - (x - 9).$$

**a.** 4 est-il solution de cette équation ?

.....  
 .....  
 .....

**b.** (-3) est-il solution de cette équation ?

.....  
 .....  
 .....

**c.** Teste une valeur de ton choix. Je choisis :

.....  
 .....  
 .....

**d.** Compare ta réponse à la question **c.** avec celles de tes camarades. Que remarques-tu ?

.....  
 .....  
 .....

**e.** Résous l'équation. Combien y a-t-il de solutions ?

.....  
 .....  
 .....

**8** Résous l'équation  $2(x + 3) - (2x - 7) = 12$ .  
 Que remarques-tu ?

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**9** Résous chaque équation.

**a.**  $5(x + 3) = 3 + (2x - 6)$

.....  
 .....  
 .....

**b.**  $\frac{x + 3}{3} - \frac{4x - 1}{6} = 3 + \frac{x}{3}$

.....  
 .....  
 .....

**c.**  $-2(2x - 4) = 6x - (-3 + x)$

.....  
 .....  
 .....

**d.**  $4x - 2 + (5x - 1) = -3(7 - x)$

.....  
 .....  
 .....

**e.**  $\frac{x + 5}{2} - \frac{2x - 7}{5} = 2 + \frac{3x}{10}$

.....  
 .....  
 .....

**10** Résous chaque équation.

**a.**  $(3x + 1)(x - 5) = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

**b.**  $(3x + 7)(4x - 8) = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

**c.**  $5(9x - 3)(-5x - 13) = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

**11** Soit  $E = (3x + 2)(4x - 2) + (4x - 2)(x - 6)$ .

**a.** Factorise E.

.....

.....

.....

.....

.....

**b.** Résous l'équation  $E = 0$ .

.....

.....

.....

.....

.....

**12** Factorise puis résous chaque équation.

**a.**  $(7x - 2)(2 - 3x) + (4x + 3)(7x - 2) = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

**b.**  $(9x - 4)(-2 + 5x) - (9x - 4)(3x - 5) = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

**13** Factorise puis résous chaque équation.

**a.**  $x^2 - 49 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

**b.**  $9x^2 - 36 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

**c.**  $25x^2 = 4$

.....

.....

.....

.....

.....

**d.**  $4x^2 + 4x + 1 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

## Exercice corrigé

**a.** Résous l'inéquation suivante d'inconnue  $x$  :  
 $7x - 3 > 2x - 1$ .

**b.** Résous l'inéquation suivante d'inconnue  $x$  :  
 $-3x - 8 \leq x - 1$ .

### Correction

**a.**

$$7x - 3 > 2x - 1$$

$$7x - 3 - 2x > 2x - 1 - 2x$$

$$5x - 3 > -1$$

$$5x - 3 + 3 > -1 + 3$$

$$5x > 2$$

$$x > \frac{2}{5}$$

Les solutions sont tous les nombres strictement supérieurs à  $\frac{2}{5}$ .

**b.**

$$-4x - 8 \leq -1$$

$$-4x \leq 7$$

$$x \geq -\frac{7}{4}$$

Les solutions sont tous les nombres supérieurs ou égaux à  $-\frac{7}{4}$ .

**1** Soit  $x$  un nombre tel que  $x < 5$ .

**a.** Quelle inégalité vérifie  $x + 3$  ?

$x + \dots < 5 + \dots$  donc  $x + 3 < \dots$

**b.** Quelle inégalité vérifie  $x - 3$  ?

**c.** Quelle inégalité vérifie  $3x$  ?

**d.** Quelle inégalité vérifie  $-2x$  ?

**e.** Quelle inégalité vérifie  $\frac{3}{5}x$  ?

**2** Sachant que  $a \geq -12$ , complète avec un symbole d'inégalité et un nombre.

<b>a.</b> $a + 20 \geq$ .....	<b>e.</b> $\frac{a}{3}$ .....
<b>b.</b> $2a$ .....	<b>f.</b> $\frac{1}{2}a$ .....
<b>c.</b> $-3a$ .....	<b>g.</b> $-\frac{1}{4}a$ .....
<b>d.</b> $1,5a$ .....	

**3** Résous chaque inéquation.

**a.**  $x + 4 < -7$

.....

.....

**b.**  $x - 12 \geq 27$

.....

.....

**c.**  $3x < -2$

.....

.....

**d.**  $-2x < 8$

.....

.....

**e.**  $-5x \geq -15$

.....

.....

**f.**  $7x \geq -49$

.....

.....

**4** Résous chaque inéquation.

a.  $x - 4 > 12$

.....

.....

b.  $-4x \geq 48$

.....

.....

c.  $-x \leq -3$

.....

.....

**5** Résous chaque inéquation.

a.  $5x - 3 \leq -4x$

.....

.....

b.  $-3x + 15 \geq -72 - 2x$

.....

.....

c.  $14x - 25 \leq 17x + 50$

.....

.....

d.  $x + \frac{1}{4} \leq 2x - \frac{2}{3}$

.....

.....

**6** Résous chaque inéquation.

a.  $5(x - 2) \leq 4x - 2$

.....

.....

b.  $-6(2x + 2) \geq 3x - 27$

.....

.....

c.  $5 - 2(x + 3) \geq 2(x + 1) - 4(x - 2)$

.....

.....

d.  $7(x - 3) - 2(4x - 1) < 2(7 - x) + x - 3$

.....

.....

**7 Des inéquations singulières**

a. Résous l'inéquation  $12x + 3 > 12x$ .

.....

.....

b. Résous l'inéquation  $3(5 - 4x) \leq -2(6x - 3)$ .

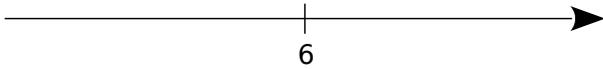
.....

.....

# Série 3 Résoudre une inéquation

**8** Représente graphiquement les inégalités suivantes. Colorie les solutions.

a.  $x \leq 6$



b.  $y > -1,4$



c.  $z \geq 7,8$

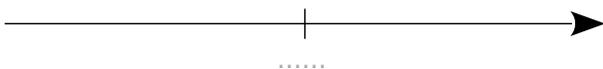


**9** Représente graphiquement les solutions de chaque inégalité. Hachure ce qui n'est pas solution.

a.  $x \geq -3,6$



b.  $t < -4,6$



c.  $u \leq 0,6$



**10** Pour chaque inégalité, entoure le graphique où sont hachurés les nombres qui ne sont pas solutions.

a.  $x \geq 7,1$



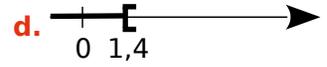
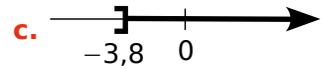
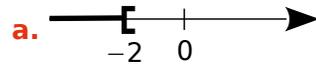
b.  $u > -5,2$



c.  $v \leq -4$



**11** Écris des inégalités dont les solutions sont représentées ci-dessous (la portion en gras représente les solutions).



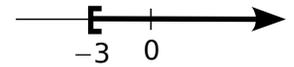
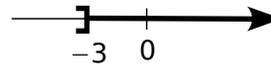
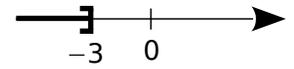
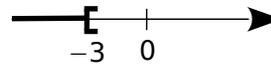
- a. ....  
 b. ....  
 c. ....  
 d. ....

**12** Sans résoudre

a. 0 est-il solution de  $3x - 2 > 4x + 1$  ?

- .....  
 .....

b. Parmi les représentations suivantes, entoure celle qui représente les solutions de l'inéquation  $3x - 2 > 4x + 1$  (la portion en gras représente les solutions).



**13** Résous les inéquations suivantes et trace une représentation graphique de leurs solutions.

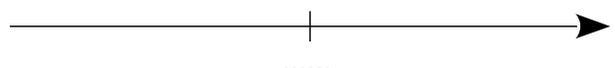
a.  $7x + 4 \leq 3x - 2$  (colorie ce qui est solution).

- .....  
 .....



b.  $2x - 5 < 3x + 7$  (hachure ce qui n'est pas solution).

- .....  
 .....



## Exercice corrigé

Jean a eu 50 € de la part de ses grands-parents pour son anniversaire. Il souhaite s'acheter des mangas. Sur Internet, un manga coûte 6,90 € avec 10 € de frais de port. Combien peut-il s'acheter de mangas ?

### Correction

#### Étape n°1 : Choix de l'inconnue

Soit  $x$  le nombre de mangas que Jean pourra acheter.

#### Étape n°2 : Mise en équation

Un manga coûte 6,90 € donc  $x$  mangas coûteront  $6,90 \times x$  €. Avec 10 € de frais de port, cela fera  $6,90 \times x + 10$  €.

Il suffit de résoudre :  $6,90 \times x + 10 < 50$

#### Étape n°3 : Résolution de l'inéquation

$$6,90 \times x < 40 \quad x < 40 \div 6,90$$

#### Étape n°4 : Conclusion

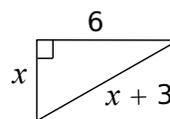
Jean pourra s'acheter 5 mangas.

**1 (D'après brevet)** Pierre et Nathalie possèdent ensemble 144 timbres. Si Nathalie donnait 2 timbres à Pierre, alors celui-ci en aurait deux fois plus qu'elle. Combien chaque enfant a-t-il de timbres actuellement ?

**2** Si on ajoute le même nombre au numérateur et au dénominateur de la fraction  $\frac{4}{5}$ , on obtient la fraction  $\frac{2}{3}$ . Quel est ce nombre ?

### 3 Triangle rectangle

À l'aide du théorème de Pythagore, calcule  $x$ .



**4** Ma tirelire contient 200 pièces, les unes de 0,20 € et les autres de 0,50 €. Tout ceci représente un total de 52,30 €. Combien y a-t-il de pièces de chaque sorte dans ma tirelire ?

**5 (D'après brevet)** Dans un triangle  $ABC$ , l'angle  $\hat{A}$  est la moitié de l'angle  $\hat{B}$ . L'angle  $\hat{B}$  est le tiers de l'angle  $\hat{C}$ . Quelle est, en degrés, la mesure de l'angle  $\hat{A}$  ?





**14** On considère le programme de calcul :

- Choisis un nombre.
- Calcule son double.
- Soustrais 1.
- Calcule le carré du résultat obtenu.
- Soustrais 64.

**a.** Montre que si on choisit 4 comme nombre de départ, on obtient -15.

.....

.....

.....

**b.** Si on appelle  $x$  le nombre de départ, écris une expression qui traduit le programme.

.....

.....

.....

**c.** On considère  $R = (2x - 1)^2 - 64$ . Factorise  $R$ .

.....

.....

.....

.....

**d.** Résous  $R = 0$ .

.....

.....

.....

.....

.....

**e.** Quel(s) nombre(s) faut-il choisir au départ pour que le résultat du programme de calcul soit nul ?

.....

.....

**15** Un parc de loisirs propose plusieurs tarifs.

- Formule A : 7 € par entrée
- Formule B : un abonnement annuel de 35 €, puis 4,50 € par entrée

**a.** À partir de combien d'entrées la formule B est-elle plus avantageuse que la formule A ?

**Choix de l'inconnue**

On désigne par  $x$  le nombre d'entrées achetées au cours d'une année.

**Mise en inéquation du problème**

Le prix payé avec la formule A en fonction de  $x$  est :

.....

Le prix payé avec la formule B en fonction de  $x$  est :

.....

La formule B est donc plus avantageuse lorsque :

..... < .....

**Résolution de l'inéquation**

.....

.....

.....

**Conclusion**

La formule B est plus avantageuse que la formule A lorsqu'on achète .....

Ce parc propose aussi un troisième tarif.

- Formule C : un abonnement annuel de 143 € pour un nombre illimité d'entrées

**b.** À partir de combien d'entrées la formule C est-elle plus avantageuse que la formule B ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

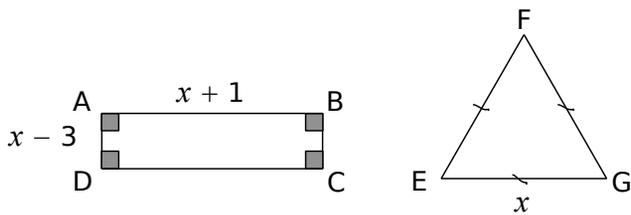
.....

.....

.....

.....

**16** ABCD est un rectangle et EFG est un triangle équilatéral.  $x$  désigne un nombre strictement supérieur à 3.



**a.** Exprime le périmètre de ABCD et le périmètre de EFG en fonction de  $x$ .

.....  
 .....  
 .....

**b.** Détermine les valeurs de  $x$  pour lesquelles le périmètre du rectangle est strictement inférieur à celui du triangle.

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**17 Extrait du brevet**

Un bureau de recherche emploie 27 informaticiens et 15 mathématiciens. On envisage d'embaucher le même nombre  $x$  d'informaticiens et de mathématiciens. Combien faut-il embaucher de spécialistes de chaque sorte pour que le nombre de mathématiciens soit au moins égal aux deux tiers du nombre d'informaticiens ?

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**18 Location de DVD**

Simon désire louer des DVD chez Vidéomat qui propose les deux tarifs suivants de location :

**OPTION A** : Tarif à 3€ par DVD loué.

**OPTION B** : Une carte d'abonnement de 15 € pour 6 mois avec un tarif de 1,5 € par DVD loué.

**a.** Complète le tableau suivant.

<b>Nombre de DVD loués en 6 mois</b>				
	4	8	12	16
<b>Prix payé en € avec...</b>				
<b>Option A</b>				
<b>Option B</b>				

**b.** Précise dans chaque cas l'option la plus avantageuse.

.....  
 .....

On appelle  $x$  le nombre de DVD loués par Simon.

**c.** Exprime en fonction de  $x$  la somme  $S_A$  payée avec l'option A.

.....

**d.** Exprime en fonction de  $x$  la somme  $S_B$  payée avec l'option B.

.....

**e.** Détermine par le calcul à partir de quelle valeur de  $x$  l'option B est-elle plus avantageuse que l'option A .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

# Proportionnalité

B1



**Exercice corrigé**

- a. Le jour des soldes, une paire de chaussures à 120 € est soldée à 35 %. Quel est son nouveau prix ?
- b. Le prix de l'essence était de 1,35 € en 2016. Il est de 1,55 € aujourd'hui. Quel est le pourcentage d'augmentation ?

**Correction**

- a. Soit P le nouveau prix.  
 $P = (1 - 35\%) \times 120 = (1 - 0,35) \times 120 = 78$   
 Le nouveau prix des chaussures est 78 €.
- b. Soit p le pourcentage d'augmentation.  
 $1,55 = (1 + p) \times 1,35$  donc  $1 + p = 1,55 \div 1,35$   
 soit  $p \approx 0,148$ .  
 L'essence a augmenté d'environ 15 %.

**1** Complète les phrases suivantes.

- a. Pour augmenter un nombre de 20 % on le multiplie par .....
- b. Pour diminuer un nombre de 15 % on le multiplie par .....
- c. Pour augmenter un nombre de 5 % on le multiplie par .....
- d. Pour diminuer un nombre de 7 % on le multiplie par .....

**2** Complète tableau suivant.

	Valeur initiale	Valeur finale	Hausse /Baisse	%
a.	100		Hausse	30 %
b.	7 500		Baisse	20 %
c.		930	Hausse	24 %
d.		1 246,4	Baisse	18 %
e.	863	1 380,8		
f.	89	10,68		
g.	480		Hausse	7,5 %
h.		960	Baisse	3,5 %

**3 Élections**

a. Lors d'une élection, une candidate a obtenu 11,5 % des voix exprimées, soit 17 273 voix. Calcule le nombre total de voix exprimées .

.....

.....

b. Pour la même élection, un autre candidat a obtenu 35 297 voix. Calcule le pourcentage de votes exprimés pour ce candidat.

.....

.....

**4 Imprimante**

Mon imprimante peut agrandir ou réduire un document d'un certain pourcentage. Sur mon document Doc1, j'ai dessiné un carré de côté 7 cm.

a. Je veux obtenir un carré de 10 cm de côté sur Doc2, quel pourcentage dois-je utiliser ? On arrondira à 0,01 %.

.....

b. J'ai perdu Doc1 entre temps et je veux réduire Doc2 pour retrouver, dans Doc3, un carré de côté 7 cm. Quel pourcentage dois-je utiliser ?

.....

**5 Calculatrice cassée**

Ma calculatrice est cassée et les touches  $\boxed{+}$ ,  $\boxed{-}$  et  $\boxed{(-)}$  ne fonctionnent plus ! Amine me dit que je peux tout de même l'utiliser pour l'exercice ci-dessous. Comment dois-je m'y prendre ?

a. Que représentent, en litres, 35 % de 5,4 L ?

.....

b. Ma voiture consomme 5 % de moins que celle de mon voisin qui consomme 6,7 L/100 km. Quelle est ma consommation en L/100 km ?

.....

c. Le prix de l'essence a augmenté de 3 % et coûte maintenant 1,442 €/L . Quel était le prix de l'essence avant augmentation ?

.....

.....

d. Le pull que j'ai vu à 45,95 € est soldé à 36,76 €. Quel est le pourcentage de réduction ?

.....

.....

**6 Prix qui varie**

a. Un scooter coûte 950 €. Son prix augmente de 5 %. Quel est le nouveau prix (arrondi à 1 € près) ?

.....

b. Un scooter coûte 950 €. Son prix baisse de 5 %. Quel est le nouveau prix (arrondi à 1 € près) ?

.....

c. Le prix d'un scooter passe de 950 € à 1 100 €. Quel est le pourcentage de hausse (arrondi au dixième) ?

.....

d. Un scooter coûte 1 050 € après une augmentation de 7 %. Quel était l'ancien prix (arrondi à 1 € près) ?

.....

e. Le prix d'un scooter passe de 980 € à 830 €. Quel est le pourcentage de baisse (arrondi au dixième) ?

.....

f. Un scooter coûte 850 € après une baisse de 11 %. Quel était l'ancien prix (arrondi à 1 € près) ?

.....

**7** Le panda mange 15 h par jour et environ 45 % de son poids. Il mange beaucoup car il ne reste dans son estomac que 17 % de ce qu'il mange. Combien de kilos de bambous un panda de 100 kg mange-t-il en 2 jours ?

.....

**8** Sur 175 élèves qui se sont présentés au DNB 137 ont été reçus. Calcule le pourcentage (à 0,1 % près) des élèves qui n'ont pas obtenu le DNB.

.....

**9** Sur une promotion pour une boîte de chocolat on peut lire : « 50 % de produit gratuit en plus ». Par rapport à la boîte habituelle, la boîte en promotion contient-elle : (*entoure la bonne réponse*)

- le double de chocolat ?
- le triple ?
- une fois et demie ?

**10** Sur un document on peut lire les résultats d'un concours administratif :

- candidats à la promotion A : 50 hommes et 200 femmes ;

- candidats à la promotion B : 80 hommes et 20 femmes.

Les résultats du concours sont les suivants :

- promotion A : 20 % de reçus chez les hommes et 80% chez les femmes ;

- promotion B : 80% de reçus chez les hommes et 20 % chez les femmes.

Clovis pense que les hommes et les femmes sont donc à égalité sur l'ensemble des deux promotions. A-t-il raison ?

.....

**11** Je place un capital de 10 000 € à un taux annuel de 2,5 %. Les intérêts sont ajoutés au capital chaque année.

a. Combien aurai-je au bout d'un an ?

.....

b. Combien aurai-je au bout de 2 ans ?

.....

c. Combien aurai-je au bout de 10 ans ?

.....

**12** À quels pourcentages correspondent ces fractions ?

a. Un demi c'est ..... %.

b. Un quart c'est ..... %.

c. Trois quarts c'est ..... %.

d. Trois cinquièmes c'est ..... %.

e. Cinq quarts c'est ..... %.

f. Huit quarts c'est ..... %.

**13 Salaires**

Dans une entreprise, il y a autant d'hommes que de femmes et on a la répartition suivante :

- chez les hommes : les cadres supérieurs (CS) sont payés 4 800 € ; les cadres (C) sont payés 50 % du salaire des CS ; les employés (E) sont payés 73 % du salaire des C.
- chez les femmes : la CS est payée 3 900 € ; les cadres sont payées 60 % du salaire des CS et les employées payées 70 % du salaire des C.

(on arrondira les salaires à 1 € près et les pourcentages au dixième près.)

a. Remplis le tableau suivant.

	Cadre Supérieur	Cadre	Employé	Total
Hommes	5	20	150	175
Salaire individuel	4 800			
Salaire Hommes				
Femmes	1	13		
Salaire individuel	3 900			
Salaire Femmes				
Total général				

L'entreprise doit revoir sa politique salariale et elle pense à deux options possibles décrites dans les deux parties qui suivent.

Les deux parties sont indépendantes.

**Partie 1**

On ne change rien à la répartition des salaires actuelle, mais on fait en sorte que les C femmes soient payées comme les C hommes.

b. Quel sera alors le salaire d'une C femme ?

c. Quel sera alors le nouveau salaire pour une E femme ?

d. Quel sera alors le nouveau salaire d'une CS femme ?

e. Quelle sera alors l'augmentation de la masse salariale des femmes ?

**Partie 2**

On applique le mode de répartition des salaires des femmes à toute la population, sans changer la masse salariale totale.

f. Quel est le nombre total de CS, de C et de E ?

g. Si on note X le salaire d'un CS, quel est le salaire d'un C en fonction de X ?

h. Quel est le salaire d'un E en fonction de X ?

i. Quelle est la masse salariale totale en fonction de X ?

j. Déduis-en X, le salaire d'un CS, puis les salaires des C et des E.

**Conclusion**

k. Quelle serait d'après vous la meilleure solution ?

# Statistiques et probabilités

B2



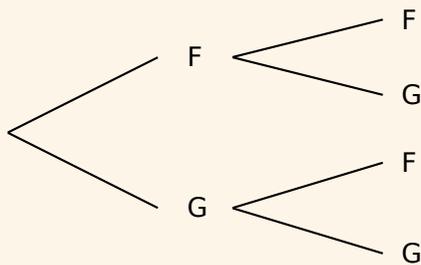
## Exercice corrigé

Un couple souhaite avoir deux enfants. Quelle est la probabilité pour qu'ils aient deux filles ? (On supposera qu'il y a autant de chances d'avoir une fille qu'un garçon.)

### Correction

À chaque naissance, les possibilités sont soit avoir une fille soit avoir un garçon.

Je réalise un schéma de la situation (arbre des probabilités).



Il y a donc une chance sur quatre pour que ce couple ait deux filles.

**1** Au stand d'une fête foraine, un jeu consiste à tirer au hasard un billet de loterie dans un sac contenant exactement 180 billets.

- 4 de ces billets permettent de gagner un lecteur MP3.
- 12 permettent de gagner une grosse peluche.
- 36 permettent de gagner une petite peluche.
- 68 permettent de gagner un porte-clés.
- Les autres billets sont des billets perdants.

Quelle est la probabilité pour un participant :

**a.** de gagner un lecteur MP3?

.....  
 .....

**b.** de gagner une peluche (grande ou petite)?

.....  
 .....

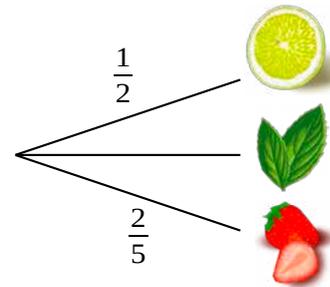
**c.** de ne rien gagner ?

.....  
 .....

**2** Un sac opaque contient des bonbons au citron, à la fraise ou à la menthe, tous indiscernables au toucher.

Quand on tire un bonbon au hasard, on a deux chances sur cinq de prendre un bonbon à la fraise et une chance sur deux de prendre un bonbon au citron.

Sur l'arbre ci-dessous, on a indiqué sur chaque branche la probabilité correspondante.



Quelle est la probabilité d'obtenir un bonbon à la menthe ?

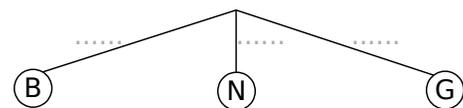
.....  
 .....

**3** On tire une boule au hasard dans une urne qui contient 7 boules blanches (B), 5 noires (N) et 6 grises (G), toutes indiscernables au toucher.

**a.** Quelle est la probabilité d'obtenir une boule noire ?

.....  
 .....

**b.** Reporte ta réponse sur les pointillés de la branche (N) de l'arbre des probabilités correspondant à cette situation. Complète l'arbre avec la probabilité d'obtenir chacune des autres couleurs.



**c.** Quelle est la probabilité de ne pas tirer une boule noire ?

.....  
 .....



## 7 Extrait du brevet

Un jeu télévisé propose à des candidats deux épreuves.

- Pour la première épreuve, le candidat est face à cinq portes : une seule porte donne accès à la salle du trésor alors que les quatre autres s'ouvrent sur la salle de consolation.

- Pour la deuxième épreuve, le candidat se retrouve face à huit enveloppes.

Dans la salle du trésor une enveloppe contient 1 000 €, cinq enveloppes contiennent 200 €. Les autres contiennent 100 €.

Dans la salle de consolation : cinq enveloppes contiennent 100 € et les autres sont vides.

Il doit choisir une seule enveloppe et découvre alors le montant qu'il a gagné.

**a.** Quelle est la probabilité que le candidat accède à la salle du trésor?

.....

.....

Un candidat se retrouve dans la salle du trésor.

**b.** Représenter par un schéma la situation.

**c.** Quelle est la probabilité qu'il gagne au moins 200 € ?

.....

.....

.....

Un autre candidat se retrouve dans la salle de consolation.

**d.** Quelle est la probabilité qu'il ne gagne rien ?

.....

## 8 Extrait du brevet

Sur un chantier un électricien a, à côté de lui, 2 boîtes. Dans la première, il y a 40 vis à bout rond et 60 vis à bout plat.

Dans la deuxième, il y a 38 vis à bout rond et 12 vis à bout plat.

Il prend, au hasard, une vis dans la première boîte puis une vis dans la deuxième boîte.

**a.** Quelle est la probabilité qu'il prenne une vis à bout rond dans la première boîte ?

.....

.....

**b.** Quelle est la probabilité qu'il prenne une vis à bout plat dans la première boîte ?

.....

.....

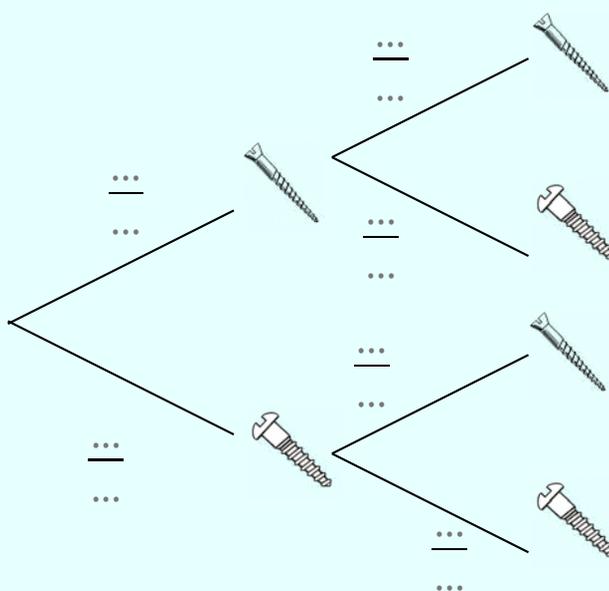
**c.** Mêmes questions pour la deuxième boîte.

.....

.....

**d.** Reporte les probabilités que tu viens de calculer dans l'arbre ci-dessous.

**d.** Reporte les probabilités que tu viens de calculer dans l'arbre ci-dessous.



**e.** Explique pourquoi il a plus d'une chance sur deux d'obtenir deux vis différentes.

.....

.....

**9 Extrait du brevet : Pizzeria FinBon**

Un restaurant propose cinq variétés de pizzas, voici sa carte :

CLASSIQUE : tomates, jambon, oeuf, champignons
MONTAGNARDE : crème, jambon, pommes de terre, champignons
LAGON : crème, crevettes, fromage
BROUSSARDE : crème, chorizo, champignons, salami
PLAGE : tomates, poivrons, chorizo

a. Je commande une pizza au hasard, quelle est la probabilité qu'il y ait des champignons dedans ?

.....  
 .....

b. J'ai commandé une pizza à la crème, quelle est la probabilité d'avoir du jambon ?

.....  
 .....

c. Il est possible de commander une grande pizza composée à moitié d'une variété et à moitié d'une autre. Construis un arbre des probabilités.

d. Quelle est la probabilité d'avoir des champignons sur toute la pizza ?

.....  
 .....  
 .....

**10 D'après brevet**

Pour fêter son anniversaire, Yoshi a acheté à la boutique deux boîtes de macarons.

La boîte **numéro 1** est composée de : 4 macarons au chocolat, 3 macarons au café, 2 macarons à la vanille et 3 macarons au caramel.

La boîte **numéro 2** est composée de : 2 macarons au chocolat, 1 macaron à la fraise, 1 macaron à la framboise et 2 macarons à la vanille.

On suppose dans la suite que les macarons sont indiscernables au toucher.

a. Si on choisit au hasard un macaron dans la boîte numéro 1, quelle est la probabilité que ce soit un macaron au café ?

.....  
 .....

b. Au bout d'une heure il reste 3 macarons au chocolat et 2 macarons au café dans la boîte numéro 1 et 2 macarons au chocolat et 1 macaron à la fraise dans la boîte numéro 2.

Téhora n'aime pas le chocolat mais apprécie tous les autres parfums. Elle choisit un macaron au hasard dans la boîte numéro 1, puis un second dans la boîte numéro 2. Construis un arbre des probabilités.

c. Quelle est la probabilité qu'elle obtienne deux macarons qui lui plaisent ?

.....  
 .....

**11 D'après brevet**

Guilhem, en week-end dans une station de ski, se trouve tout en haut de la station. Il a en face de lui, deux pistes noires, deux pistes rouges et une piste bleue qui arrivent toutes à un restaurant d'altitude. Bon skieur, il emprunte une piste au hasard.

**a.** Quelle est la probabilité que la piste empruntée soit une piste rouge ?

.....  
 .....  
 .....

**b.** À partir du restaurant, sept autres pistes mènent au bas de la station : trois pistes noires, une piste rouge, une piste bleue et deux pistes vertes. Quelle est la probabilité qu'il emprunte alors une piste bleue ?

.....  
 .....  
 .....

**c.** Guilhem effectue une nouvelle descente depuis le haut de la station jusqu'en bas dans les mêmes conditions que précédemment. Construis un arbre des probabilités.

**d.** Quelle est la probabilité qu'il enchaîne cette fois-ci deux pistes noires ?

.....  
 .....

**12 Je t'attendrai à la porte du garage**

À l'entrée du garage à vélos du collègue, un digicode commande l'ouverture de la porte.

Le code d'ouverture est composé d'une lettre A ; B ou C suivie d'un chiffre 1 ; 2 ou 3.

**a.** Construis un arbre avec les différents codes possibles.

**b.** Anya compose au hasard le code A1.

Quelle probabilité a-t-elle d'obtenir le bon code ?

.....  
 .....

**c.** En tapant ce code A1, Anya s'est trompée à la fois de lettre et de chiffre. Elle change donc ses choix.

Quelle probabilité a-t-elle de trouver le bon code à son deuxième essai ?

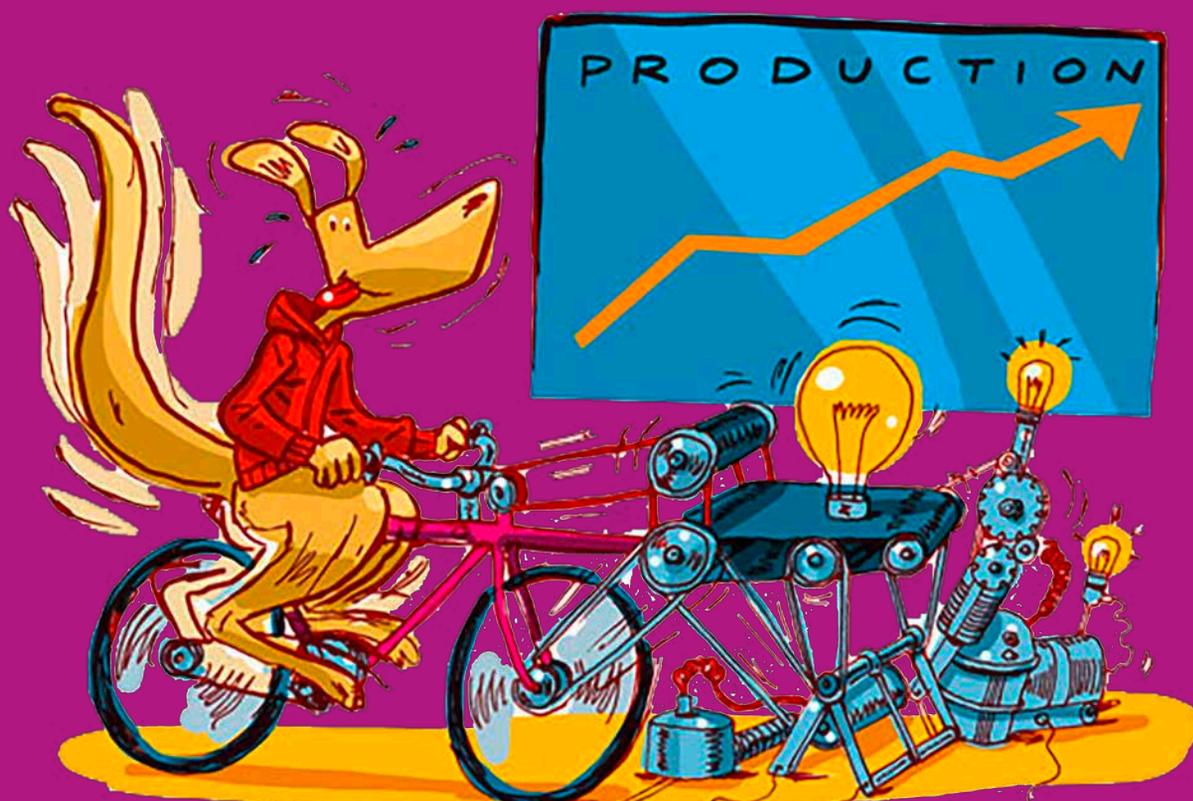
.....  
 .....  
 .....

**d.** Explique pourquoi si lors de ce deuxième essai, Anya ne se trompe que de lettre, elle est sûre de pouvoir ouvrir la porte lors d'un troisième essai.

.....  
 .....  
 .....

# Fonctions

# B3



<b>Série 1 • Déterminer une image ou un antécédent à partir d'une expression littérale</b> .....	54
<b>Série 2 • Fonction linéaire ou affine</b> .....	57
<b>Série 3 • Modéliser une situation</b> .....	60
<b>Série 4 • Utiliser un tableau de valeurs</b> .....	62
<b>Série 5 • Déterminer une image, un antécédent à partir d'une courbe</b> .....	63
<b>Série 6 • Construire une représentation graphique</b> .....	66
<b>Série 7 • Choisir la représentation adaptée</b> .....	69

**Exercice corrigé**

- a. Soit la fonction  $f: x \mapsto x^2 - 4$ .  
Détermine l'image de  $-5$  par la fonction  $f$ .
- b. Soit la fonction  $g$  affine telle que  $g(x) = 5x - 1$ . Calcule l'antécédent de  $14$  par la fonction  $g$ .

**Correction**

- a.  $f(x) = x^2 - 4$   
 $f(-5) = (-5)^2 - 4$   
 $f(-5) = 25 - 4$   
 $f(-5) = 21$
- b. L'antécédent de  $14$  par  $g$  est solution de l'équation :  $g(x) = 14$  soit  $5x - 1 = 14$  et  $5x = 15$  donc  $x = 3$ .  
L'**antécédent** de **14** par  $g$  est donc **3**.

**1** Traduis chaque égalité par une phrase contenant le mot *image*.

- a.  $f(4) = 32$  | b.  $h(12) = -4$
- a. ....
- b. ....

**2** Traduis chaque égalité par une phrase contenant le mot *antécédent*.

- a.  $g(0) = -2,9$  | b.  $k(-4) = 1$
- a. ....
- b. ....

**3** Traduis chaque phrase par une égalité.

- a. 4 a pour image 5 par la fonction  $f$ .
  - b.  $-3$  a pour image 0 par la fonction  $g$ .
  - c. L'image de  $17,2$  par la fonction  $h$  est  $-17$ .
  - d. L'image de  $-31,8$  par la fonction  $k$  est  $-3$ .
  - e. 4 a pour antécédent 5 par la fonction  $f$ .
  - f.  $-3$  a pour antécédent 0 par la fonction  $g$ .
  - g. Un antécédent de  $7,2$  par la fonction  $h$  est  $-1$ .
  - h. Un antécédent de  $-5$  par la fonction  $k$  est  $-8$ .
- |         |         |
|---------|---------|
| a. .... | e. .... |
| b. .... | f. .... |
| c. .... | g. .... |
| d. .... | h. .... |

**4** Soit une fonction telle que  $f(-5) = 10,5$ .  
Traduis cette égalité par deux phrases :  
a. l'une contenant le mot *image* ;  
b. l'autre contenant le mot *antécédent*.

- a. ....
- b. ....

**5** On considère une fonction  $h$  qui à tout nombre associe la moitié de ce nombre.

- a. Quelle est l'image de  $16$  ? .....
- b. Quelle est l'image de  $9$  ? .....
- c. Calcule  $h(12)$ . .....
- d. Complète :  $h(\dots) = 16$ .
- e. Exprime  $h(x)$  : .....

**6** Soit la fonction  $k$  qui à tout nombre associe son inverse.

- a. Quelle est l'image de  $3$  ? .....
- b. Détermine le nombre qui a pour image  $-5$ .  
.....
- c. Quel nombre a pour antécédent  $-8,25$  ?  
.....
- d. Complète :  $k(\dots) = 16$  et  $k\left(\frac{3}{2}\right) = \dots$
- e. Exprime  $k(x)$  : .....

**7** On considère la fonction  $f$  qui à tout nombre associe son carré. Calcule.

- |                    |                      |
|--------------------|----------------------|
| a. $f(2) =$ .....  | c. $f(1,2) =$ .....  |
| b. $f(-3) =$ ..... | d. $f(-3,6) =$ ..... |
- e. Donne un antécédent de  $4$  par  $f$  : .....
  - f. Donne un antécédent de  $5$  par  $f$  : .....

**8** Soit la fonction  $k$  qui, à tout nombre  $x$ , associe le nombre  $6x^2 - 7x - 3$ . Calcule.

a.  $k(0) =$  .....

b.  $k(-1) =$  .....

c.  $k\left(\frac{3}{2}\right) =$  .....

d.  $k\left(-\frac{1}{3}\right) =$  .....

e. Déduis-en des antécédents de 0. ....

**9** On considère la fonction  $f$  définie par :

$$f: x \mapsto \frac{x+2}{x-1}$$

a. Pour quelle valeur de  $x$  cette fonction n'est-elle pas définie ? Justifie. ....

b. Calcule.

•  $f(-2) =$  ..... | •  $f(0) =$  .....

•  $f(-1) =$  ..... | •  $f(2) =$  .....

•  $f(-0,5) =$  ..... | •  $f(4) =$  .....

c. Déduis-en un antécédent par  $f$  du nombre :

•  $-2$  : ..... | •  $0$  : .....

•  $-1$  : ..... | •  $2$  : .....

•  $-0,5$  : ..... | •  $4$  : .....

**10** On considère la fonction  $E$  qui à un nombre  $x$  associe sa partie entière  $n$  telle que  $n \leq x < n+1$ .

a. Calcule les images des nombres.

• 2,58   • -5,805   • 485,542   • 0   • -23

b. Quels sont les antécédents de 3 ?

**11** On considère la fonction  $g : x \mapsto 9x$ . Calcule.

a.  $g(5)$  et  $g(-5)$ .

d. L'antécédent de 27.

b. L'image de 5,2.

e. L'antécédent de -4,5.

c. L'image de  $-\frac{1}{3}$ .

**12** Soit la fonction  $h : x \mapsto -\frac{2}{3}x$ . Calcule.

a. L'image de 7.

b.  $h\left(-\frac{5}{2}\right)$ .

c. L'antécédent de 1.

d. Le nombre qui a pour image  $\frac{3}{4}$ .

**13** On considère la fonction  $f : x \mapsto -3x + 7$ .

a. Calcule  $f(8)$ .

b. Calcule l'image de 0.

c. Calcule l'antécédent de 2.

d. Calcule le nombre qui a pour image 10.

**14** Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = -2x^2 + 8$ .

■ Détermine les images de :

- a. 3   b. -8   c. 2,5   d. -0,1   e.  $\frac{4}{5}$    f.  $\sqrt{5}$

- a. ....  
 b. ....  
 c. ....  
 d. ....  
 e. ....  
 f. ....

■ Quelles sont les assertions vraies ? Justifie chaque réponse par un calcul.

g.  $f(-1) = 10$                       i.  $f: 9 \mapsto -154$

h.  $f(0) = 6$                          j.  $f(5) = -42$

- g. ....  
 h. ....  
 i. ....  
 j. ....

k. Détermine le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 0 par  $f$ .

- .....  
 .....

l. Détermine le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 8 par  $f$ .

- .....  
 .....

m. Détermine le (ou les) nombre(s) éventuel(s) qui ont pour image 16 par  $f$ .

- .....  
 .....

**15** Soit  $g$  la fonction définie par  $g(x) = (x - 1)^2 - 4$ .

■ Détermine les images de :

- a. 0        b. 1        c. -1        d.  $\frac{2}{5}$         e.  $\frac{-1}{4}$

- a. ....  
 b. ....  
 c. ....  
 d. ....  
 e. ....

■ Calcul d'antécédents

f. Justifie que 2 a un antécédent par la fonction  $g$ .

- .....  
 .....

g. Détermine les antécédents de 0 par  $g$ .

- .....  
 .....

**16** Soit  $h$  la fonction définie par

$h(x) = (3x - 2)^2 - 16$ .

a. Détermine les images de 0 ; -1 et 3 par  $h$ .

- .....  
 .....

b. Détermine les antécédents de -16 par  $h$ .

- .....  
 .....

c. -25 a-t-il un (ou des) antécédent(s) par  $h$  ?

- .....  
 .....

Exercice corrigé

Parmi les fonctions suivantes, détermine les fonctions affines, les fonctions linéaires et les fonctions constantes.

- a.  $f(x) = 3x$
- b.  $g(x) = -7x + 2$
- c.  $h(x) = 5x^2 - 3$
- d.  $k(x) = x$
- e.  $l(x) = 3x - 7$

Correction

- a.  $f$  est une fonction linéaire de coefficient 3.
- b.  $g$  est une fonction affine de coefficient  $a = -7$  et  $b = 2$ .
- c.  $h$  n'est pas une fonction affine car  $x$  est élevé au carré.
- d.  $k$  est une fonction linéaire de coefficient 1.
- e.  $l$  est une fonction affine de coefficient  $a = 3$  et  $b = -7$

1 Complète le tableau en indiquant les fonctions linéaires et leur coefficient.

- $f : x \mapsto 6x - 1$
- $g : x \mapsto \frac{x}{5}$
- $h : x \mapsto \frac{5}{x}$
- $j : x \mapsto -3x^2$
- $k : x \mapsto -\frac{2}{7}x$
- $l : x \mapsto 5x - 3,2x$
- $m : x \mapsto -3(x - 2)$
- $n : x \mapsto 3(1 - x) - 3$

Fonction linéaire						
Coefficient						

2  $f$  est une fonction linéaire de coefficient  $-5$ .

a. Complète le tableau de valeurs.

$x$	-3	-0,5			5		10
$f(x)$			0,5	0		-18	

b. Que peux-tu dire de ce tableau ? Justifie.

3  $k$  est une fonction linéaire telle que  $k(4) = 3$ .

Est-il possible que  $k(-8) = -5$  ? Justifie.

4  $f$  est une fonction linéaire telle que  $f(7) = -2$ . Sans déterminer le coefficient de  $f$ , calcule.

- a.  $f(21)$  .....
- b.  $f(-3,5)$  .....

5 Même énoncé avec une fonction linéaire  $g$  telle que  $g(3) = 7,2$  et  $g(5) = 12$ .

- a.  $g(2)$  .....
- b.  $g(-2)$  .....
- c.  $g(-6)$  .....
- d.  $g(11)$  .....

6 Parmi ces fonctions, détermine :

- $f : x \mapsto 4x - 3$
- $g : x \mapsto 5 - 2x$
- $h : x \mapsto 4,5x$
- $j : x \mapsto 3x^2 + 5$
- $k : x \mapsto -4$
- $l : x \mapsto \frac{1}{x}$

- a. celles qui sont affines : .....
- b. celles qui sont linéaires : .....
- c. celles qui sont constantes : .....
- d. celles qui ne sont pas affines : .....

7  $g$  est la fonction définie par  $g(x) = 2x - 5$ .

a. Complète le tableau de valeurs.

$x$	-5,5	-3		0		15	
$g(x)$			0		5		2,4

b. Est-ce un tableau de proportionnalité ? Justifie.

8 Soit  $h$  la fonction affine qui, à un nombre  $x$ , associe le nombre  $7x + 3$ .

a. Calcule les rapports suivants.

$$\frac{h(3) - h(2)}{3 - 2} = \dots$$

$$\frac{h(5) - h(-1)}{5 - (-1)} = \dots$$

$$\frac{h(-3) - h(4)}{-3 - 4} = \dots$$

b. Que remarques-tu ?

## Série 2 Fonction linéaire ou affine

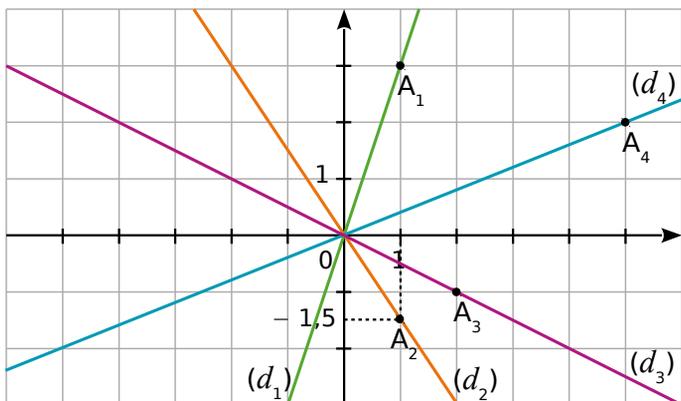
**9** Dans une recette de pâte à crêpes, on peut lire qu'il faut 1 L de lait pour réaliser 20 crêpes. Traduis cette situation de proportionnalité par une fonction.

.....

.....

.....

**10** Les droites  $(d_1)$ ,  $(d_2)$ ,  $(d_3)$  et  $(d_4)$  sont les représentations graphiques respectives de quatre fonctions linéaires  $f_1, f_2, f_3$  et  $f_4$ .



**a.** Quelles sont les coordonnées de  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  et  $A_4$  ?

.....

.....

.....

**b.** Dédus-en quatre égalités avec  $f_1, f_2, f_3$  et  $f_4$ .

.....

.....

.....

**c.** Dédus-en le coefficient de  $f_1, f_2, f_3$  et  $f_4$ .

Fonction	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$
Coefficient				

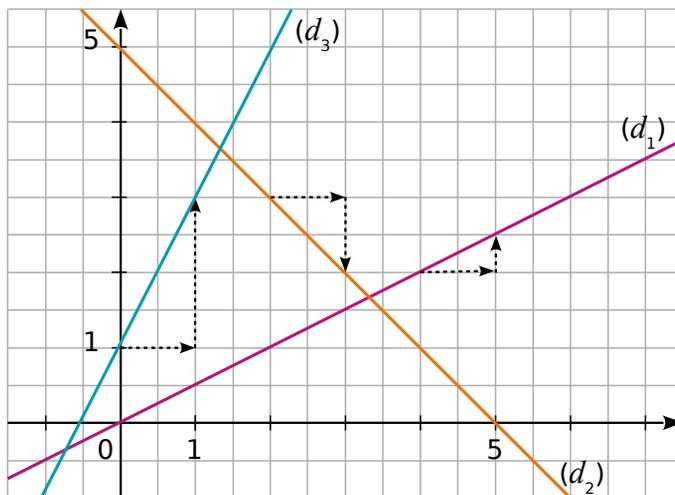
**d.** Dédus-en l'expression de chaque fonction.

.....

.....

.....

**11** Les droites  $(d_1)$ ,  $(d_2)$  et  $(d_3)$  sont les représentations graphiques respectives de trois fonctions affines  $f_1, f_2$  et  $f_3$ .



**a.** Par  $f_1$ , détermine les images de 1 et 6.

.....

.....

**b.** Par  $f_2$ , détermine les images de 1 et 4.

.....

.....

**c.** Indique la (les) fonction(s) qui ont un coefficient négatif.

.....

.....

**d.** Indique le coefficient de chaque fonction dans ce tableau.

Fonction	$f_1$	$f_2$	$f_3$
Coefficient			

**e.** Indique l'ordonnée à l'origine de chaque droite.

Droite	$(d_1)$	$(d_2)$	$(d_3)$
Ordonnée à l'origine			

**f.** Dédus-en l'expression de chaque fonction.

.....

.....

.....

**g.** Vérifie les lectures graphiques effectuées en **a.** et **b.**

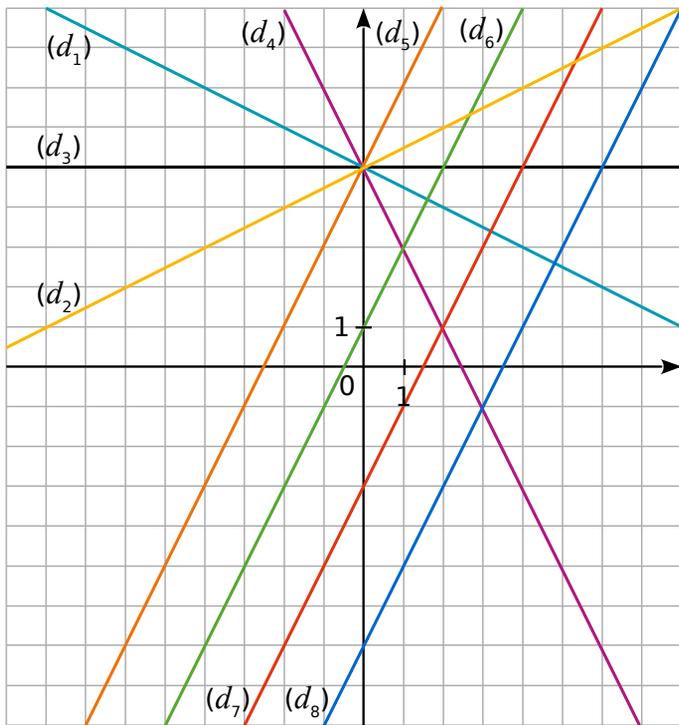
.....

.....

.....

# Série 2 Fonction linéaire ou affine

**12** Par lecture graphique, indique pour chaque fonction affine la droite qui est sa représentation graphique.



Fonction	Droite	Fonction	Droite
$x \mapsto 2x + 1$	(d <sub>...</sub> )	$x \mapsto 2x - 3$	(d <sub>...</sub> )
$x \mapsto \frac{1}{2}x + 5$	(d <sub>...</sub> )	$x \mapsto 2x - 7$	(d <sub>...</sub> )
$x \mapsto -2x + 5$	(d <sub>...</sub> )	$x \mapsto -\frac{1}{2}x + 5$	(d <sub>...</sub> )
$x \mapsto 5$	(d <sub>...</sub> )	$x \mapsto 2x + 5$	(d <sub>...</sub> )

**13** Indique la fonction linéaire associée à chaque tableau si c'est possible.

Tableau 1

5	10	15	20
10	15	20	25

Tableau 2

30	33	36	39
10	11	12	13

Tableau 2

1,5	2	2,5	3
4,5	6	7,5	9

Tableau 3

7	14	21	35
1	2	3	4

Tableau 1 : .....

Tableau 2 : .....

Tableau 3 : .....

Tableau 4 : .....

**14** Soient  $f_1$  et  $f_2$  deux fonctions linéaires telles que :  
 $f_1(3) = 18$  et  $f_2(-3) = 27$ .

Détermine les fonctions  $f_1$  et  $f_2$ .

.....  
 .....  
 .....

**15** Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions affines telles que :  
 $f(0) = 2$  et  $f(4) = -18$  |  $g(0) = -1$  et  $g(4) = 13$

**a.** Quelles sont les ordonnées à l'origine  $b_f$  et  $b_g$  correspondant à chaque fonction ?

.....

**b.** Détermine les fonctions  $f$  et  $g$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**16**  $f(x)$  est une fonction affine de la forme  $ax + b$  telle que :  $f(-3) = -10$  et  $f(3) = 2$ .

On souhaite déterminer l'expression de  $f$ , c'est-à-dire déterminer  $a$  et  $b$ .

**a.** Calcule le coefficient de  $f$  en utilisant la formule  

$$a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$$

.....

**b.** Détermine l'expression de  $f$ .

.....

.....

.....

.....

**17** Détermine les fonctions affines  $f_1$  et  $f_2$  telles que :  
 $f_1(1) = 4$  et  $f_1(4) = 7$  |  $f_2(2) = -1$  et  $f_2(-1) = 2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**1** On considère un rectangle ABCD tel que  $AB = 16$  cm et  $AD = 6$  cm. On place un point M sur le segment [DC]. Fais une figure à main levée.

**a.** Exprime l'aire de AMCB en fonction de MC.

.....  
 .....  
 .....

**b.** On pose  $MC = x$ . Donne un encadrement des valeurs de  $x$  possibles puis indique une expression de la fonction  $f$  qui à  $x$  associe l'aire de AMCB.

.....  
 .....  
 .....

**c.** Calcule l'aire du trapèze AMCB si  $MC = 7$  en utilisant la fonction  $f$ .

.....

**2** On considère ce programme de calcul.

- Choisis un nombre.
- Ajoute-lui 5.
- Multiplie cette somme par 3.
- Soustrais 6 à ce produit.

**a.** Teste ce programme avec le nombre 2.

.....  
 .....

**b.** En notant  $x$  le nombre choisi au départ, détermine la fonction  $g$  qui associe à  $x$  le résultat obtenu avec le programme.

.....  
 .....

**c.** Détermine  $g(0)$ .

.....

**d.** Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 18 ?

.....  
 .....

**3** On appelle  $h$  la fonction qui à un nombre associe son résultat obtenu avec le programme de calcul suivant.

- Choisis un nombre.
- Ajoute-lui  $-5$ .
- Calcule le carré de la somme obtenue.

**a.** Complète le tableau de valeurs suivant.

$x$	-3	-2	0	2	5	$\pi$
$h(x)$						

**b.** Quelle est l'image de 0 par  $h$  ? .....

**c.** Donne un antécédent de 0 par  $h$ . .....

**4 Pourcentage et fonction linéaire**

Durant les soldes, un magasin pratique une remise de 15 % sur tous les articles.

**a.** Un article coûtait 28 € avant les soldes. Quel est son nouveau prix ?

.....  
 .....  
 .....

**b.** On appelle  $f$  la fonction qui, au prix de départ  $p$ , associe le prix soldé. Donne son expression.

.....  
 .....  
 .....

**c.** Un article coûtait 45 € avant les soldes. Quel est son prix soldé ?

.....  
 .....

**d.** Un article est soldé à 31,79 €. Quel était son prix avant les soldes ?

.....  
 .....

**5** Indique si chaque fonction est affine. Justifie.

**a.** La fonction qui, à un nombre, associe le résultat du programme de calcul suivant.

- Choisis un nombre.
- Ajoute-lui 1.
- Multiplie le tout par 3.
- Annonce le résultat.

.....

.....

.....

.....

**b.** La fonction par laquelle la longueur du rayon d'un cercle a pour image le périmètre de ce cercle.

.....

.....

.....

**c.** La fonction qui, à la longueur du rayon d'un disque, associe l'aire de ce disque.

.....

.....

.....

**6** La vitesse d'un train en km/h,  $t$  minutes après le départ, vaut  $3t^2$  pour  $0 \leq t \leq 10$ .

On appelle  $v$  la fonction qui, au temps écoulé depuis le départ exprimé en minutes, associe la vitesse du train en km/h.

**a.** Calcule  $v(5)$ .  
Donne une interprétation du résultat.

.....

.....

.....

**b.** Quel est l'antécédent de 168,75 par  $v$  ?  
Donne une interprétation du résultat.

.....

.....

.....

.....

.....

**7** ABCD est un rectangle tel que  $AB = 7$  cm et  $AD = 5$  cm. Un point M se déplace sur les côtés [AB] et [BC] du rectangle et on note  $x$  la distance à parcourir du point A au point M en parcourant le rectangle dans le sens ABCD.

**a.** Fais une figure.

On appelle  $f(x)$  l'aire du quadrilatère AMCD.

**b.** Donne un encadrement de  $x$  lorsque :

- $M \in [AB]$                       •  $M \in [BC]$

.....

.....

**c.** Détermine  $f(x)$  dans chacun des cas suivants :

- $M \in [AB]$                       •  $M \in [BC]$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**d.** Calcule  $f(2), f(7), f(10)$ .

.....

.....

.....

.....

Exercice corrigé

Voici un **tableau de valeurs** de la fonction  $f$ :

$x$	-4	-2	0	2	4
$f(x)$	12	0	-4	0	12

- a. Détermine l'image de 0 par la fonction  $f$ .
- b. Détermine un (des) antécédent(s) de 0 par la fonction  $f$ .

**Correction**

- a. On cherche 0 sur la 1<sup>re</sup> ligne du tableau et on lit son **image** sur la 2<sup>de</sup> ligne. L'**image** de 0 par la fonction  $f$  est -4. On écrit  $f(0) = -4$  (ou  $f: 0 \mapsto -4$ ).
- b. On cherche 0 sur la 2<sup>de</sup> ligne du tableau et on lit ses **antécédents** sur la 1<sup>re</sup> ligne. **Des antécédents** de 0 par la fonction  $f$  sont -2 et 2. On écrit  $f(-2) = f(2) = 0$ .

**1** Voici un tableau de valeurs d'une fonction  $f$ .

$x$	-3	-1	0	2	4	5
$f(x)$	7	-2	3	5	-3	6

- Quelle est l'image par la fonction  $f$  de :
  - a. 0 ?
  - b. 5 ?
  - c. -3 ?

- Donne un antécédent par la fonction  $f$  de :
  - d. 7 ?
  - e. 5 ?
  - f. -3 ?

**2** Voici un tableau de valeurs d'une fonction  $g$ .

$x$	-2	-1	0	1	2
$g(x)$	1	2	-1	-4	3

Complète avec *image* ou *antécédent*.

- a. 1 est ..... de -2 par  $g$ .
- b. 2 est ..... de 3 par  $g$ .
- c. -4 est ..... de 1 par  $g$ .
- d. 2 est ..... de -1 par  $g$ .
- e. 0 est ..... de -1 par  $g$ .
- f. Combien d'image(s) a le nombre 1 par  $g$  ? .....

**3** Voici un tableau de valeurs d'une fonction  $h$ .

$x$	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0
$h(x)$	-1,5	-2	1,4	-1,8	-1,5	0,25	2

Complète chacune des égalités suivantes.

- a.  $h(-2,5) = \dots\dots\dots$
- b.  $h(\dots\dots\dots) = -1,8$
- c.  $h(0) = \dots\dots\dots$
- d.  $h(\dots\dots\dots) = -1,5$
- e.  $h(-0,5) = \dots\dots\dots$
- f.  $h(\dots\dots\dots) = 1,4$

**4** Voici des indications sur une fonction  $k$ .

- L'image de 2 par  $k$  est 5,5.
- $k: -10 \mapsto -6$  et  $k(-6) = 2$ .
- Un antécédent de -4 par  $k$  est 5,5.
- Les antécédents de 5,5 sont 2, -4 et 12,5.

Complète le tableau grâce à ces indications.

$x$						
$k(x)$						

**5** Complète ce tableau de données et les phrases concernant une fonction  $p$ .

$x$		4	-2	12	7		-10
$p(x)$	4			-17	2		12

- a. -8 est l'image de 4 par la fonction  $p$ .
- b. Un antécédent de 4 par la fonction  $p$  est -3.
- c. -8 a pour antécédent 15 par la fonction  $p$ .
- d.  $p(-2) = 7$  et  $p(7) = \dots\dots\dots$
- e. 12 a pour image ..... par la fonction  $p$ .
- f. L'image de ..... par la fonction  $p$  est 12.

**6** On considère la fonction  $h$  définie par  $h(x) = 0,5x^3 - 2x^2 + 1$ .

a. Complète le tableau de valeurs.

$x$	0	1	2	3	4	5	6
$h(x)$							

b. Donne un encadrement de l'antécédent de 0.

c. Complète ce tableau de valeurs afin de donner un encadrement de l'antécédent de 0 à  $10^{-1}$  près.

$x$							
$h(x)$							

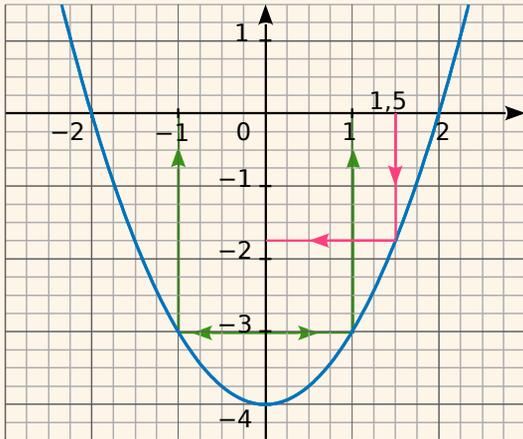
**Exercice corrigé**

Le graphique représente la fonction  $f$ .

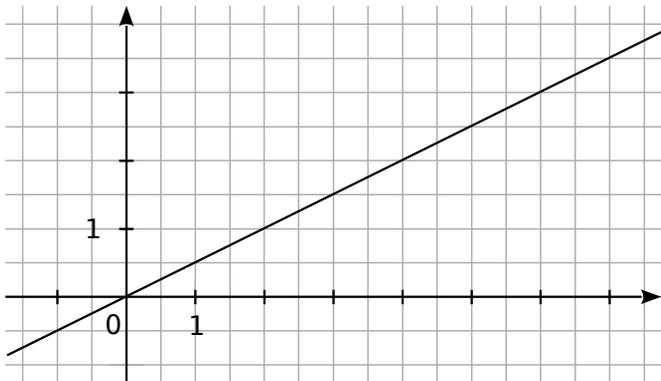
- a. Détermine graphiquement  $f(1,5)$ .
- b. Détermine graphiquement le (les) antécédent(s) de  $-3$  par la fonction  $f$ .

**Correction**

- a.  $f(1,5) = -1,75$ .
- b.  $-3$  a deux antécédents par la fonction  $f$ :  $-1$  et  $1$ .

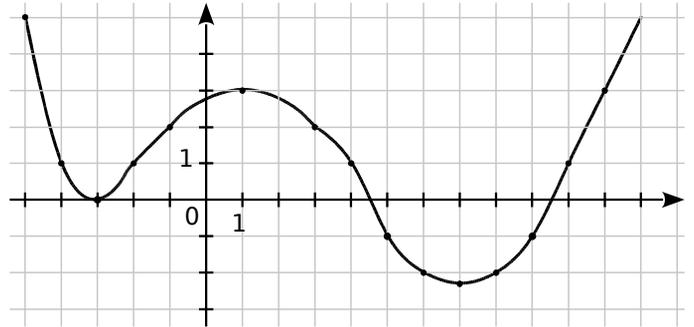


**1** Ce graphique représente une fonction  $f$ .



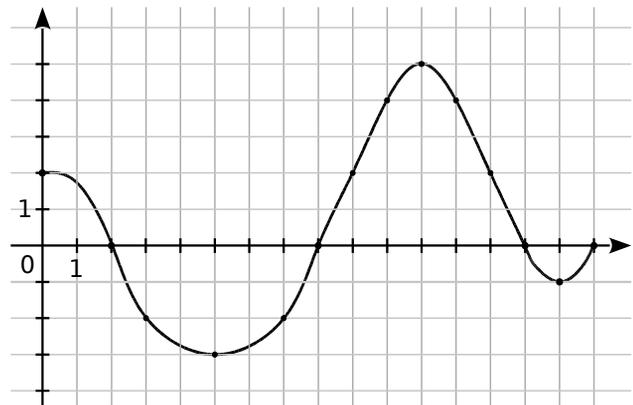
- a. Place le point A de la courbe d'abscisse 4.
- b. Quelle est l'ordonnée de A ? .....
- c. Place le point B de la courbe d'abscisse 7.
- d. Quelle est l'ordonnée de B ? .....
- e. Place le point C de la courbe d'ordonnée 1.
- f. Quelle est l'abscisse de C ? .....
- g. Place le point D de la courbe d'ordonnée 2,5.
- h. Quelle est l'abscisse de D ? .....
- i. Place le point E de coordonnées  $(-1 ; 3)$ .
- j. Complète :  
 $f(4) = \dots$     $f(7) = \dots$     $f(\dots) = 2,5$     $f(\dots) = 1$  ;

**2** Ce graphique représente une fonction  $g$  pour  $x$  compris entre  $-5$  et  $12$ .



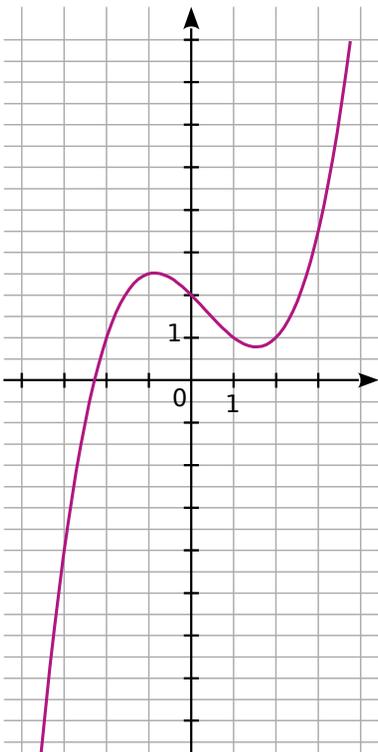
- a. Place le point E de la courbe d'abscisse 1. Quelle est l'ordonnée de E ? .....
- b. Place le point F de la courbe d'abscisse 8. Quelle est l'ordonnée de F ? .....
- c. Place les points  $G_1, G_2, G_3, \dots$  de la courbe qui ont pour ordonnée 1 et donne les coordonnées de chacun de ces points.  
 .....  
 .....
- d. Combien de points ont pour ordonnée  $-2$  ? Écris les coordonnées de ces points.  
 .....  
 .....

**3** Ce graphique représente une fonction  $k$  pour  $x$  compris entre 0 et 16.



- a. L'image de 8 par la fonction  $k$  est .....
- b. Quels sont les antécédents de 2 par  $k$  ?  
 .....
- c. Quels nombres ont pour image  $-2$  par  $k$  ?  
 .....
- d. Quels sont les antécédents de 0 par  $k$  ?  
 .....
- e. Quels nombres entiers ont deux antécédents ?  
 .....

**4** Ce graphique représente une fonction  $h$ .



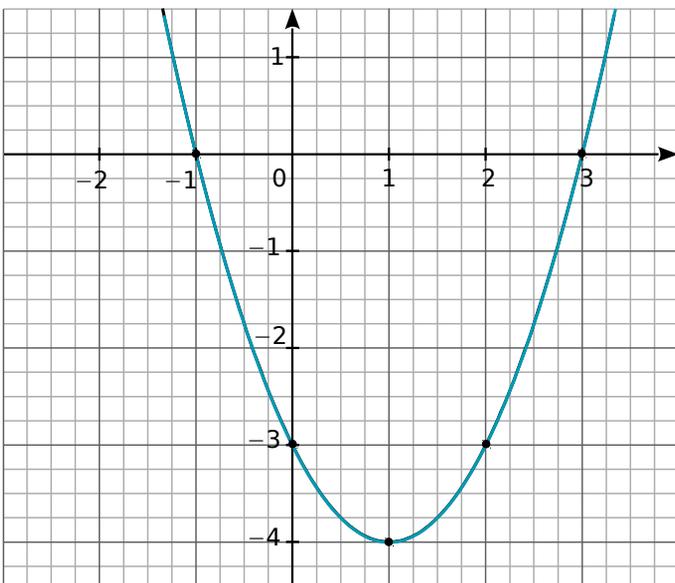
Complète.

- a.  $h(-2) = \dots\dots\dots$
- b.  $h(-1) = \dots\dots\dots$
- c.  $h(\dots\dots\dots) = -4$
- d.  $h(0) = \dots\dots\dots$
- e.  $h(1) = \dots\dots\dots$
- f.  $h(2) = \dots\dots\dots$
- g.  $h(\dots\dots\dots) = 3,5$
- h. Quels sont les antécédents de 1 par  $h$  ?

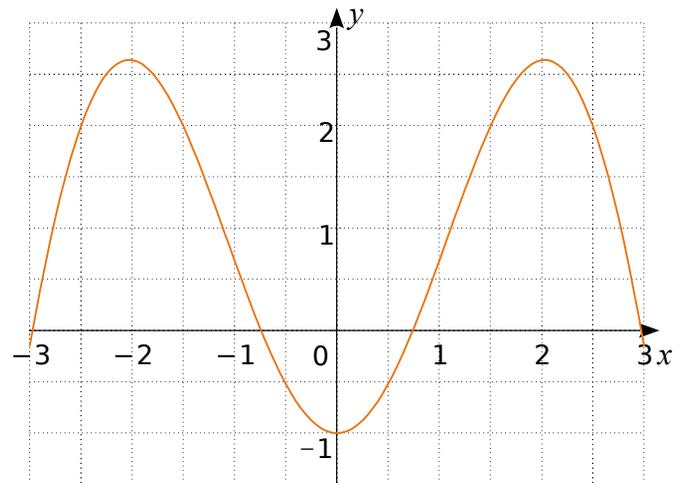
.....  
 .....

**5** Ce graphique représente la courbe d'une fonction  $g$ . Par lecture graphique, complète les phrases.

- a. L'image de 1 par la fonction  $g$  est .....
- b. Les antécédents de 0 par la fonction  $g$  sont .....
- c.  $g(2) = \dots\dots\dots$
- d. Les nombres qui ont pour image  $-3$  par la fonction  $g$  sont .....



**6** Voici la représentation graphique d'une fonction  $k$ .



a. Complète le tableau de valeurs suivants.

$x$	-2		0	1	2	3
$k(x)$		-1				

b. Détermine les images de :

0,5 : ..... | -1 : .....  
 1,5 : ..... | -2,5 : .....

c. Détermine tous les antécédents de :

-0,5 : ..... | 3 : .....  
 2 : ..... | -2,5 : .....

d. Détermine les abscisses des points dont l'ordonnée est négative.

.....  
 .....

e. Quel est le nombre d'antécédent d'un nombre négatif par la fonction  $k$  ?

.....

f. Détermine le (ou les) nombre(s) qui ont un seul antécédent par la fonction  $k$ .

.....

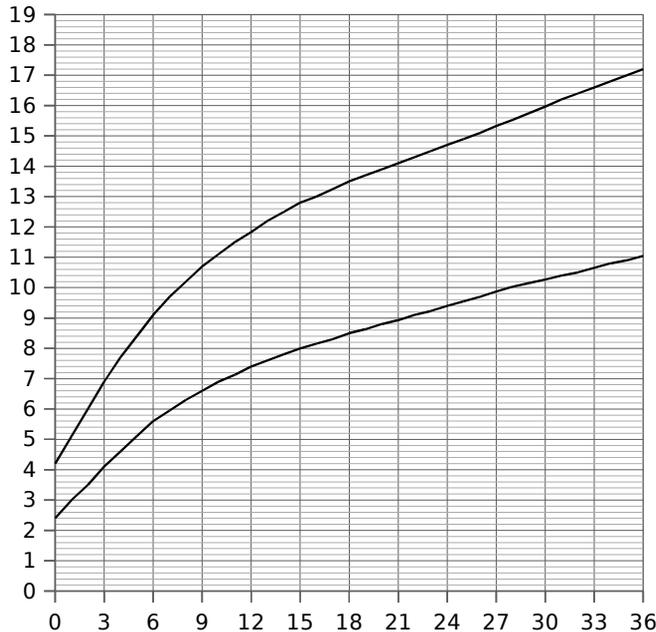
g. Que peut-on dire de l'image de 2 et de  $-2$  ?

.....

h. Que peut-on dire de la courbe ?

.....  
 .....

**7** Voici un extrait du carnet de santé donné à chaque enfant (*source* : [www.sante.gouv.fr](http://www.sante.gouv.fr)).



Les deux courbes indiquent les limites basses et hautes de l'évolution du poids d'un enfant : sa courbe de poids doit a priori se situer entre ces deux courbes.

On considère la fonction  $f$  qui, à un âge en mois, associe le poids minimum en kg et la fonction  $g$  qui, à un âge en mois, associe le poids maximum en kg.

**a.** Complète le tableau suivant par des valeurs approchées lues sur le graphique.

$x$	3	12		24	$x$	33
$f(x)$			8			
$g(x)$				16		

**b.** Interprète la colonne  $x = 12$ .

**c.** Le père d'Ahmed, matheux, a noté pour son fils les renseignements suivants.  $p$  est la fonction qui associe à l'âge d'Ahmed en mois, son poids en kg.

$x$	0	3	6	9	12	18	24	30	36
$p(x)$	3,4	6	7,4	8,4	9	9,6	10	10,8	12

Reporte les données de ce tableau sur le graphique. Commente ce que tu obtiens.

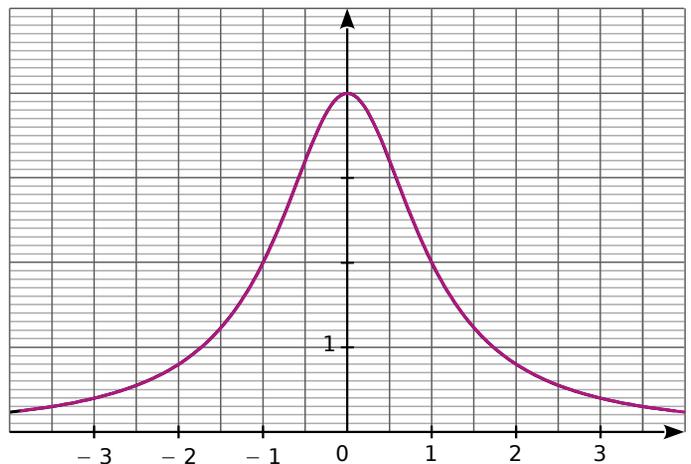
**8** Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{4}{1+x^2}$  pour  $x$  compris entre  $-4$  et  $4$ .

**a.** Détermine l'image de 2 et  $-2$  par la fonction  $f$ . Tu donneras le résultat sous forme d'un décimal.

**b.** Quelle est l'ordonnée du point A d'abscisse 3 appartenant à la courbe de la fonction  $f$ ?

**c.** Montre qu'un antécédent de 3,2 est  $\frac{1}{2}$ .

Voici le graphique de la fonction  $f$ .



**d.** Détermine graphiquement :

- $f(0)$  :
- l'image de 2 :
- l'image de  $-2$  :

**e.** Détermine graphiquement les antécédents :

- de 2 :
- de 3,2 :

**f.** Donne un nombre qui :

- a un antécédent :
- a deux antécédents :
- n'a aucun antécédent :

Exercice corrigé

- a. Représente graphiquement la fonction linéaire  $f$  définie par  $f(x) = -0,5x$ .
- b. Représente graphiquement la fonction affine  $g$  définie par  $g : x \mapsto 3x - 2$ .

Correction

a.  $f$  est une fonction linéaire donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.

Pour tracer cette droite, il suffit de connaître les coordonnées d'un de ses points.  $f(6) = -3$ .

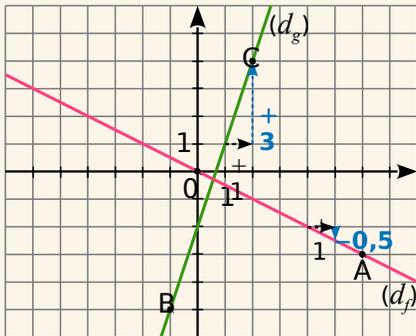
$(d_f)$  est la droite (OA) avec  $A(6 ; -3)$ .

b.  $g$  est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite.

Pour tracer cette droite, il suffit de connaître les coordonnées de deux de ses points.

$g(-1) = -5$  et  $g(2) = 4$ .

$(d_g)$  est la droite (BC) avec  $B(-1 ; -5)$  et  $C(2 ; 4)$ .



1 On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x^2 - 2x - 1$  pour  $x$  compris entre  $-1$  et  $4$ .

a. Complète le tableau de valeurs de la fonction  $f$ .

$x$	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$						

b. Donne les coordonnées des six points A, B, C, D, E et F appartenant au graphique de  $f$  d'abscisses respectives  $-1, 0, 1, 2, 3$  et  $4$ .

.....

.....

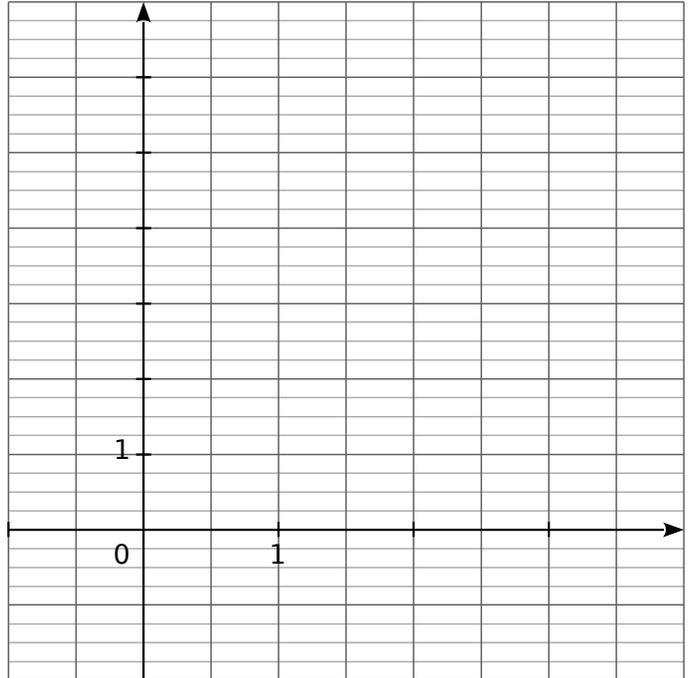
.....

.....

.....

.....

c. Place ces points dans le repère ci-dessous et trace une ébauche de courbe au crayon gris.



d. Pour être plus précis dans le tracé, on détermine d'autres points appartenant à cette courbe. Complète le tableau de valeurs de la fonction  $f$ .

$x$	-0,5	0,5	1,5	2,5	3,5
$f(x)$					

e. Donne les coordonnées des cinq points G, H, I, J et K appartenant au graphique de  $f$  d'abscisses respectives  $-0,5 ; 0,5 ; 1,5 ; 2,5$  et  $3,5$ .

.....

.....

.....

f. Relie ainsi harmonieusement tous ces points.

2 Soit les fonctions  $f : x \mapsto 4x$  et  $g : x \mapsto -4x$ .

a. Quelle est la nature de leur représentation graphique ? Justifie.

.....

.....

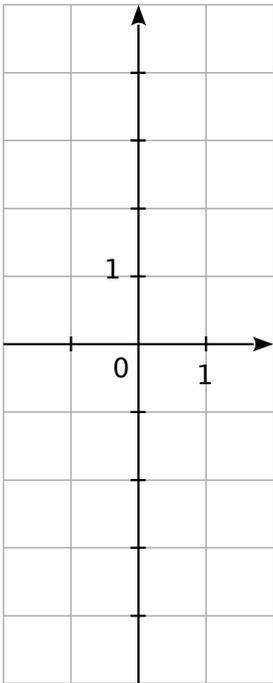
.....

b. Calcule les coordonnées des points F et G d'abscisse 1 de la courbe de  $f$  puis de celle de  $g$ .

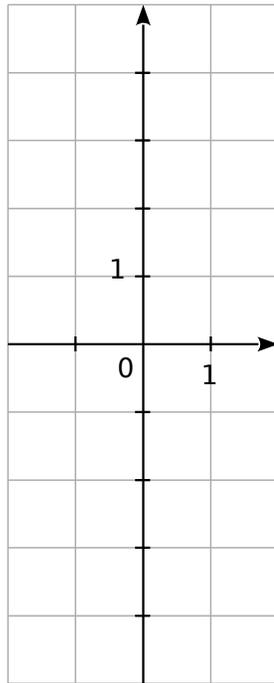
.....

.....

c. Trace la courbe de  $f$ .



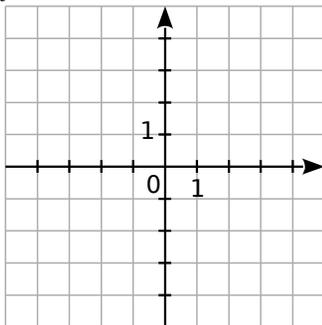
d. Trace la courbe de  $g$ .



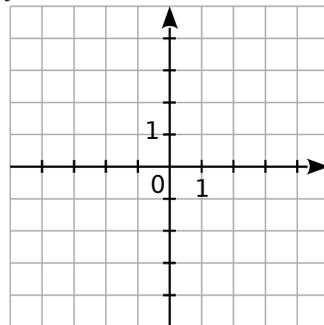
3 Trace la représentation graphique de chaque fonction dans le repère orthonormal donné en notant les calculs effectués.

.....  
 .....  
 .....

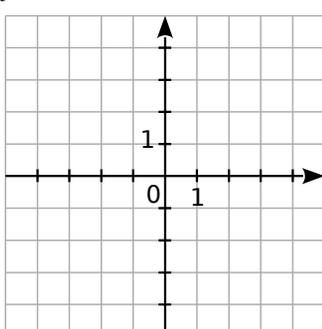
$f_1(x) = 2x$



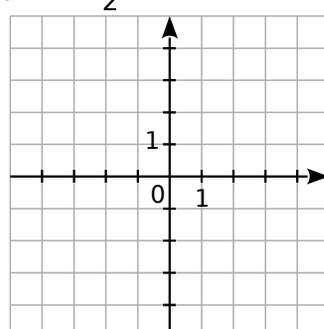
$f_2(x) = -3x$



$f_3(x) = -1,5x$



$f_4(x) = \frac{1}{2}x$



4 Soit la fonction  $g : x \mapsto 2x - 1$ .

Quelle est la nature de sa représentation graphique ? Justifie.

.....  
 .....

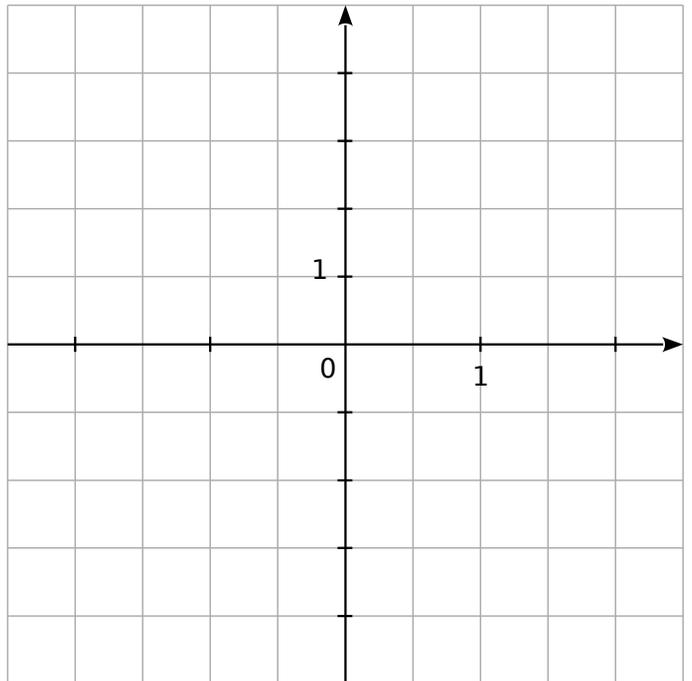
a. Complète le tableau suivant.

$x$	0	1
$g(x)$		

b. Déduis-en les coordonnées de deux points appartenant à cette représentation graphique.

.....

c. Trace la représentation graphique de la fonction  $g$  dans le repère ci-dessous.



d. Par lecture graphique, complète le tableau de valeurs suivant.

$x$	-2	-1	0,5		
$g(x)$				2	3

e. Quelle est l'image de 2 par  $g$  ? .....

f. Quel nombre a pour image 2 par  $g$  ? .....

g. Quelle est l'image de 0,5 par  $g$  ? .....

h. Quel est l'antécédent de -3 par  $g$  ? .....

i.  $g(-1,5) = \dots\dots\dots$

k.  $g(\dots\dots\dots) = 1$

j.  $g(4) = \dots\dots\dots$

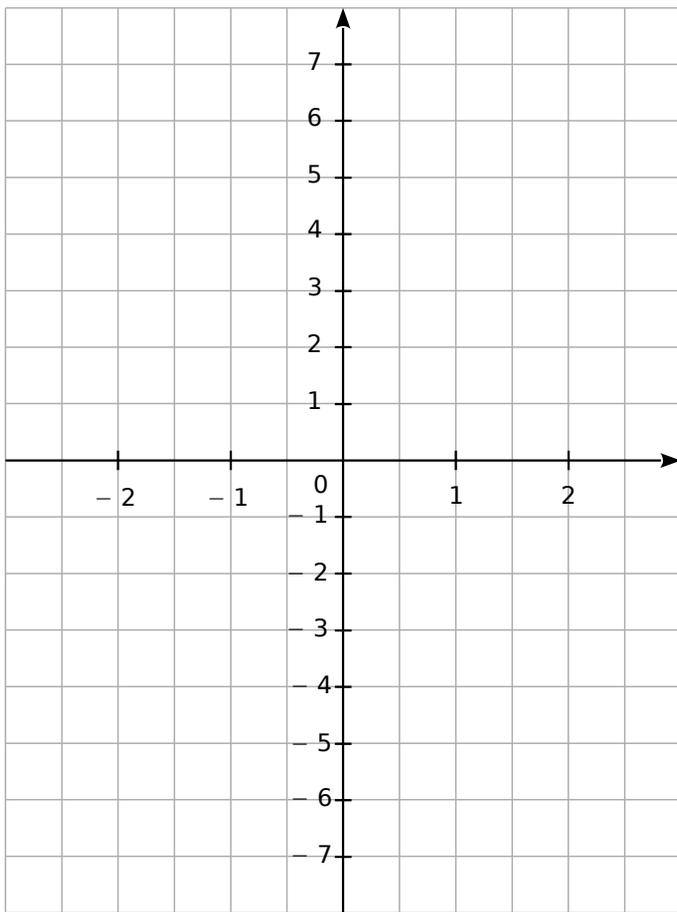
l.  $g(\dots\dots\dots) = -1,5$

**5** On veut tracer la représentation graphique  $(d_f)$  de la fonction  $f: x \mapsto 3x + 3$ .

**a.** Quelles sont les coordonnées du point A de  $(d_f)$  d'abscisse 0 ? Comment appelle-t-on son ordonnée ? Place le point A dans le repère ci-dessous.

**b.** En utilisant le coefficient de la fonction  $f$ , place un deuxième point B de  $(d_f)$ . Quelles sont ses coordonnées ?

**c.** Trace la courbe  $(d_f)$  représentative de  $f$ .



**d.** Trace les courbes  $(d_g)$  et  $(d_h)$  des fonctions  $g$  et  $h$  définies par  $g(x) = 3x$  et  $h(x) = 3x - 4$ .

**e.** Que remarques-tu ? Justifie pourquoi.

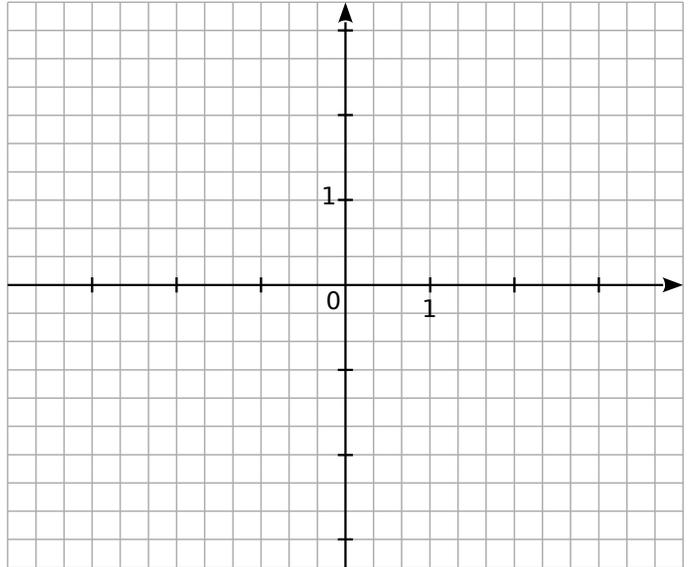
**f.** Place les points F, G et H d'abscisse  $-1$  appartenant respectivement à  $(d_f)$ ,  $(d_g)$  et  $(d_h)$ .

**g.** Donne les coordonnées de ces points.

**6** On considère les fonctions

$$f: x \mapsto \frac{2}{3}x - 1 \text{ et } g: x \mapsto -\frac{1}{3}x + 2.$$

On appelle  $(d_f)$  et  $(d_g)$  leur représentation graphique.



**a.** Détermine les coordonnées des points  $F_0$  et  $G_0$  d'abscisse 0 respectivement sur  $(d_f)$  et  $(d_g)$ .

**b.** Détermine le coefficient de  $f$  et de  $g$ .

**c.** Déduis-en les coordonnées des points  $F_1$  et  $G_1$  d'abscisse 1 respectivement sur  $(d_f)$  et  $(d_g)$ .

**d.** Ces deux points suffisent-ils à tracer précisément chaque courbe ? Justifie.

**e.** Détermine les coordonnées des points  $F_{-3}$  et  $G_{-3}$  d'abscisse  $-3$  respectivement sur  $(d_f)$  et  $(d_g)$ .

**f.** Place ces différents points puis trace  $(d_f)$  et  $(d_g)$ .

**g.** Ces deux droites sont sécantes en un point I. Lis les coordonnées de ce point I.

**h.** Résous graphiquement l'équation  $f(x) = g(x)$ . À quoi cela correspond-il graphiquement ?

**1** Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions affines telles que :  
 $f(0) = -2$  et  $f(5) = 6,5$  |  $g(0) = 0,8$  et  $g(5) = 6,8$

**a.** Justifie que ces fonctions ne sont pas linéaires.  
 .....  
 .....

**b.** Quelle est la nature de leurs représentations graphiques ?  
 .....  
 .....

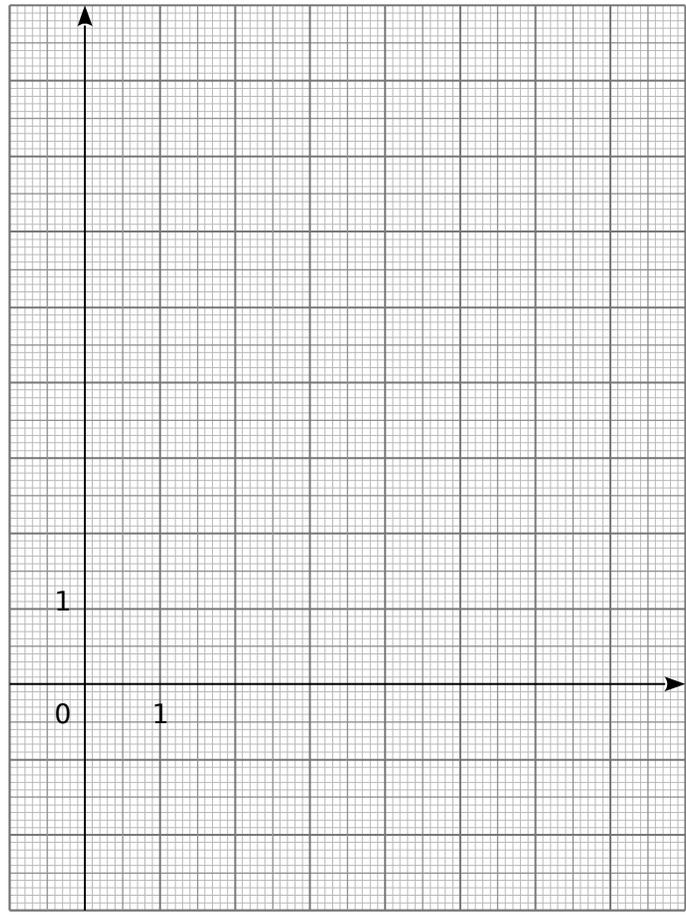
**c.** Écris  $f(x)$  et  $g(x)$  sous la forme  $ax + b$  où  $a$  et  $b$  sont des nombres à préciser à chaque fois.  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**d.** Détermine par le calcul la valeur de  $x$  pour laquelle  $f(x) = g(x)$ .  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**e.** Complète les tableaux de valeurs suivants.

$x$	0	2	4	6	8	10
$f(x)$						
$g(x)$						

**f.** Construis les courbes représentatives  $(d_f)$  et  $(d_g)$  des fonctions  $f$  et  $g$  dans le repère ci-dessous.



**g.** Retrouve la valeur de  $x$  pour laquelle  $f(x) = g(x)$  sur le graphique où tu feras apparaître les pointillés nécessaires.

**h.** Détermine les coordonnées exactes du point K d'intersection de  $(d_f)$  et  $(d_g)$ .  
 .....  
 .....  
 .....

**i.** Résous graphiquement  $f(x) < g(x)$ .  
 .....  
 .....  
 .....

**2** L'école décide d'acheter un logiciel pour gérer sa bibliothèque. Il y a trois tarifs :

- Tarif A : 19 euros ;
- Tarif B : 10 centimes par élève ;
- Tarif C : 8 euros + 5 centimes par élève.

a. Complète le tableau suivant.

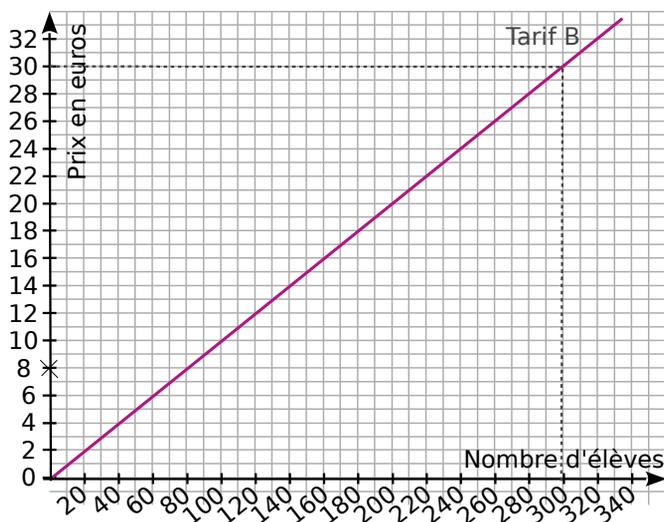
Nombre d'élèves	100	200	300
Tarif A	19 €		
Tarif B			30 €
Tarif C		18 €	

b. Si  $x$  représente le nombre d'élèves, entoure la fonction qui correspond au tarif C.

$x \mapsto 8 + 5x$      $x \mapsto 8 + 0,05x$      $x \mapsto 0,05 + 8x$

c. Quelle est la nature de cette fonction ?

d. Sur le graphique ci-dessous, on a représenté le tarif B. Sur ce même graphique, représente les tarifs A et C.



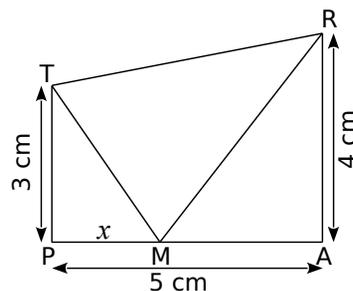
e. Par lecture graphique, à partir de combien d'élèves le tarif A est-il plus intéressant que le tarif C ? (On fera apparaître sur le graphique les tracés nécessaires à la lecture.)

f. Dans l'école, il y a 209 élèves. Quel est le tarif le plus intéressant pour l'école ?

**3** TRAP est un trapèze rectangle en A et en P tel que :

TP = 3 cm ; PA = 5 cm et AR = 4 cm.

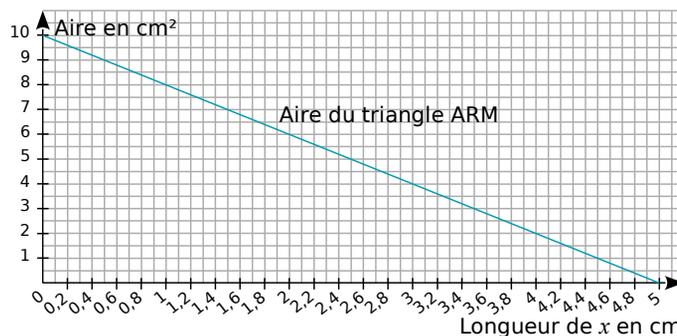
M est un point variable du segment [PA], et on note  $x$  la longueur du segment [PM] en cm.



a. Donne les valeurs entre lesquelles  $x$  peut varier.

b. Montre que l'aire du triangle PTM est  $1,5x$  et que l'aire du triangle ARM est  $10 - 2x$ .

La droite ci-dessous est la représentation graphique de la fonction qui à  $x$  associe l'aire du triangle ARM.



Réponds aux questions c., d. et f. en utilisant ce graphique. Laisse apparents les traits nécessaires.

c. Pour quelle valeur de  $x$  l'aire du triangle ARM est-elle égale à  $6 \text{ cm}^2$  ?

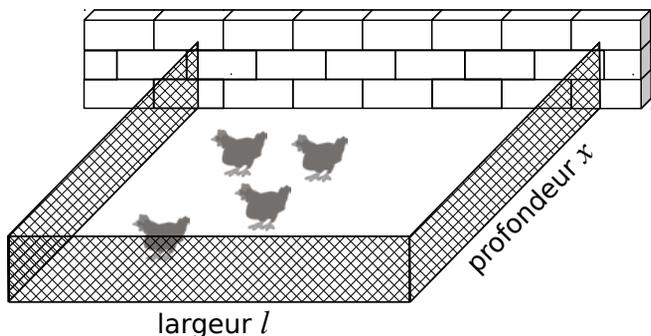
d. Lorsque  $x$  est égal à 4 cm, quelle est l'aire du triangle ARM ?

e. Sur ce graphique, trace la droite représentant la fonction :  $x \mapsto 1,5x$ .

f. Estime, à un millimètre près, la valeur de  $x$  pour laquelle les triangles PTM et ARM ont la même aire.

g. Montre par le calcul que la valeur exacte de  $x$ , pour laquelle les deux aires sont égales, est  $\frac{100}{35}$ .

**4** Un agriculteur souhaite réaliser un enclos rectangulaire contre un mur pour ses poules. Il dispose de 21 m de grillage et doit tout utiliser.



L'objectif de cet exercice est de déterminer les dimensions de l'enclos afin que son aire soit maximale. On note  $l$  et  $x$  respectivement la largeur et la profondeur de l'enclos, en mètres.

**a.** Quelle est l'aire de l'enclos si  $x = 3$  m ?

.....  
 .....

**b.** Quelles sont les valeurs possibles de  $x$  ?

.....  
 .....

**c.** On note  $A$  la fonction qui, à  $x$ , associe l'aire de l'enclos correspondant. Détermine  $A$ .

.....  
 .....

**d.** Avec l'aide de ta calculatrice ou d'un tableur, complète le tableau de valeurs de la fonction  $A$ .

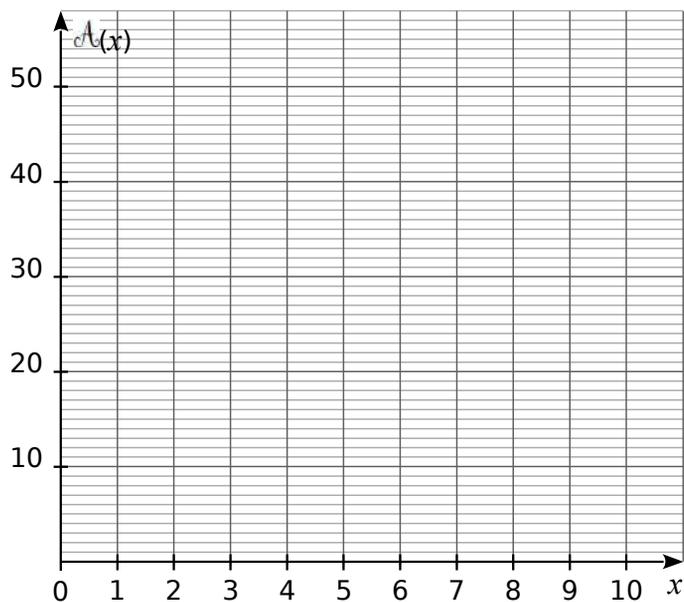
$x$	0	1	2	3	4	5
$A(x)$						

$x$	6	7	8	9	10	10,5
$A(x)$						

**e.** À l'aide du tableau, décris l'évolution de  $A(x)$  en fonction de  $x$  et donne un encadrement du nombre  $x$  pour lequel  $A(x)$  semble maximal.

.....  
 .....

**f.** Construis la courbe représentative de  $A$ .



**g.** Complète ce nouveau tableau de valeurs puis donne un encadrement au dixième du nombre  $x$  pour lequel  $A(x)$  semble maximal.

$x$	4,8	4,9	5	5,1	5,2	5,3	5,4
$A(x)$							

.....  
 .....

**h.** Calcule  $A(5,25) - A(x)$  puis montre que cette expression est égale à  $2(x - 5,25)^2$ .

.....  
 .....

**i.** Détermine le signe de cette expression et déduis-en la valeur du nombre  $x$  pour lequel  $A(x)$  est maximal.

.....  
 .....

**j.** Déduis-en les dimensions de l'enclos d'aire maximale.

.....  
 .....

**5** La vitesse d'un train en km/h,  $t$  minutes après le départ, vaut  $3t^2$  pour  $0 \leq t \leq 10$ .

On appelle  $v$  la fonction qui, au temps écoulé depuis le départ exprimé en minutes, associe la vitesse du train en km/h.

**a.** Calcule  $v(5)$ .

Donne une interprétation du résultat.

.....

.....

.....

**b.** Quel est l'antécédent de 168,75 par  $v$  ?

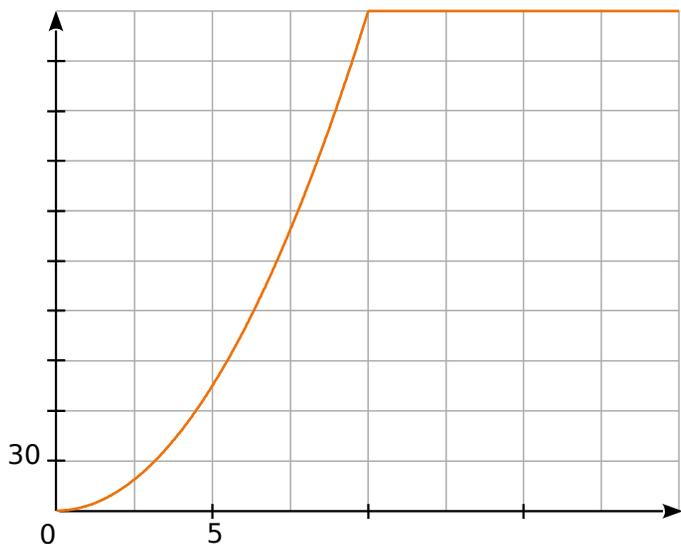
Donne une interprétation du résultat.

.....

.....

.....

Le graphique ci-dessous représente l'évolution de la vitesse, en km/h, du train en fonction du temps écoulé, en minutes, depuis son départ.



**c.** Combien de temps, environ, met le train pour atteindre 120 km/h ?

.....

.....

**d.** Quelle est la vitesse maximale du train ?  
Au bout de combien de temps est-elle atteinte ?

.....

.....

**e.** Précise une expression de la fonction  $v$  pour  $0 \leq x \leq 20$ .

.....

.....

**6** Un entreprise fabrique chaque jour un produit. On appelle  $x$  la masse journalière produite en kg.  $x$  peut varier entre 0 et 45. Le coût de production de ces  $x$  kg de produit exprimé en euros est donné par la formule :  $C(x) = x^2 - 20x + 200$ . Le prix de vente de ce produit est de 34 € le kg. On suppose que tous les objets fabriqués sont vendus.

**a.** Quel est le coût de production pour 10 kg de produit ?

.....

.....

**b.** Quelle la recette liée à la vente de ces 10 kg ?

.....

.....

**c.** Quel est le bénéfice réalisé ?

.....

.....

**d.** Détermine la recette  $R(x)$  réalisée lorsque l'entreprise fabrique et vend  $x$  kg de produit.

.....

.....

**e.** Détermine le bénéfice  $B(x)$  correspondant.

.....

.....

**f.** Trace dans un repère la représentation graphique de la fonction  $B$ .

.....

.....

**g.** Pour quelle valeur de  $x$ , le bénéfice est-il maximal ? Quel est alors ce bénéfice ?

.....

.....

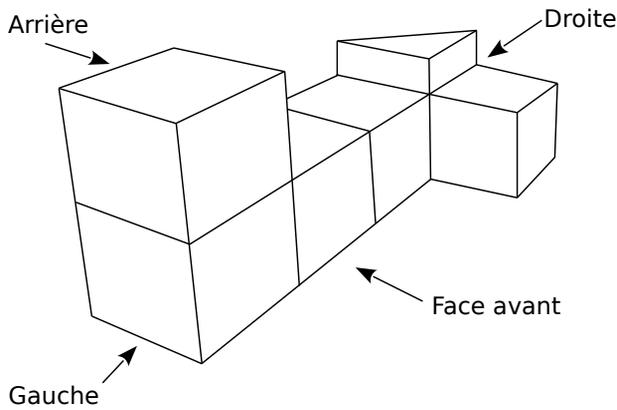
# Grandeurs et mesures

C



<b>Série 1 • Volume d'une pyramide ou d'un cône</b> .....	74
<b>Série 2 • Aire d'une sphère, volume d'une boule</b> .....	76
<b>Série 3 • Calcul d'aire et de volume de figures réduites</b> .....	78
<b>Série 4 • Conversions</b> .....	80
<b>Série 5 • Mesurer avec des grandeurs</b> .....	81

**1** On a empilé et collé 6 cubes de 4 cm d'arête et un prisme droit de façon à obtenir le solide représenté ci-dessous. La hauteur du prisme est égale à la moitié de l'arête des cubes.



Calcule le volume en  $\text{cm}^3$  du solide.

.....

.....

.....

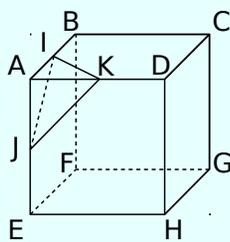
.....

.....

.....

**2 Extrait du brevet**

ABCDEFGH est un cube d'arête  $AB = 12 \text{ cm}$ .  
 I est le milieu du segment [AB] ;  
 J est le milieu du segment [AE] ;  
 K est le milieu du segment [AD].



**a.** Calculer l'aire du triangle AIK.

.....

.....

.....

**b.** Calculer le volume de la pyramide AIKJ de base AKI.

.....

.....

.....

**c.** Quelle fraction du volume du cube représente le volume de la pyramide AIKJ ? Écrire le résultat sous forme d'une fraction de numérateur 1.

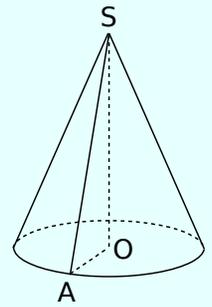
.....

.....

.....

**3 Extrait du brevet**

On considère une bougie conique représentée ci-contre. Le rayon OA de sa base est 2,5 cm. La longueur du segment [SA] est 6,5 cm.



La figure n'est pas aux dimensions réelles.

**a.** Sans justifier, donner la nature du triangle SAO et le construire en vraie grandeur.

.....

.....

**b.** Montrer que la hauteur SO de la bougie est 6 cm.

.....

.....

.....

.....

.....

**c.** Calculer le volume de cire nécessaire à la fabrication de cette bougie ; on donnera la valeur arrondie au dixième de  $\text{cm}^3$ .

.....

.....

.....

**d.** Calculer l'angle  $\widehat{ASO}$  ; on donnera la valeur arrondie au degré.

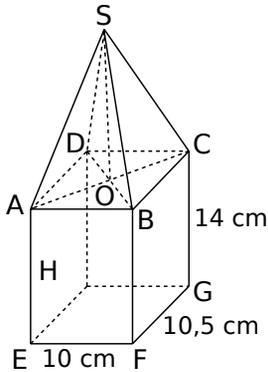
.....

.....

.....

**4** Une lanterne, entièrement vitrée, a la forme d'une pyramide reposant sur un parallélépipède rectangle ABCDEFGH.

S est le sommet de la pyramide.  
O est le centre du rectangle ABCD.  
SO est la hauteur de la pyramide.



**Première partie :**

Dans cette partie, la hauteur SO est égale à 12 cm.

**a.** Calcule le volume du parallélépipède rectangle ABCDEFGH.

.....

.....

.....

**b.** Calcule le volume de la pyramide SABDC.

.....

.....

.....

**c.** Déduis-en le volume de la lanterne.

.....

.....

.....

**d.** Sachant que le segment [OC] mesure 7,25 cm, calcule une valeur approchée à 0,1 degré près de la mesure de l'angle  $\widehat{OSC}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Deuxième partie :**

Dans cette partie, on désigne par  $x$  la hauteur SO en cm de la pyramide SABCD.

**a.** Montre que le volume en  $\text{cm}^3$  de la lanterne est donné par  $V(x) = 1\,470 + 35x$ .

.....

.....

.....

.....

.....

**b.** Calcule ce volume pour  $x = 7$ .

.....

.....

.....

.....

.....

**c.** Pour quelle valeur de  $x$  le volume de la lanterne est-il de  $1\,862 \text{ cm}^3$  ?

.....

.....

.....

.....

.....

**d.** Un tableur est utilisé pour calculer le volume de la lanterne, noté  $V(x)$ , pour plusieurs valeurs de  $x$ , hauteur de la pyramide.

	A	B
1	$x$	$V(x)$
2		
3		
4		
5		

Parmi les formules ci-dessous, entoure celle que l'on peut saisir dans la case B2 pour obtenir le calcul du volume de la lanterne :

$1\,470 + 35 \cdot A2$      $= 1\,470 + 35/A2$      $= 1\,470 + 35 \cdot A2$

Explique ta réponse.

.....

.....

.....

.....

.....

**Exercice corrigé**

Calcule le volume d'une boule de rayon 5 cm.  
Donne la valeur exacte puis un arrondi au dixième près.

**Correction**

La formule du volume de la boule est :

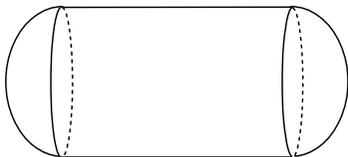
$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3.$$

$$\text{Ici } V = \frac{4}{3} \times \pi \times 5^3$$

$$V = \frac{500}{3} \pi \text{ cm}^3$$

$$V \approx 523,6 \text{ cm}^3$$

**1** Une gélule a la forme d'un cylindre droit de longueur 1 cm avec une demi-sphère collée à chacune de ses bases de rayon 3 mm.



- a. Reporte sur la figure les longueurs de l'énoncé exprimées en millimètre.
- b. Calcule le volume total exact de la gélule puis son volume arrondi à l'unité.

.....

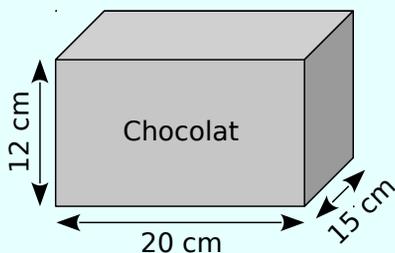
.....

.....

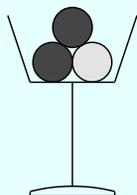
.....

**2 Extrait du brevet**

Un restaurant propose en dessert des coupes de glace composées de trois boules supposées parfaitement sphériques, de diamètre 4,2 cm.



Le pot de glace au chocolat ayant la forme d'un parallélépipède rectangle est plein, ainsi que le pot de glace cylindrique à la vanille de même hauteur.  
Le restaurateur veut constituer des coupes avec deux boules au chocolat et une boule à la vanille.



a. Montrer que le volume d'un pot de glace au chocolat est 3 600 cm<sup>3</sup>.

.....

b. Calculer la valeur arrondie au cm<sup>3</sup> du volume d'un pot de glace à la vanille de diamètre 15 cm.

.....

c. Calculer la valeur arrondie au cm<sup>3</sup> du volume d'une boule de glace contenue dans la coupe.

.....

d. Sachant que le restaurateur doit faire 100 coupes de glace, combien doit-il acheter de pots au chocolat et de pots à la vanille ?

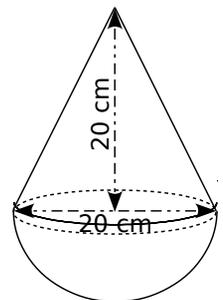
.....

.....

.....

**3** Le culbuto ci-contre est un jouet pour enfant qui oscille sur une base sphérique.

a. Calcule son volume exact puis arrondis au cm<sup>3</sup>.



.....

.....

.....

.....

b. La base sphérique est remplie de sable. Quelle proportion du jouet est occupée par le sable ?

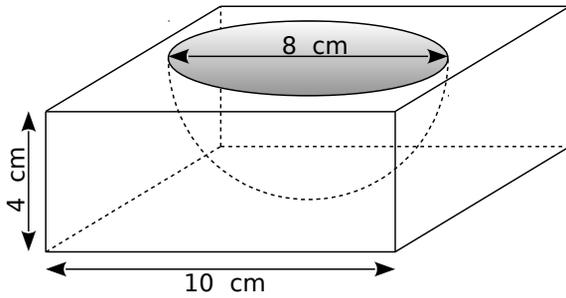
.....

.....

.....

.....

**4** Un moule a la forme d'un pavé droit à base carrée dans lequel on a évidé une demi-boule.



**a.** Calcule le volume de plastique nécessaire pour fabriquer ce moule arrondi au centième de  $\text{cm}^3$ .

.....

.....

.....

.....

**b.** Catherine veut napper son gâteau de chocolat. Détermine la surface de gâteau à recouvrir arrondie au centième de  $\text{cm}^2$ .

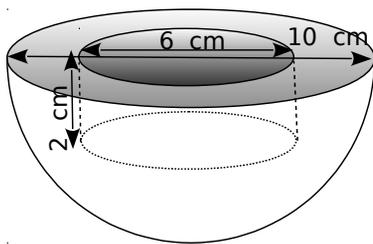
.....

.....

.....

.....

**5** Un moule a la forme d'une demi-boule dans laquelle on a évidé un cylindre.



**a.** Calcule le volume de métal nécessaire pour fabriquer ce moule arrondi au centième de  $\text{cm}^3$ .

.....

.....

.....

.....

**b.** On veut peindre l'extérieur du moule. Détermine la surface à peindre arrondie au centième de  $\text{cm}^2$ .

.....

.....

.....

.....

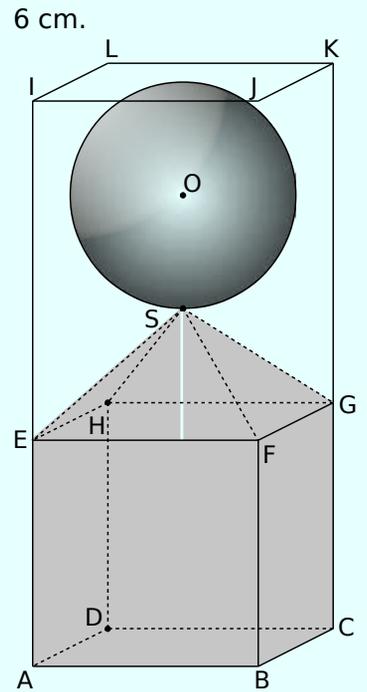
**6 Extrait du brevet**

On considère les trois solides suivants :

- la boule de centre  $O$  et de rayon  $SO$  tel que  $SO = 3 \text{ cm}$  ;
- la pyramide  $SEFGH$  de hauteur  $3 \text{ cm}$  dont la base est le carré  $EFGH$  de côté  $6 \text{ cm}$  ;
- le cube  $ABCDEFGH$  d'arête  $6 \text{ cm}$ .

Ces trois solides sont placés dans un récipient.

Ce récipient est représenté par le pavé droit  $ABCDIJKL$  de hauteur  $15 \text{ cm}$  dont la base est le carré  $ABCD$  de côté



La figure n'est pas en vraie grandeur.

**a.** Calculer le volume du cube  $ABCDEFGH$  en  $\text{cm}^3$ .

.....

.....

**b.** Calculer le volume de la pyramide  $SEFGH$  en  $\text{cm}^3$ .

.....

.....

**c.** Calculer le volume de la boule en  $\text{cm}^3$ . (On arrondira à l'unité près.)

.....

.....

**d.** En déduire le volume occupé par les trois solides à l'intérieur du pavé  $ABCDIJKL$  en  $\text{cm}^3$ .

.....

.....

.....

**e.** Pourra t-on verser dans ce récipient  $20 \text{ cl}$  d'eau sans qu'elle ne déborde ?

.....

.....

.....

**Exercice corrigé**

Des ingénieurs ont construit une maquette au 1/5 000 d'un bassin de retenue. La maquette mesure 1,60 m de long et contient 5 L d'eau. La surface du lac artificiel est 80 dm<sup>2</sup>. Quelle sera, en km, la longueur du futur lac artificiel ?  
 Quelle sera, en km<sup>2</sup>, sa surface ?  
 Quel sera, en m<sup>3</sup>, le volume d'eau contenu dans le lac ?

**Correction**

Pour obtenir les longueurs réelles à partir des longueurs de la maquette au 1/5 000, le coefficient d'agrandissement est  $k = 5\,000$ .

- $L_{réelle} = k \times L_{maquette}$   
 $L = 5\,000 \times 1,6$   
 $L = 8\,000\text{ m}$

**Le lac mesure 8 km.**

- $A_{réelle} = k^2 \times A_{maquette}$   
 $A = (5\,000)^2 \times 80\text{ dm}^2$   
 $A = 2\,000\,000\,000\text{ dm}^2$

**La surface du lac est 20 km<sup>2</sup>.**

- $V_{réel} = k^3 \times V_{maquette}$   
 $V = (5\,000)^3 \times 5\text{ L}$

Or, 1 m<sup>3</sup> correspond à 1 000 L  
 $V = (5\,000)^3 \times 0,005\text{ m}^3$   
 $V = 625\,000\,000\text{ m}^3$

**La contenance du lac est de 625 000 000 m<sup>3</sup> d'eau.**

**1 Extrait du brevet**

Un triangle A'B'C' rectangle en A' et d'aire 27 cm<sup>2</sup> est un agrandissement d'un triangle ABC, rectangle en A tel que AB = 3 cm et AC = 2 cm. Calculer les longueurs A'B' et A'C'.

.....

.....

.....

.....

.....

**2** Une figure a une aire de 124 cm<sup>2</sup>. Après une réduction, on obtient une nouvelle figure dont l'aire est 89,59 cm<sup>2</sup>. Détermine le rapport de réduction.

.....

.....

.....

.....

.....

**3** Un cylindre a un volume de 51 cm<sup>3</sup>. Quel est le volume du cylindre obtenu après une réduction de rapport 0,6 ?

.....

.....

.....

**4** On fait subir un agrandissement de coefficient 5 à une pyramide. La pyramide obtenue a un volume de 2 000 cm<sup>3</sup>. Quel était le volume de la pyramide de départ ?

.....

.....

.....

**5** La pyramide du Louvre est une pyramide régulière à base carrée de 35 m de côté et de 22 m de hauteur.

**a.** Fais un schéma.

**b.** Calcule le volume  $V$  de cette pyramide. Donne la valeur exacte en m<sup>3</sup> puis la valeur arrondie à l'unité.

.....

.....

.....

**c.** Sur une maquette, on construit une réduction de cette pyramide, le côté de la base carrée mesure 7 cm. Calcule le coefficient de réduction.

.....

.....

.....

**d.** Déduis-en le volume  $V'$  de la pyramide sur la maquette. Donne la valeur exacte en cm<sup>3</sup> puis la valeur arrondie à l'unité.

.....

.....

.....

**6** On coupe une pyramide à mi-hauteur par un plan parallèle à la base.

**a.** Exprime le volume  $V'$  de la petite pyramide en fonction du volume  $V$  de la pyramide de départ.

.....

.....

.....

**b.** Montre que le volume  $V''$  du tronc de pyramide obtenu est égal aux  $\frac{7}{8}$  du volume  $V$  de la pyramide de départ.

.....

.....

.....

**7** Une petite sphère a pour rayon  $r$ . Une grande sphère a pour rayon  $R = 3r$ . Soient  $v$  le volume de la petite sphère et  $V$  le volume de la grande sphère. Exprime  $V$  en fonction de  $v$ .

.....

.....

.....

**8** Un ballon de basket est assimilable à une sphère de rayon 12 cm.

**a.** Calcule le volume  $V$  de ce ballon. Donne la valeur exacte puis le résultat arrondi au  $\text{cm}^3$ .

.....

.....

.....

**b.** Une balle est une réduction de ce ballon à l'échelle  $\frac{4}{15}$ . Calcule le rayon de cette balle.

.....

.....

.....

**c.** Calcule le volume  $V'$  de cette balle. Donne la valeur exacte puis le résultat arrondi au  $\text{cm}^3$ .

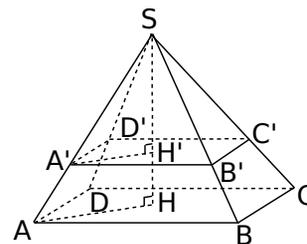
.....

.....

.....

**9** On réalise la section d'une pyramide SABCD à base rectangulaire par un plan parallèle à sa base à 5 cm du sommet.

$AB = 4,8 \text{ cm}$  ;  
 $BC = 4,2 \text{ cm}$   
 et  $SH = 8 \text{ cm}$ .



**a.** Calcule le volume de la pyramide SABCD.

.....

.....

.....

**b.** La pyramide SA'B'C'D' est une réduction de la pyramide SABCD. Donner le rapport de cette réduction.

.....

.....

.....

**c.** Déduis-en le volume de la pyramide SA'B'C'D'.

.....

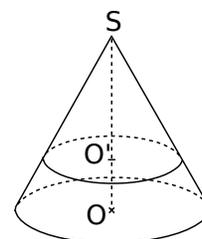
.....

.....

**10** Sur la figure ci-contre, on a un cône de révolution tel que  $SO = 10 \text{ cm}$ .

Un plan parallèle à la base coupe ce cône tel que  $SO' = 7 \text{ cm}$ .

*La figure n'est pas à l'échelle.*



**a.** Le rayon du disque de base du grand cône est de 3,2 cm. Calcule la valeur exacte du volume du grand cône.

.....

.....

.....

**b.** Quel est le coefficient de réduction qui permet de passer du grand cône au petit cône ?

.....

.....

.....

**c.** Calcule la valeur exacte du volume de ce petit cône, puis donnes-en la valeur arrondie au  $\text{cm}^3$ .

.....

.....

.....

**1 Des vitesses (1)**

a. Convertis  $130 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  en  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

b. Convertis  $3,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  en  $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**2 Des vitesses (2)**

a. Convertis  $17,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  en  $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

b. Convertis  $99 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  en  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

c. Convertis  $600 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  en  $\text{km}\cdot\text{min}^{-1}$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**3 Des masses volumiques**

a. Convertis  $35,6 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$  en  $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

b. Convertis  $5\,640 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  en  $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**4 Des énergies**

a. Convertis  $2,5 \text{ kWj}$  en  $\text{Wh}$  ( $\text{j} = \text{jour}$ ).

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

b. Convertis  $1,2 \text{ MWh}$  en  $\text{kWj}$  ( $\text{j} = \text{jour}$ ).

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

5 Convertis le débit  $5,04 \text{ m}^3\cdot\text{h}^{-1}$  en  $\text{L}\cdot\text{s}^{-1}$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



**6** Le parsec (pc) est une unité de longueur utilisée en astronomie. Un parsec vaut environ 3,261 années-lumière (al). Dark Vador, lors d'une inspection des contrées lointaines de l'Empire, doit parcourir 12 523 pc à bord de son croiseur-amiral.

Quelle doit être la vitesse de son navire (en  $\text{al}\cdot\text{h}^{-1}$ ) pour que le voyage dure six mois (180 jours) ? Donne la valeur arrondie au dixième.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**7** La  $\text{VO}_2\text{max}$  est le volume maximal d'oxygène qu'un sujet humain peut consommer par unité de temps au cours d'un effort. Elle s'exprime en L/min. Afin de personnaliser la mesure, la valeur observée est le plus souvent rapportée à l'unité de masse et s'exprime alors en mL/min/kg ( $\text{VO}_2\text{max}$  dite « spécifique »).

**a.** Chez un sujet jeune et sain, on observe des  $\text{VO}_2\text{max}$  de l'ordre de 45 mL/min/kg chez l'homme et 35 mL/min/kg chez la femme.

- Calcule la quantité d'oxygène consommée, en L, pour un effort de 12 minutes chez un homme de 78 kg.

.....

.....

.....

- Même question chez une femme de 52 kg et pour un effort de 14 minutes.

.....

.....

.....

**b.** Chez l'athlète de haut niveau on peut observer des  $\text{VO}_2\text{max}$  spécifiques atteignant 90 mL/min/kg chez l'homme et 75 mL/min/kg chez la femme (source *INSEP*). Reprends la question **a.** en tenant compte de ces nouvelles données.

.....

.....

.....

.....

**8** Le braquet est le rapport de démultiplication entre le pédalier et le pignon arrière d'un vélo.

Ainsi, par exemple, un cycliste avec un pédalier de 28 dents et un pignon de 26 dents, utilisant des roues de 650 (soit environ 63 cm de diamètre et donc 1,98 m de circonférence), avance de  $1,98 \text{ m} \times \frac{28}{26} \approx 2,13 \text{ m}$  à chaque tour de pédalier.

Dans ce cas, on dit que le braquet est  $28 \times 26$  et que le développement est  $2,13 \text{ m}\cdot\text{tour}^{-1}$ .

**a.** Lorsque la route est dans une plaine, on peut utiliser un « grand braquet », par exemple un  $52 \times 14$ . Calcule alors la vitesse, en  $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ , d'un cycliste utilisant ce braquet en supposant qu'il effectue 80 tours de pédale à la minute. Donne la valeur arrondie au dixième.

.....

.....

.....

.....

**b.** Lorsque la route est en montagne, on utilise plutôt un « petit braquet », par exemple un  $26 \times 30$ . Calcule alors la vitesse, en  $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ , d'un cycliste utilisant ce braquet avec la même cadence. Donne la valeur arrondie au dixième.

.....

.....

.....

.....

**c.** À la question « Quel braquet comptez-vous utiliser pour grimper le col de Bagargui ? » posée par un journaliste lors du Tour de France 2003 au coureur français Sébastien Hinault, celui-ci a répondu : « On a prévu le  $39 \times 25$  et je pense qu'on va le mettre. »

Sachant que les roues de ce coureur mesurent 2,08 m de circonférence et que sa cadence de rotation varie de 80 à 100  $\text{tours}\cdot\text{min}^{-1}$ , calcule sa vitesse minimale et sa vitesse maximale en  $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ . Donne les valeurs arrondies au dixième.

.....

.....

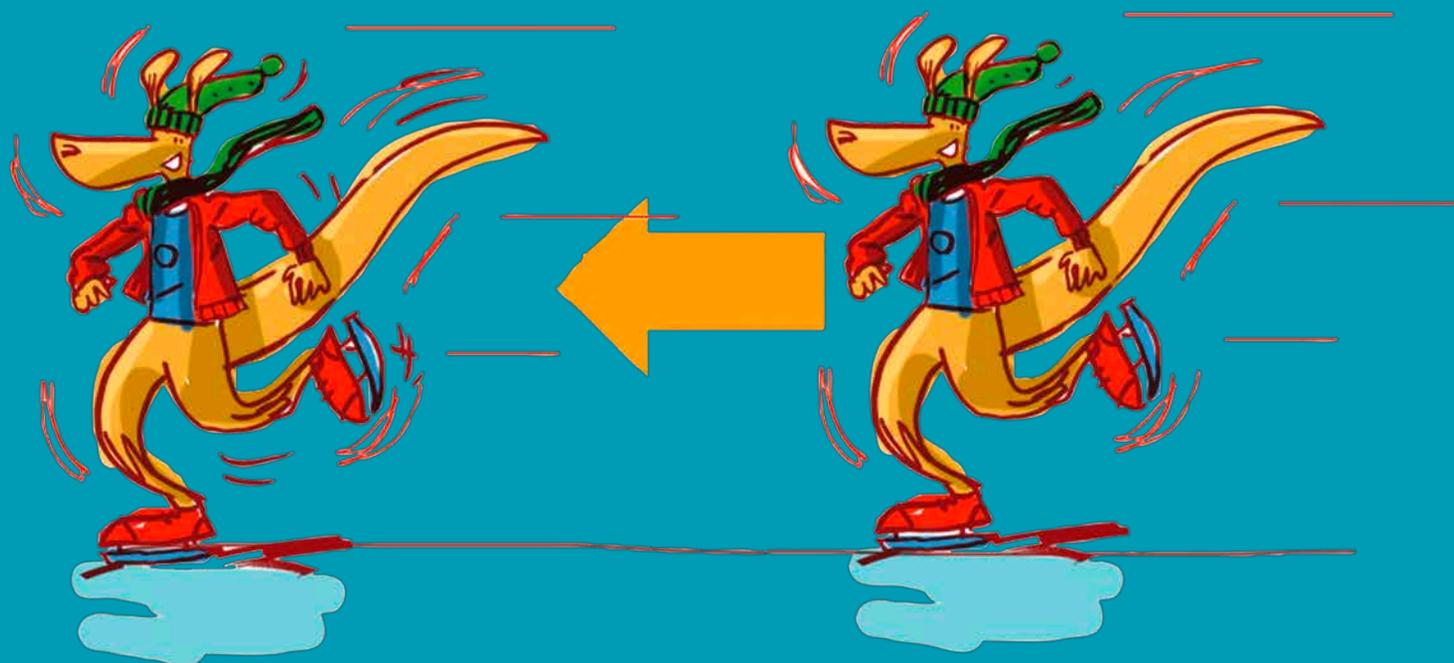
.....

.....

.....

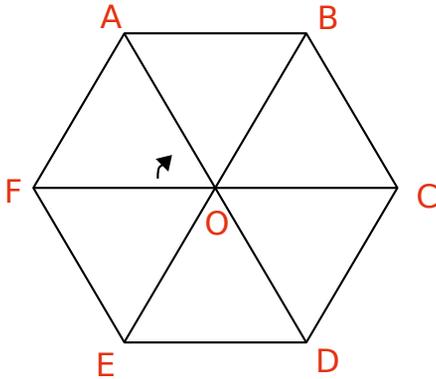
# Transformations et parallélogramme

D2



<b>Série 1 • Synthèse</b> .....	84
<b>Série 2 • Démonstrations</b> .....	87
<b>Série 3 • Triangles égaux</b> .....	89

**1** Sur la figure ci-dessous, ABCDEF est un hexagone régulier de centre O.



**a.** Quelle est l'image du triangle ABO dans la translation qui transforme C en D ?

.....

**b.** Par la symétrie de centre O, quel triangle a pour image AOF ?

.....

**c.** Quelle transformation permet d'affirmer que les losanges AOE et BODC sont images l'une de l'autre ? Trace son élément caractéristique.

.....

.....

**d.** Quelle transformation permet d'affirmer que le triangle ABO est l'image du triangle EFO ? Précise ses éléments caractéristiques.

.....

.....

Par la rotation de centre A et d'angle  $60^\circ$  dans le sens inverse des aiguilles du montre :

**e.** Quelle est l'image du triangle AOF ? Justifie.

.....

.....

**f.** Quelle est l'image du point E ? Justifie.

.....

.....

Par la translation qui transforme B en O :

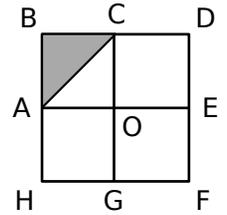
**g.** Quelle est l'image du losange ABCO ? Justifie.

.....

.....

**h.** Trace l'image du triangle AOF.

**2** ABCO, CDEO, EFGO et GHAO sont des carrés. BDFH est un carré de centre O.



Quelle est l'image du triangle ABC dans les cas suivants ?

**a.** Par la rotation de centre O, d'angle  $90^\circ$ , qui amène G en E : .....

**b.** Par la translation qui transforme O en F : .....

**c.** Par la symétrie orthogonale d'axe (AE) : .....

**d.** Par la symétrie centrale de centre O : .....

### 3 Choisir une transformation

Dans chaque situation et pour chaque cas :

- Trouve une transformation vérifiant les conditions données en indiquant les éléments caractéristiques (centre, axe, vecteur, angle, ...) ;
- Trace la figure ainsi que son image par cette transformation.

Dans un cas, il n'y a pas de solution. Explique pourquoi.

#### ■ ABCD est un parallélogramme de centre O.

**a.** Trouve la transformation qui transforme A en D et B en C.

.....

.....

**b.** Trouve la transformation qui transforme A en C et B en D.

.....

.....

■ **ABC est un triangle isocèle rectangle en A et I est le milieu de [BC].**

c. Trouve la transformation qui transforme A en B et B en C.

.....  
.....

d. Trouve la transformation qui transforme A en C et B en A.

.....  
.....

e. Trouve la transformation qui transforme C en B et A en A.

.....  
.....

■ **ABC est un triangle équilatéral de centre O.**

f. Trouve la transformation qui transforme A en B, B en C et C en A.

.....  
.....

■ **ABCD est un carré.**

g. Trouve la transformation qui transforme A en B et D en C. Propose deux solutions.

.....  
.....

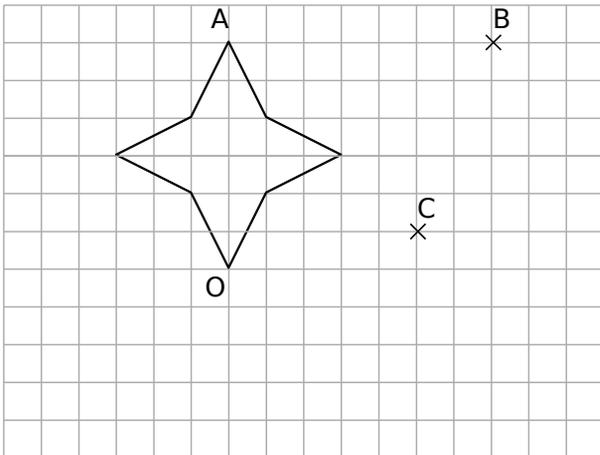
h. Trouve la transformation qui transforme A en C et B en D.

.....  
.....

i. Trouve la transformation qui transforme A en B, C en D et B en C.

.....  
.....

**4 Translation et rotation**



- a. Trace en rouge l'image de cette figure par la translation qui transforme A en B.
- b. Trace en vert l'image de cette figure par la translation qui transforme A en C.
- c. Trace en bleu l'image de la figure par la rotation de centre O et d'angle  $45^\circ$  dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
- d. Trace en gris l'image de la figure verte par la rotation de centre O d'angle  $90^\circ$  dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
- e. Quelle translation permet de transformer la figure rouge en la figure verte ?

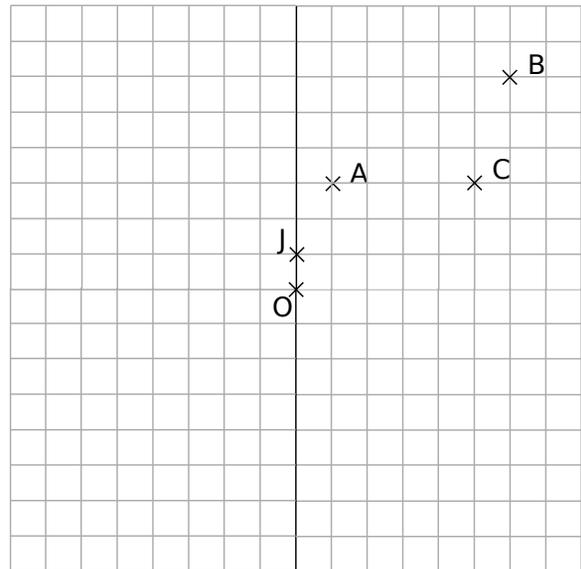
.....  
 .....  
 .....

**5 Centre de rotation**

Soit [AB] et [CD] deux segments de mêmes longueurs tels que les droites (AB) et (CD) ne soient pas parallèles.

- a. Construis le centre  $O_1$  de la rotation  $r_1$  qui transforme A en C et B en D.
- b. Construis le centre  $O_2$  de la rotation  $r_2$  qui transforme A en D et B en C.

**6 Dans un quadrillage**



- a. Par lecture graphique, donne l'image du point O par la translation qui transforme A en B.
- b. Quelle est la nature du quadrilatère OABC ?
- .....
- c. Construis  $OA_1B_1C_1$ , image de OABC dans la symétrie orthogonale d'axe (OJ).
- d. Construis  $DA_2OC_2$ , image de OABC dans la translation qui transforme B en O.
- e. Construis  $OA_3B_3C_3$ , image de OABC dans la rotation de centre O d'angle  $90^\circ$  dans le sens des aiguilles du montre.
- f. Quelle transformation permet d'affirmer que l'image du quadrilatère  $OA_1B_1C_1$  est  $DA_2OC_2$  ? Trace ses éléments caractéristiques.

- .....
- .....
- .....
- g. Donne les rotations permettant d'affirmer que  $OA_3B_3C_3$  est l'image de  $DA_2OC_2$ .

- .....
- .....
- .....
- h. Quelle symétrie permet d'affirmer que l'image du quadrilatère  $DA_2OC_2$  est ABCO ? Existe-t-il d'autres transformations permettant d'affirmer la même assertion ?

.....  
 .....  
 .....

## 1 Trace un triangle ABC.

- a. Par la translation qui transforme A en B, place le point D, image de B.
- b. Par la translation qui transforme A en B, place le point E qui a pour image A.
- c. Place les points F et G tels que les segments [AG] et [BF] aient le même milieu C.
- d. Quelle est l'image de F par la translation qui transforme A en B ? Justifie.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

e. Que peut-on en déduire pour les droites (AG) et (EF) ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

f. Démontre que les droites (BF) et (DG) sont parallèles.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## 2 Translation

- a. Construis un carré ABCD de centre O et place I le milieu de [OC].
- b. Place le point E qui a pour image B dans la translation qui transforme A en O.
- c. Place F, symétrique de B par rapport à I.
- d. Quelle est l'image de A par la translation qui transforme O en B ? Justifie.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

e. Quelle est l'image de F par la translation qui transforme O en B ? Justifie.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

f. Quelle est la nature de AEFC ? Justifie.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

g. Déduis-en que O est le milieu de [EF].

.....

.....

.....

.....

.....

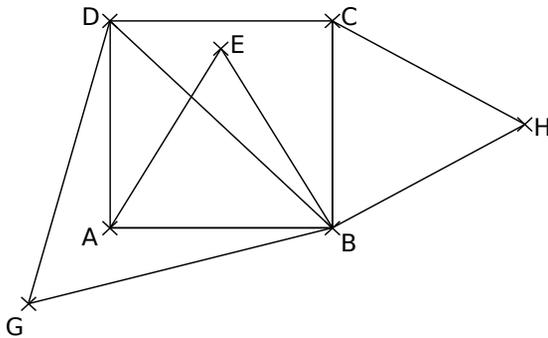
.....

.....

.....

.....

**3** ABCD est un carré. ABE, HBC et BDG sont trois triangles équilatéraux disposés comme sur la figure ci-dessous.



**a.** Démontre que les points A, G et C appartiennent à la même droite.

.....

.....

.....

.....

.....

On appelle  $r$  la rotation de centre B qui transforme A en E. Par cette rotation, quelle est

**b.** l'image de G ? ..... l'image de C ? ..... Justifie.

.....

.....

.....

.....

**c.** En utilisant la propriété « Si trois points sont alignés alors leurs images par une symétrie, une rotation ou une translation sont alignées », démontre que D, E et H sont alignés.

.....

.....

.....

.....

**d.** On suppose que  $AB = 3$  cm. Calcule la distance AC et déduis-en la distance EH.

.....

.....

.....

.....

.....

**4** On donne un quadrilatère ABCD. Par la translation qui transforme A en C, les points B et D se transforment respectivement en E et F.

**a.** Trace la figure.

**b.** Reproduis cette figure sur un logiciel de géométrie dynamique et compare les aires des quadrilatères BDFE et ABCD.

.....

**c.** Quelle est la nature des quadrilatères CEBA et CADF ? Justifie.

.....

.....

.....

.....

**d.** Quelle est l'image du triangle ABD par la translation qui transforme A en C ?

.....

.....

.....

.....

**e.** Compare les aires des triangles ADC et FDC d'une part et des triangles CEB et CBA d'autre part.

.....

.....

.....

**f.** Compare les aires des triangles ABD et FCE.

.....

.....

**g.** Justifie la réponse du **b.**

.....

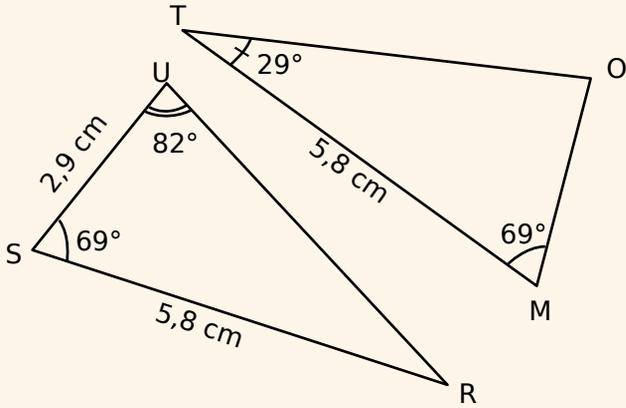
.....

.....

.....

## Exercice corrigé

On considère les deux triangles SUR et MOT ci-dessous.



- Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{SRU}$  ?
- Démontre que les triangles SUR et MOT sont égaux.

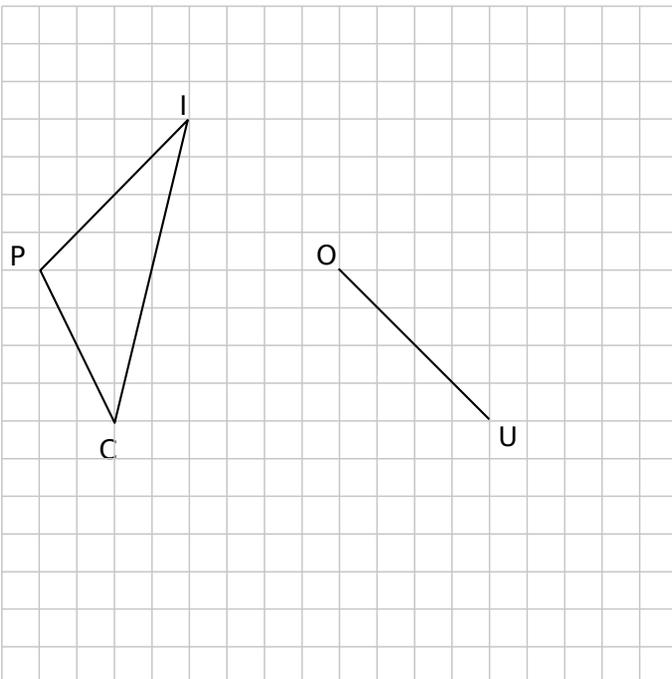
### Correction

a. Dans le triangle SUR la somme des mesures des angles vaut  $180^\circ$ . On en déduit que :

$$\widehat{SRU} = 180^\circ - 82^\circ - 69^\circ = 29^\circ.$$

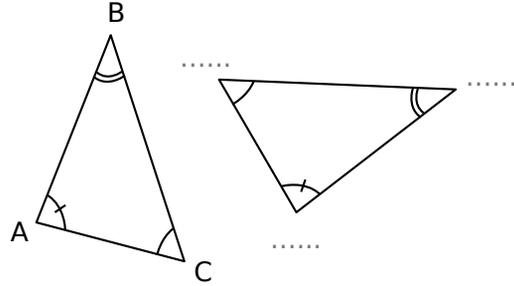
b. Les triangles SUR et MOT ont chacun un côté de 5,8 cm compris entre deux angles de mêmes mesures  $69^\circ$  et  $29^\circ$  donc ils sont égaux.

- Construis quatre triangles égaux à PIC ayant pour côté [OU].



- Les triangles ABC et DEF sont égaux. Complète la figure sachant que :

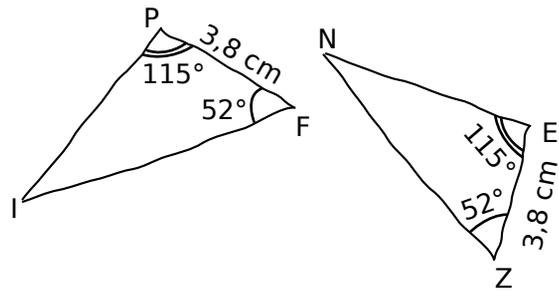
- $AB = DF$
- $\widehat{ABC} = \widehat{EDF}$



- Tous égaux ?

Ces triangles tracés à main levée sont-ils égaux ? Justifie tes réponses.

- 



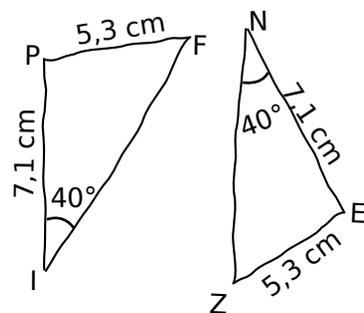
.....

.....

.....

.....

- 



.....

.....

.....

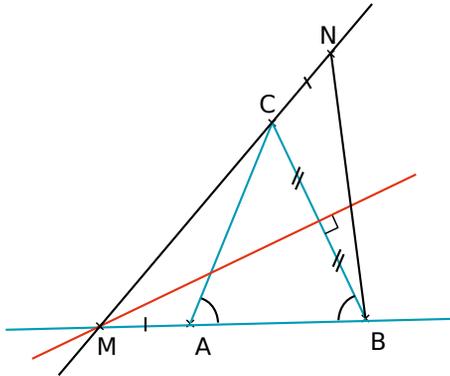
.....



# Série 3 Triangles égaux

**7** ABC est un triangle isocèle en C.

La médiatrice de [BC] coupe la droite (AB) en M.  
 Sur la droite (MC), on a placé le point N de telle sorte que  $CN = AM$ .



**a.** Démontrez que les angles  $\widehat{MBC}$  et  $\widehat{MCB}$  ont la même mesure.

.....

.....

.....

.....

.....

**b.** Démontrez que les angles  $\widehat{MAC}$  et  $\widehat{NCB}$  ont la même mesure.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**c.** Déduisez-en que les triangles AMC et CNB sont égaux.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**d.** Démontrez que le triangle MBN est isocèle.

.....

.....

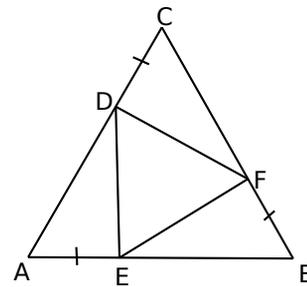
.....

.....

.....

**8** ABC est un triangle équilatéral.

On a placé trois points D, E et F sur ce triangle de telle sorte que  $AE = BF = CD$ .



**a.** Démontrez que les triangles AED, BFE et DCF sont égaux.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**b.** Que peut-on en déduire pour le triangle DEF ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



# Triangle rectangle

D3

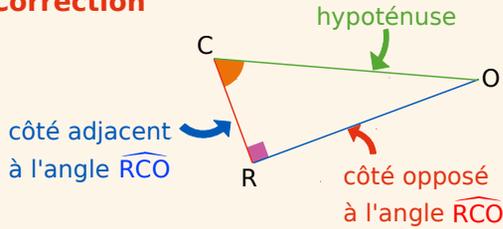


<b>Série 1 • Écrire une relation trigonométrique</b> .....	94
<b>Série 2 • Calculer une longueur avec la trigonométrie</b> .....	96
<b>Série 3 • Calculer un angle avec la trigonométrie</b> .....	100
<b>Série 4 • Étude de cas particuliers</b> .....	103

**Exercice corrigé**

Le triangle COR est rectangle en R. Écris les formules donnant le cosinus, le sinus et la tangente de l'angle  $\widehat{RCO}$ .

**Correction**



Le triangle COR est rectangle en R donc

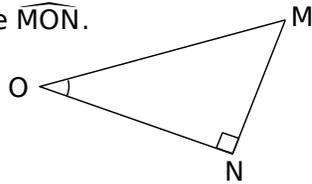
$$\cos(\widehat{RCO}) = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{RCO}}{\text{hypoténuse}} = \frac{CR}{CO}$$

$$\sin(\widehat{RCO}) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{RCO}}{\text{hypoténuse}} = \frac{RO}{CO}$$

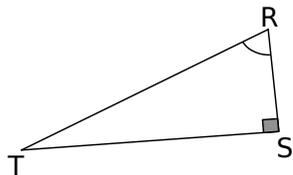
$$\tan(\widehat{RCO}) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{RCO}}{\text{côté adjacent à } \widehat{RCO}} = \frac{RO}{CR}$$

**1** Repasse en couleur les côtés demandés.

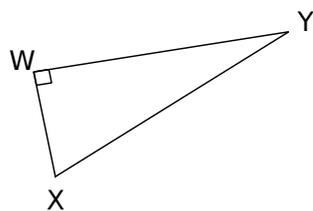
a. Le côté opposé à l'angle  $\widehat{MON}$ .



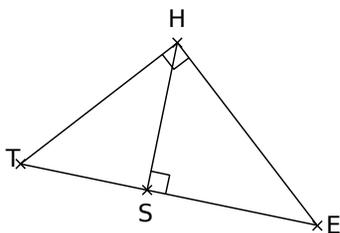
b. L'hypoténuse en rouge et le côté opposé à l'angle  $\widehat{SRT}$  en bleu.



c. L'hypoténuse en rouge et le côté adjacent à l'angle  $\widehat{WXY}$  en bleu.

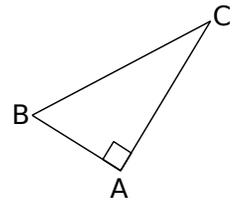


d. Le côté adjacent à l'angle  $\widehat{HES}$  en bleu dans le triangle THE. Le côté opposé à l'angle  $\widehat{THS}$  en rouge dans le triangle SHT.



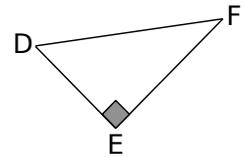
**2** Complète les tableaux.

a. Soit un triangle ABC rectangle en A.



L'hypoténuse	
Côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$	
Côté adjacent à l'angle $\widehat{ACB}$	

b. Soit DEF un triangle rectangle en E.



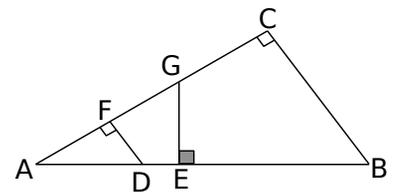
Côté opposé à l'angle $\widehat{EDF}$	
L'hypoténuse	
	[DE]

c. GHI est un triangle rectangle en H.

	[GH]
Côté adjacent à l'angle $\widehat{HIG}$	
	[IG]

**3 Avec plusieurs triangles rectangles**

Complète le tableau.



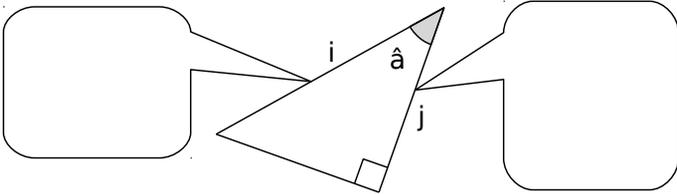
Triangle rectangle	Angle aigu	Côté opposé	Côté adjacent
AFD	$\widehat{FAD}$		
AGE	$\widehat{GAE}$		
ACB	$\widehat{CAB}$		
	$\widehat{ABC}$		
		[AF]	[FD]
			[GE]

# Série 1 Écrire une relation trigonométrique

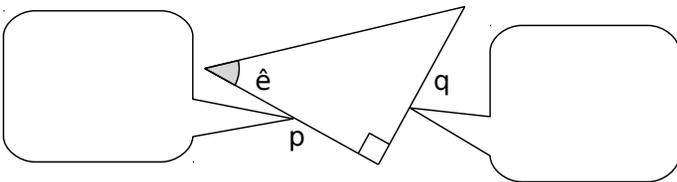
**4** Dans chaque triangle rectangle, sont donnés un angle aigu et deux côtés.

Complète les bulles (côté adjacent à l'angle ..., ...) puis écris la relation trigonométrique adaptée.

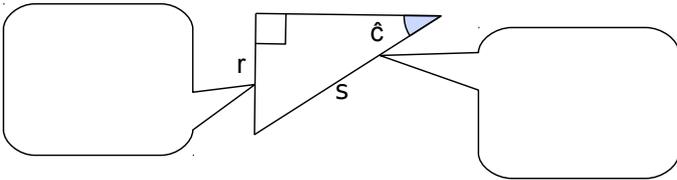
**a.**



**b.**

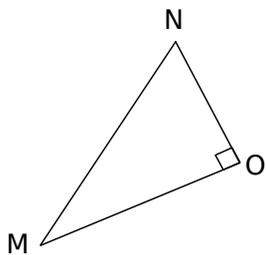


**c.**

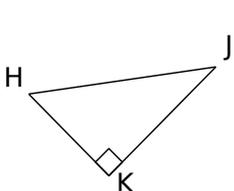


## 5 Le bon rapport

**a.** Dans le triangle MNO rectangle en O, exprime le cosinus de l'angle  $\widehat{MNO}$ .



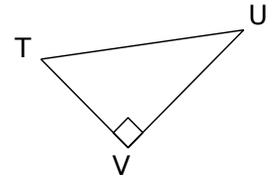
**b.** Dans le triangle HJK rectangle en K, exprime :



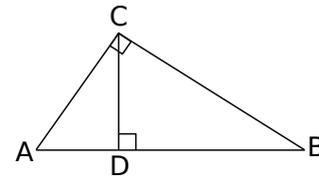
- le sinus de l'angle  $\widehat{KHJ}$  : .....
- la tangente de l'angle  $\widehat{KHJ}$  : .....

**6** TUV est un triangle rectangle en V.

Écris tous les rapports trigonométriques possibles.



**7** À l'aide de la figure ci-dessous, complète les phrases suivantes.



**a.** Dans le triangle ABC rectangle en C, on a :

$\cos \widehat{BAC} = \dots\dots\dots$        $\cos \widehat{ABC} = \dots\dots\dots$

**b.** Dans le triangle BCD ....., on a :

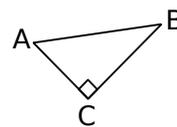
$\sin \widehat{BCD} = \dots\dots\dots$        $\tan \widehat{DBC} = \dots\dots\dots$

**c.** Dans le triangle ADC ....., on a :

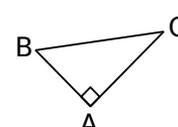
$\sin \widehat{ACD} = \dots\dots\dots$

**8** Complète le tableau avec le numéro du triangle qui convient.

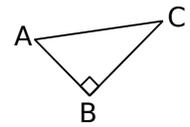
**Triangle n° 1**



**Triangle n° 2**



**Triangle n° 3**



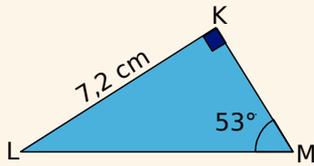
	n°
<b>a.</b> $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$	
<b>b.</b> $\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$	

	n°
<b>c.</b> $\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}$	
<b>d.</b> $\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}$	

**Exercice corrigé**

On considère KLM un triangle rectangle en K tel que  $KL = 7,2$  cm et  $\widehat{LMK} = 53^\circ$ .

Calcule la longueur du côté [LM] arrondie au millimètre.



**Correction**

Dans le triangle KLM rectangle en K, [LK] est le côté opposé à l'angle  $\widehat{LMK}$  ; [LM] est l'hypoténuse.

On peut utiliser le sinus de l'angle  $\widehat{LMK}$  :

$$\sin \widehat{LMK} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{LMK}}{\text{hypoténuse}} = \frac{KL}{LM}$$

$$\text{soit } \sin 53^\circ = \frac{7,2}{LM}$$

$$LM = 7,2 \div \sin 53^\circ$$

$$LM \approx 9,0 \text{ cm.}$$

**1** À l'aide de la calculatrice, calcule les valeurs, arrondies au centième, du sinus et de la tangente des angles donnés.

Angle	30°	45°	20°	83°	60°
Sinus					
Tangente					

**2** Détermine la valeur de l'inconnue.

a.  $5,6 = \frac{x}{3,5}$

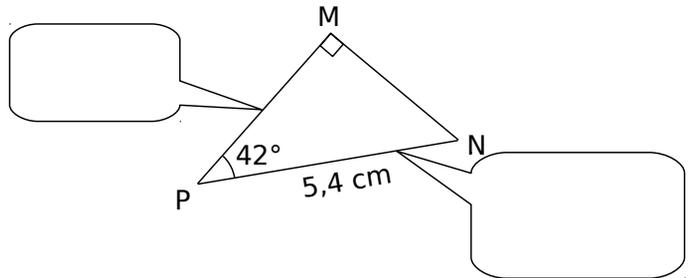
b.  $\frac{8,5}{y} = \frac{3,4}{5,2}$

**3** Complète le tableau par la longueur manquante arrondie au mm dans le triangle KID rectangle en K. (Utilise un brouillon pour les calculs.)

	IK	ID	$\widehat{KID}$
a.		7 cm	50°
b.	3,2 cm		13°

**4** MNP est un triangle rectangle en M tel que  $PN = 5,4$  cm et  $\widehat{MPN} = 42^\circ$ .

On veut calculer la longueur MP.



a. Complète la légende puis déduis-en le rapport trigonométrique que l'on peut utiliser et écris l'égalité.

b. Calcule MP.

**5** ABC est un triangle rectangle en A,  $AB = 5$  cm et  $\widehat{ABC} = 35^\circ$ .

On veut calculer la longueur BC.

a. Fais un schéma au brouillon et repasses-y, en rouge, le segment dont la longueur est connue et, en vert, celui dont la longueur est recherchée.

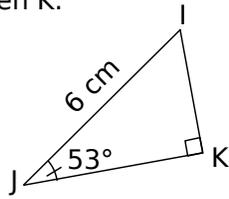
Quel rapport trigonométrique peux-tu utiliser ici ?

b. Écris l'égalité correspondante.

c. Calcule BC.

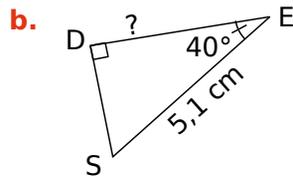
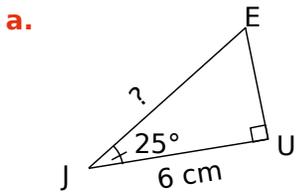
**6** Le triangle IJK est rectangle en K.

a. Exprime les cosinus, sinus, tangente de l'angle  $\widehat{IJK}$  en fonction des longueurs des côtés.



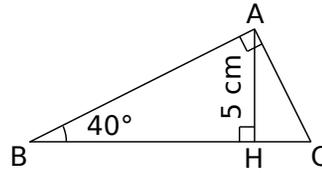
b. Calcule les longueurs JK et IK en utilisant à chaque fois la formule adéquate.

**7** Calcule, en rédigeant entièrement, la longueur demandée. (Tu arrondiras au dixième.)



**8** ABC est un triangle rectangle en A,

H est le pied de la hauteur issue de A,  $AH = 5 \text{ cm}$  ;  $\widehat{ABC} = 40^\circ$ .

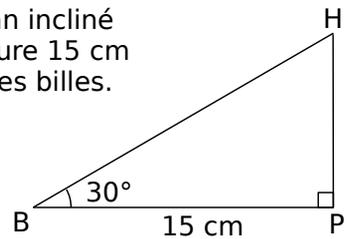


a. Calcule la longueur AB arrondie au dixième.

b. Calcule la longueur BC arrondie au dixième.

**9** Luc a construit un plan incliné de  $30^\circ$  dont la base mesure 15 cm de long pour propulser des billes.

Quelle est la longueur de la pente ? Donne l'arrondi au millimètre.



**10 Extrait du brevet**

ABC est un triangle rectangle en B tel que  $AB = 8 \text{ cm}$  et  $\widehat{BAC} = 30^\circ$ .

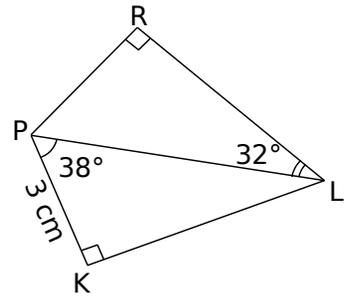
a. Construire la figure en vraie grandeur.

b. On note H le pied de la hauteur issue de B. Calculer, en centimètres, la longueur du segment [AH], arrondie au millimètre.

c. Calculer, en centimètres, la longueur du segment [BC], arrondie au millimètre.

**11 En deux temps**

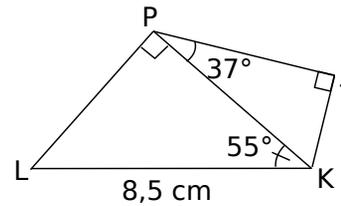
a. Explique pourquoi il est impossible de calculer directement RL à partir des données de l'énoncé.



b. Calcule la longueur PL arrondie au mm.

c. Déduis-en la longueur RL arrondie au mm.

**12 En deux temps (bis)**

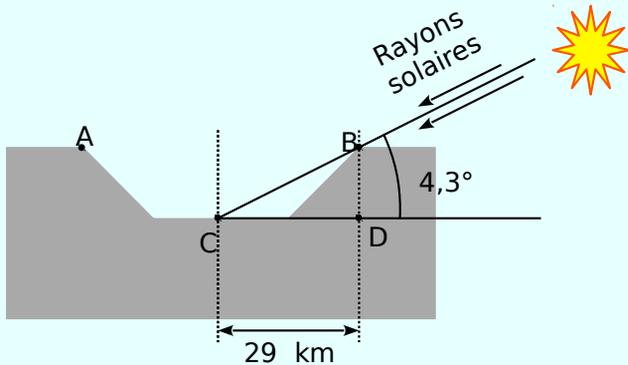


a. Calcule la longueur PK arrondie au millimètre.

b. Déduis-en la longueur PJ arrondie au millimètre.

**13 Extrait du brevet**

Le schéma ci-dessous représente un cratère de la Lune. Le triangle BCD est un triangle rectangle en D.



Calcule la profondeur BD du cratère. Arrondis au dixième de km près.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

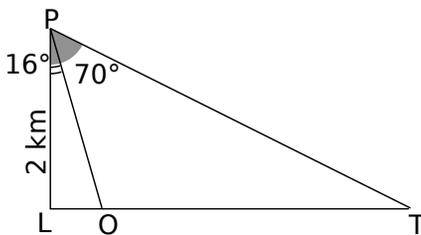
.....

.....

.....

.....

**14** Joseph veut connaître la distance entre deux monuments placés en O et en T et alignés avec le point L.



Il sait que  $LP = 2$  km,  $(LP) \perp (LT)$  et, par visée à partir du point P, il a obtenu les mesures des angles  $\widehat{LPO}$  et  $\widehat{LPT}$ .

a. Exprime OT en fonction de LT et LO.

b. Calcule OT.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

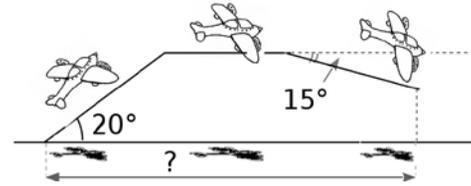
.....

.....

.....

.....

**15** Un avion décolle et prend de l'altitude pendant 1,5 minutes, il poursuit son trajet à cette altitude pendant 10 minutes et redescend pendant 2 minutes (voir schéma). La vitesse de l'avion reste constante à 480 km/h.



En supposant que le Soleil soit au zénith et que ses rayons soient perpendiculaires au sol, calcule la distance parcourue par son ombre sur le sol.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

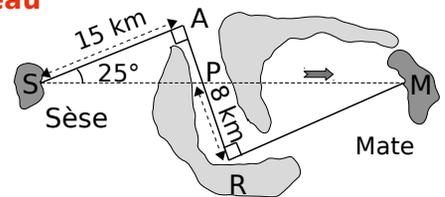
.....

.....

.....

.....

**16 À vol d'oiseau**



Antoine voudrait aller de l'île de Sèse à celle de Mate avec son ULM, d'une autonomie maximale de 40 km. Simbad lui a prêté la carte ci-dessus.

Antoine réussira-t-il sa traversée ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

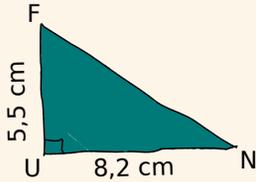
.....

.....

.....

**Exercice corrigé**

Soit FUN un triangle rectangle en U tel que UN = 8,2 cm et UF = 5,5 cm. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{UNF}$  arrondie au degré.



**Correction**

Dans le triangle FUN rectangle en U, [FU] est le côté opposé à l'angle  $\widehat{UNF}$  ; [UN] est le côté adjacent à l'angle  $\widehat{UNF}$ . On peut utiliser la tangente de l'angle  $\widehat{UNF}$  :

$$\tan(\widehat{UNF}) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{UNF}}{\text{côté adjacent à } \widehat{UNF}} = \frac{UF}{UN}$$

$$\tan(\widehat{UNF}) = \frac{5,5}{8,2} \text{ donc } (\widehat{UNF}) = \tan^{-1}\left(\frac{5,5}{8,2}\right)$$

$$(\widehat{UNF}) \approx 34^\circ.$$

**1** À l'aide de la calculatrice, calcule la valeur arrondie au degré de la mesure des angles.

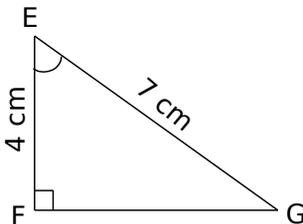
a.

<b>Sinus</b>	0,4	0,32	0,9	
<b>Angle</b>				

b.

<b>Tangente</b>	0,28	1,5	2,3	
<b>Angle</b>				

**2** Calcul d'un angle



a. Exprime le cosinus de l'angle  $\widehat{FEG}$ .

.....

.....

b. Calcule la mesure arrondie au degré de  $\widehat{FEG}$ .

.....

.....

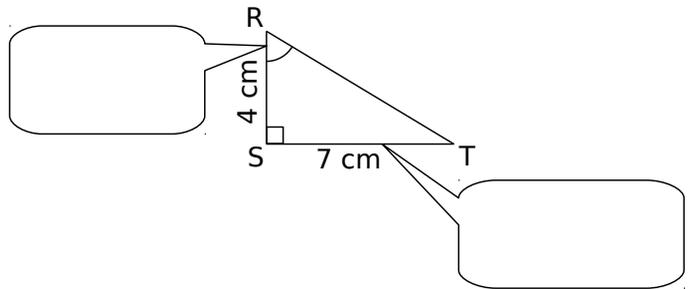
.....

**3** Complète le tableau par la mesure arrondie au degré de l'angle  $\widehat{NRV}$  du triangle NRV rectangle en N. (Utilise un brouillon pour les calculs.)

	RN	RV	$\widehat{NRV}$
a.	5 cm	7 cm	
b.	3,2 cm	3,5 cm	
c.	85 cm	2,2 m	

**4** RST est un triangle rectangle en S tel que RS = 4 cm et ST = 7 cm.

On veut calculer la mesure de l'angle  $\widehat{SRT}$ .



a. Complète la légende puis déduis-en le rapport trigonométrique que l'on peut utiliser et écris l'égalité.

.....

.....

b. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{SRT}$ .

.....

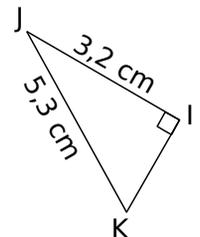
.....

.....

.....

**5** IJK est un triangle rectangle en I tel que IJ = 3,2 cm et JK = 5,3 cm.

Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{IKJ}$  arrondie au degré.



.....

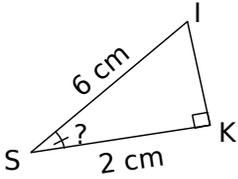
.....

.....

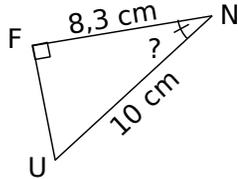
.....

**6** Calcule, en rédigeant entièrement, la mesure de l'angle demandée. (Tu arrondiras au degré.)

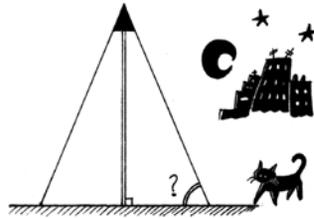
a.



b.



**7** Dans la nuit, un lampadaire de 2,60 m de haut, dessine sur le sol un disque de 95 cm de rayon.



Quelle est la mesure de l'angle, arrondie au degré, formé par le cône de lumière avec le sol ?

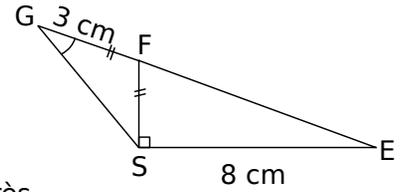
**8 Extrait du brevet**

Dans une station de ski, on peut lire les informations suivante sur un télésiège



Calculer l'angle formé par le câble du télésiège avec l'horizontale. (arrondir au degré près.)

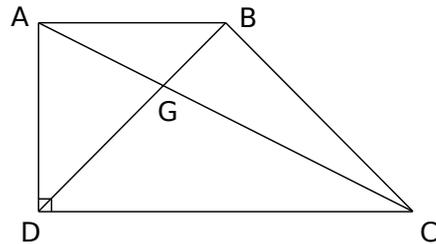
**9** Sachant que les points E, F et G sont alignés, on veut calculer la longueur FS.



a. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{SFE}$  à 0,1° près.

b. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{FGS}$  à 0,1° près.

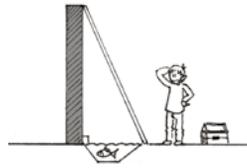
**10** ABCD est un trapèze rectangle de bases [AB] et [CD] tel que  $AB = AD = 4,5$  cm et  $DC = 6$  cm.



a. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{ACD}$  arrondie au degré.

b. Calcule les mesures des angles du triangle DGC.

**11** Pour effectuer une réparation sur un toit, Esteban doit poser son échelle mesurant 2,20 m contre un mur. Pour qu'elle soit suffisamment stable, cette dernière doit former un angle d'au moins  $65^\circ$  avec le sol.



Esteban n'a pu poser son échelle qu'à 1,20 m du mur. Cette échelle sera-t-elle suffisamment stable ? Justifie.

.....

.....

.....

.....

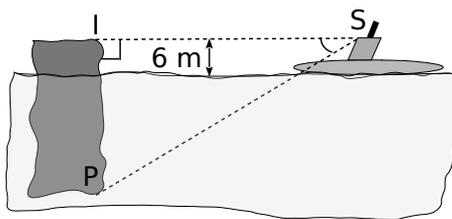
.....

.....

.....

.....

**12** Un sous-marin (S), situé à 728 m d'un iceberg (I), veut plonger pour passer sous celui-ci.



a. Or, seul  $1/8$  de l'iceberg dépasse au-dessus de la mer. Calcule la hauteur totale de l'iceberg.

.....

.....

.....

.....

.....

b. Déduis-en la hauteur de la partie immergée de l'iceberg.

.....

.....

.....

.....

.....

c. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{ISP}$  de plongée du sous-marin arrondie au degré.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

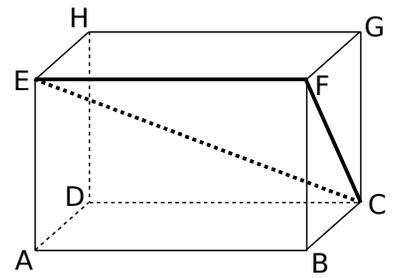
.....

.....

.....

.....

**13** ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que :  
 $AB = 10$  cm ;  
 $BC = 4,8$  cm ;  
 $GC = 6,4$  cm.



a. Calcule FC.

.....

.....

.....

.....

.....

b. Quelle est la nature du triangle EFC ?

.....

.....

.....

.....

.....

c. Donne l'arrondi à l'unité de la mesure de l'angle  $\widehat{FCE}$ .

.....

.....

.....

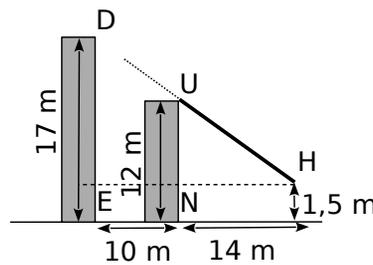
.....

.....

.....

.....

**14** Deux immeubles, distants de 10 m, sont situés l'un derrière l'autre. Le premier immeuble mesure 12 m. Hakim se trouve à 14 m du premier immeuble, ses yeux sont à 1,50 m du sol.



Peut-il voir le deuxième immeuble qui mesure 17 m ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

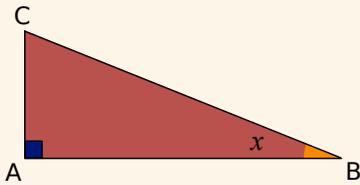
.....

.....

.....

.....

Exercice corrigé



- a. Dans le triangle ABC rectangle en A, exprime AB et AC en fonction de  $x$  et de BC.
- b. Prouve que  $AB^2 + AC^2 = BC^2$ .
- c. Déduis-en la valeur de  $(\cos x)^2 + (\sin x)^2$ .

Correction

a. Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{ABC}}{\text{hypoténuse}} \text{ et}$$

$$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{ABC}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\text{soit } \cos x = \frac{AB}{BC} \text{ et } \sin x = \frac{AC}{BC}$$

Donc  $AB = BC \times \cos x$  et  $AC = BC \times \sin x$ .

b. Dans le triangle ABC rectangle en A la relation de Pythagore donne :  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ .

$$\text{c. Donc } \frac{AB^2}{BC^2} + \frac{AC^2}{BC^2} = 1$$

$$\frac{(BC \times \cos x)^2}{BC^2} + \frac{(BC \times \sin x)^2}{BC^2} = 1$$

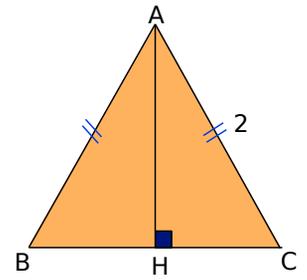
$$\text{soit } (\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$$

1 Je prends la tangente

a. Dans un triangle MER rectangle en R, exprime,  $\cos \widehat{REM}$ ,  $\sin \widehat{REM}$  et  $\tan \widehat{REM}$  en fonction de ME, ER et MR.

b. Calcule  $\frac{\sin \widehat{REM}}{\cos \widehat{REM}}$ . Que remarques-tu ?

2 Considérons le triangle ABC équilatéral de côté 2 unités.



a. Que peux-tu dire de H ?

b. Déduis-en la longueur de [BH].

c. Calcule la longueur exacte de [AH] à l'aide du théorème de Pythagore.

d. Dans le triangle ABH rectangle en H, exprime  $\cos \widehat{ABH}$  ;  $\sin \widehat{ABH}$  ;  $\tan \widehat{ABH}$  ;  $\cos \widehat{BAH}$  ;  $\sin \widehat{BAH}$  et  $\tan \widehat{BAH}$ .

e. Explique pourquoi  $\widehat{ABH}$  mesure  $60^\circ$ .

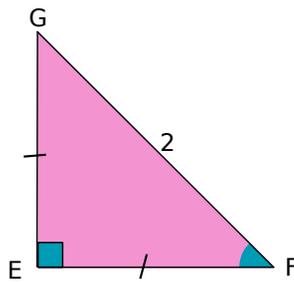
f. Déduis-en les valeurs exactes de  $\cos 60^\circ$ , de  $\sin 60^\circ$  et de  $\tan 60^\circ$ .

g. Explique pourquoi  $\widehat{BAH}$  mesure  $30^\circ$ .

h. Déduis-en les valeurs exactes de  $\cos 30^\circ$ , de  $\sin 30^\circ$  et de  $\tan 30^\circ$ .

# Série 4 Étude de cas particuliers

**3** Considérons le triangle EGF rectangle isocèle en E. On donne  $FG = 2$  unités.



**a.** Calcule les longueurs exactes de  $[EF]$  et  $[EG]$  à l'aide du théorème de Pythagore.

.....

.....

.....

**b.** Dans le triangle EFG rectangle en E :

- exprime  $\cos \widehat{EFG}$  ;
- exprime  $\sin \widehat{EFG}$  ;
- exprime  $\tan \widehat{EFG}$ .

.....

.....

.....

**d.** Déduis-en les valeurs exactes de  $\cos 45^\circ$ , de  $\sin 45^\circ$  et de  $\tan 45^\circ$ .

.....

.....

.....

**4** Récapitule les valeurs trouvées aux exercices 2 et 3 dans le tableau ci-dessous.

Angle	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
cos			
sin			
tan			

**5** On appelle triplet pythagoricien un ensemble de trois nombres entiers  $(x ; y ; z)$  qui vérifient la relation de Pythagore, c'est-à-dire  $x^2 + y^2 = z^2$ .

**a.** Quel nombre entier  $x ; y$  ou  $z$  faut-il associer à 3 et 4 pour obtenir un triplet pythagoricien ?

.....

.....

.....

**b.** On suppose que ces trois nombres sont les mesures des côtés d'un triangle TAS rectangle en A. Calcule les mesures dans angles aigus de TAS.

.....

.....

.....

**c.** Quel nombre entier  $x ; y$  ou  $z$  faut-il associer à 6 et 10 pour obtenir un triplet pythagoricien ?

.....

.....

.....

**d.** On suppose que ces trois nombres sont les mesures des côtés d'un triangle MEP rectangle en P. Calcule les mesures dans angles aigus de MEP.

.....

.....

.....

**e.** Quel nombre entier  $x ; y$  ou  $z$  faut-il associer à 28 et 35 pour obtenir un triplet pythagoricien ?

.....

.....

.....

**f.** On suppose que ces trois nombres sont les mesures des côtés d'un triangle LOI rectangle en O. Calcule les mesures dans angles aigus de LOI.

.....

.....

.....

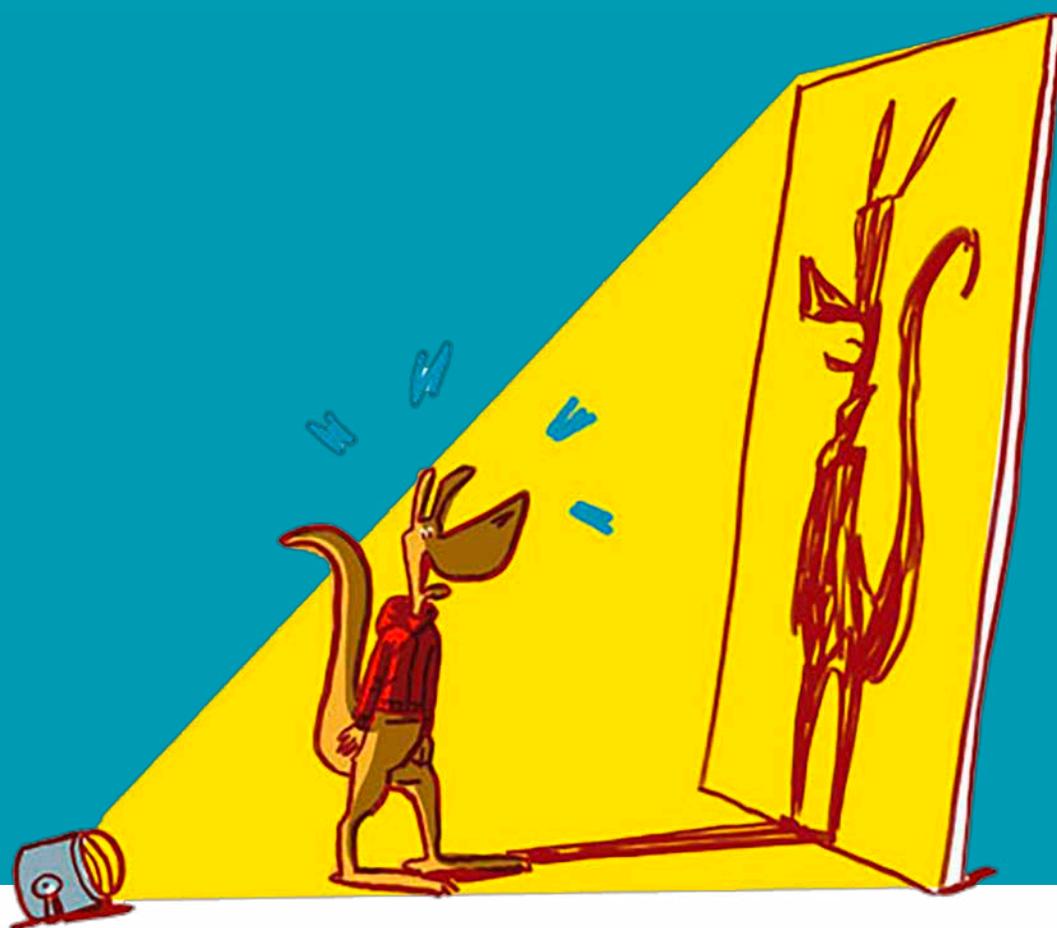
**g.** Que remarques-tu sur les mesures obtenues ?

**h.** Qu'en déduis-tu pour les triangles TAS et LOI ?

.....

# Triangle et proportionnalité

D4

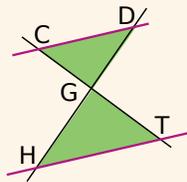


<b>Série 1 • Calculer une longueur avec Thalès</b> .....	106
<b>Série 2 • Justifier que deux droites ne sont pas parallèles</b> .....	109
<b>Série 3 • Justifier que deux droites sont parallèles</b> .....	110
<b>Série 4 • Reconnaître une réduction ou un agrandissement</b> .....	113
<b>Série 5 • Calculer des longueurs réduites ou agrandies</b> .....	114
<b>Série 6 • Construire des images par homothétie</b> .....	117

**Exercice corrigé**

Sur la figure ci-dessous, les droites (CD) et (HT) sont parallèles.

On donne  $DG = 25$  mm ;  
 $GH = 45$  mm ;  $CG = 20$  mm  
 et  $HT = 27$  mm. Calcule GT.



**Correction**

Les droites (DH) et (CT) sont sécantes en G.  
 Les droites (CD) et (HT) sont parallèles.  
 D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{GC}{TG} = \frac{GD}{GH} = \frac{CD}{HT}, \text{ soit } \frac{20}{GT} = \frac{25}{45} = \frac{CD}{27}.$$

Calcul de GT :  $25 \times GT = 45 \times 20$ .

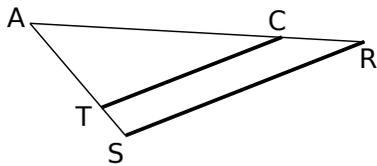
$$GT = \frac{45 \times 20}{25} \text{ donc } GT = 36 \text{ mm.}$$

**1 Longueurs proportionnelles**

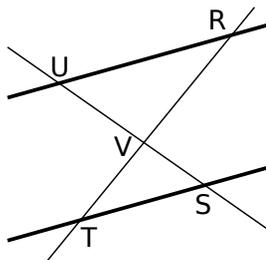
Dans chacun des cas suivants, nomme les triangles qui ont leurs longueurs proportionnelles et écris les proportions égales.

Les droites en gras sont parallèles.

**Figure 1.**

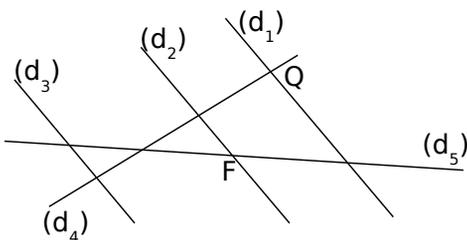


**Figure 2.**



**2** Place les points manquants sur la figure sachant que les droites  $(d_1)$ ,  $(d_2)$  et  $(d_3)$  sont parallèles et qu'on a les égalités suivantes :

$$\frac{RF}{RC} = \frac{RT}{RQ} = \frac{FT}{CQ} \text{ et } \frac{RC}{RM} = \frac{RQ}{RH} = \frac{CQ}{MH}.$$

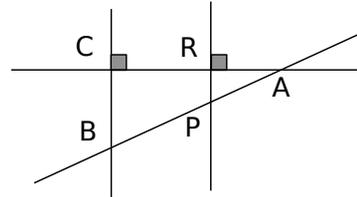


**3** Dans tout l'exercice, les points A, P et B sont alignés ainsi que les points A, R et C.

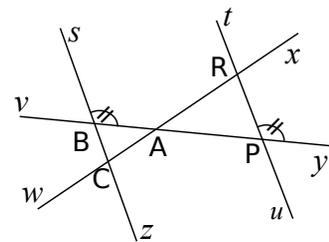
Pour chaque cas, explique pourquoi tu peux appliquer le théorème de Thalès.

Écris alors les rapports égaux dans ces figures.

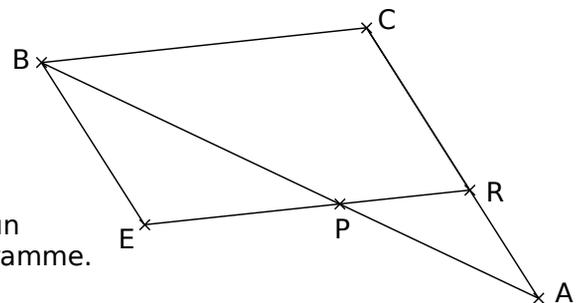
**a.**



**b.**



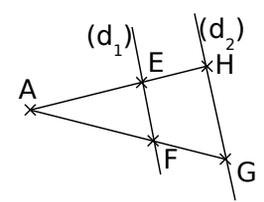
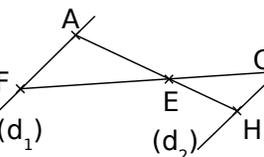
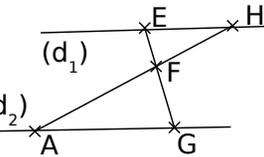
**c.**



EBCR est un parallélogramme.

**4 Associer les proportions aux figures**

Dans chaque figure, les droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  sont parallèles. Relie les figures avec les égalités correspondantes.

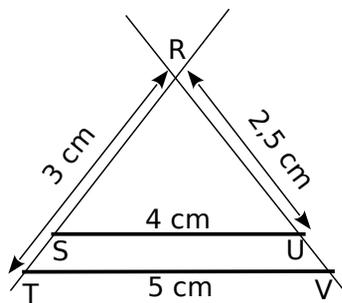
	•	$\frac{AE}{EH} = \frac{EF}{EG} = \frac{AF}{GH}$
	•	$\frac{FE}{FG} = \frac{FH}{FA} = \frac{EH}{AG}$
	•	$\frac{AE}{AH} = \frac{AF}{AG} = \frac{EF}{HG}$

**5** Les droites  $(AN)$  et  $(BM)$  sont sécantes en  $H$ , les droites  $(AM)$  et  $(NB)$  sont parallèles.

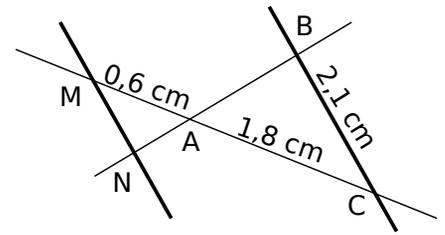
Propose deux schémas différents correspondants à cette situation et écris les rapports égaux.

**6** Sur la figure ci-dessous, les points  $R, S, T$  d'une part et les points  $R, U, V$  d'autre part sont alignés. Calcule  $RS$  et  $RV$ .

Les droites en gras sont parallèles.



**7** Les points  $M, A, C$  sont alignés et les points  $N, A, B$  aussi. Les droites  $(MN)$  et  $(BC)$  sont parallèles. Calcule  $MN$ .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**8** Soit  $EFG$  un triangle tel que  $EF = 5$  cm ;  $EG = 4$  cm et  $FG = 3,3$  cm. On appelle  $M$  le point de  $[EG)$  tel  $EM = 6$  cm. Trace la parallèle à  $(FG)$  passant par le point  $M$ . Elle coupe  $[EF)$  en  $N$ .

a. Construis et code la figure.

b. Calcule  $EN$  et  $MN$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Calcul de  $EN$

Calcul de  $MN$

.....

.....

.....

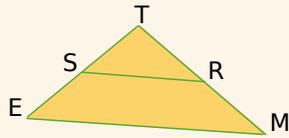
.....

.....



**Exercice corrigé**

Sur la figure ci-contre,  
 $TR = 11 \text{ cm}$  ;  $TS = 8 \text{ cm}$  ;  
 $TM = 15 \text{ cm}$  et  
 $TE = 10 \text{ cm}$ .



Montre que les droites (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.

**Correction**

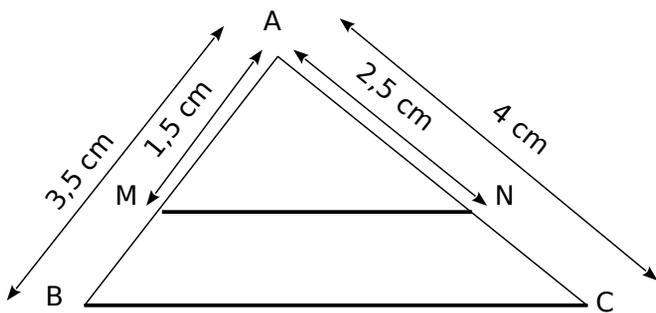
Les droites (ES) et (MR) sont sécantes en T.

$$\frac{TR}{TM} = \frac{11}{15} = \frac{22}{30} \text{ et } \frac{TS}{TE} = \frac{8}{10} = \frac{24}{30}.$$

On constate que  $\frac{TR}{TM} \neq \frac{TS}{TE}$ .

Cela contredit le théorème de Thalès donc (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.

**1** On sait que les points A, M, B d'une part et les points A, N, C d'autre part sont alignés.



On veut montrer que les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

**a.** Calcule et compare les proportions :

$$\frac{AM}{AB} = \dots \quad \left| \quad \frac{AN}{AC} = \dots$$

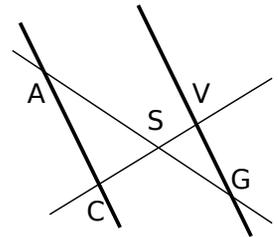
**b.** Si les droites (MN) et (BC) étaient parallèles, d'après le théorème de Thalès, on aurait :

**c.** Conclus.

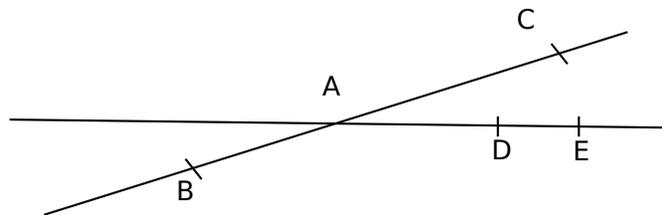
**2** Sur le schéma ci-dessous, les points C, S, V d'une part et les points A, S, G d'autre part sont alignés.

En t'aidant de l'exercice précédent, montre que les droites (GV) et (CA) ne sont pas parallèles.

On a  $SV = 0,6 \text{ cm}$  ;  
 $SG = 0,9 \text{ cm}$  ;  $SA = 2,1 \text{ cm}$   
 et  $SC = 1 \text{ cm}$ .



**3** Sur le schéma suivant,  $AB = 3 \text{ cm}$ ,  $AC = 4 \text{ cm}$ ,  $AD = 3 \text{ cm}$  et  $AE = 4 \text{ cm}$ .



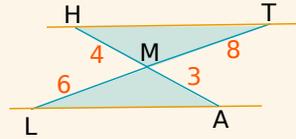
**a.** Calcule

$$\frac{AB}{AC} = \dots \quad \left| \quad \frac{AD}{AE} = \dots$$

**b.** Explique pourquoi les droites (BE) et (CD) ne sont pas parallèles.

**Exercice corrigé**

Les droites (LA) et (HT) sont-elles parallèles ?



**Correction**

Les points A, M, H d'une part et les points L, M, T d'autre part sont alignés dans le même ordre.

De plus, on a  $\frac{MH}{MA} = \frac{4}{6}$  et  $\frac{MT}{ML} = \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$ .

On constate que  $\frac{MH}{MA} = \frac{MT}{ML}$ .

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AL) et (HT) sont parallèles.

**1** Vérifie que les quotients suivants sont égaux.

$\frac{18}{5}$  et  $\frac{72}{20}$  |  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{7}{10,5}$

.....  
 .....  
 .....

**2** M est un point de la droite (EF) et P un point de la droite (EG) tels que :

EM = 2,6 cm ; EP = 2,8 cm ;

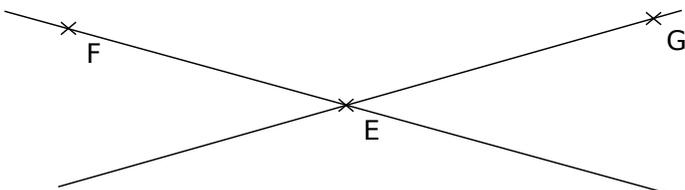
EF = 3,9 cm et EG = 4,2 cm.

**a.** Compare  $\frac{EM}{EF}$  et  $\frac{EP}{EG}$ .

.....  
 .....  
 .....

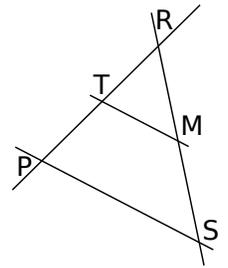
**b.** Cédric en a conclu que les droites (PM) et (FG) sont forcément parallèles.

Complète la figure ci-dessous pour montrer que Cédric a répondu trop vite.



**3 Application directe**

Sur la figure ci-contre, RM = 4,5 cm ; RS = 6 cm ; RT = 6 cm et RP = 8 cm. Les points R, T et P sont alignés ainsi que les points R, M et S.



On veut montrer que les droites (MT) et (SP) sont parallèles.

**a.** Précise la position relative des points alignés.

.....  
 .....  
 .....

**b.** Compare les rapports  $\frac{RM}{RS}$  et  $\frac{RT}{RP}$ .

$\frac{RM}{RS} =$  ..... |  $\frac{RT}{RP} =$  .....

.....  
 .....  
 .....

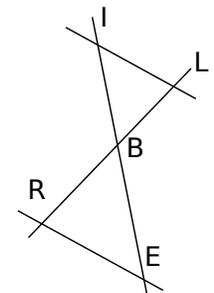
**c.** Conclus.

**4 Dans une autre configuration**

Sur la figure ci-contre, BR = 2,5 cm ; BL = 15 cm ; BE = 1,5 cm et BI = 9 cm.

Les points I, B et E sont alignés, de même que L, B et R.

On veut montrer que les droites (IL) et (RE) sont parallèles.



**a.** Précise la position des points.

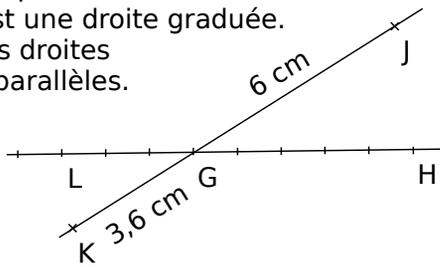
.....  
 .....  
 .....

**b.** Compare les proportions.

.....  
 .....  
 .....

**c.** Conclus.

**5** La figure n'est pas faite en vraie grandeur. (LG) est une droite graduée. Démontre que les droites (HJ) et (KL) sont parallèles.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**6** On considère le triangle RST tel que RS = 4 cm ; ST = 6 cm et RT = 5 cm. Place le point P sur [RS] tel que SP = 3 cm et le point M sur [ST] tel que TM = 1,5 cm.

**a.** Construis la figure.

**b.** Montre que les droites (MP) et (RT) sont parallèles.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

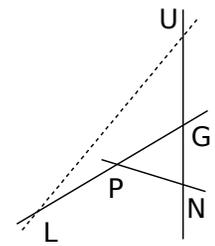
.....

.....

.....

**7 À vos ordres !**

Sur la figure ci-contre, G, P et L d'une part et G, N et U d'autre part sont alignés. On donne GP = 2,5 cm ; GU = 9 cm ; GN = 3 cm et GL = 7,5 cm.



**a.** Calcule  $\frac{GP}{GL}$  et  $\frac{GN}{GU}$ . Que constates-tu ?

.....

.....

.....

**b.** Pourquoi ne peux-tu pas utiliser ici la réciproque du théorème de Thalès ?

.....

.....

.....

**8** Soit VOU un triangle tel que OV = 2,5 cm ; OU = 3,5 cm et VU = 5 cm.

Place sur [VO] le point T tel que VT = 3,5 cm et sur [UO] le point E tel que UE = 4,9 cm.

**a.** Construis la figure.

**b.** Montre que les droites (UV) et (ET) sont parallèles.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**9 Deux théorèmes utiles**

Trace un triangle rectangle EFG en G tel que EG = 4,8 cm et FG = 6,4 cm.  
Place le point M sur le segment [EG] tel que EM = 3 cm et le point P sur le segment [EF] tel que EP = 5 cm.

a. Calcule la longueur EF.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. Démontre que les droites (FG) et (MP) sont parallèles.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

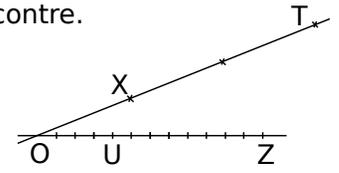
.....

.....

.....

**10** On donne la figure ci-contre.

Les graduations sont régulières.  
Montre que (XU) et (ZT) sont parallèles.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

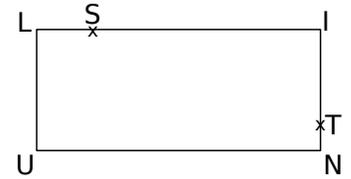
.....

.....

.....

.....

**11** LINU est un rectangle.  
Le point S appartient à [LI] et le point T à [IN].



L'unité est le décimètre.  
 $LI = 24$  ;  $LU = 18$  ;  $LS = 4$  et  $TN = \frac{LU}{6}$ .

a. Démontre que  $LN = 30$  dm.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. Détermine les longueurs IS et IT.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c. Démontre que (ST) et (LN) sont parallèles.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

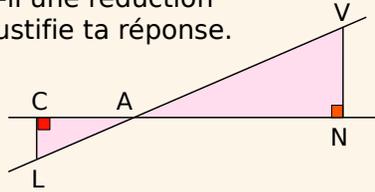
.....

.....

**Exercice corrigé**

Les droites (VL) et (CN) sont sécantes en A.  
(LC) et (VN) sont perpendiculaires à (CN).

Le triangle LAC est-il une réduction du triangle VAN ? Justifie ta réponse.



**Correction**

Les droites (CN) et (VL) sont sécantes en A.

Les droites (LC) et (NV) sont perpendiculaires à la même droite (AN), donc elles sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on en déduit que  $\frac{AN}{AC} = \frac{AV}{AL} = \frac{NV}{LC}$ .

Les longueurs de VAN et LAC sont proportionnelles. LAC est une réduction de VAN.

**1** Voici la gravure que donne l'encyclopédie Wikipedia pour illustrer le mathématicien grec Thalès de Milet.



Indique sous chaque image si elle correspond à une réduction, à un agrandissement ou à une déformation de cette gravure.



Photo 1



Photo 2



Photo 3



Photo 4

**2** Pour chacune des figures 2, 3 et 4, précise si c'est un agrandissement ou une réduction de la figure 1 et indique le rapport.

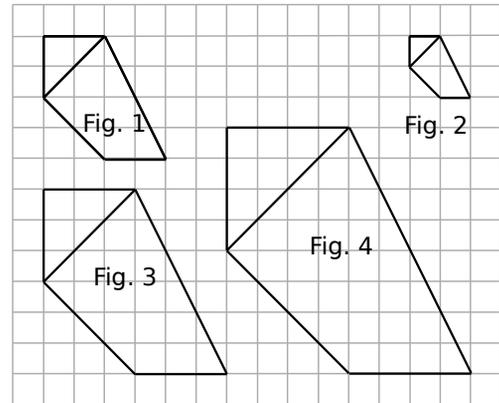


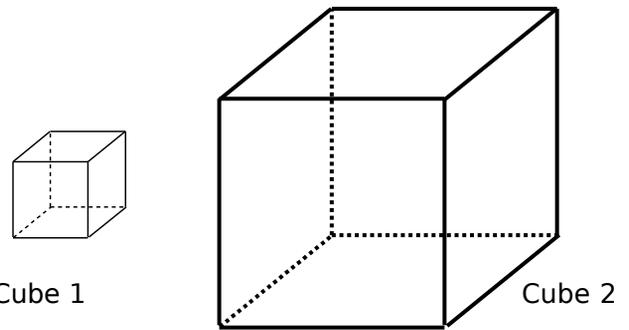
Fig. 2 : .....

Fig. 3 : .....

Fig. 4 : .....

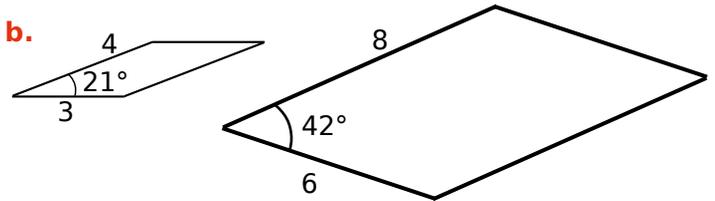
**3** Le dessin 2 est-il un agrandissement du dessin 1 ? Si oui, précise le rapport d'agrandissement. Si non, explique pourquoi.

a.



.....  
.....

b.



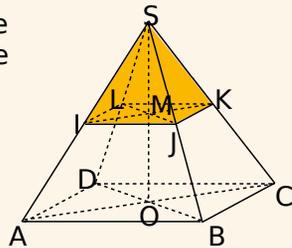
Parallélogramme 1      Parallélogramme 2

.....  
.....

**Exercice corrigé**

La pyramide SIJKL est une réduction de la pyramide SABCD.

On donne  $AB = 6 \text{ cm}$  ;  
 $SA = 15 \text{ cm}$  et  $SI = 5 \text{ cm}$ .  
 Calcule IJ.



**Correction**

On sait que la pyramide SIJKL est une réduction de rapport  $k$  de la pyramide SABCD.

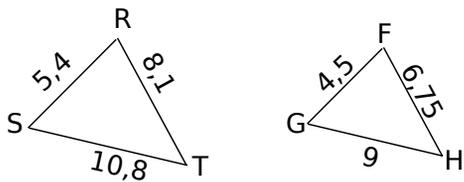
Donc les longueurs des deux pyramides sont proportionnelles.

[SI] étant une réduction de rapport  $k$  de [SA],  
 on en déduit que :  $k = \frac{SI}{SA} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ .

De même, [IJ] est une réduction de rapport  $\frac{1}{3}$  de [AB].

Donc  $IJ = k \times AB = \frac{1}{3} \times 6 = 2 \text{ cm}$ .

**1 Proportionnalité et réduction**



a. Complète le tableau à l'aide des dessins.

<b>Triangle RST</b>	RS		RT		TS	
<b>Triangle FGH</b>	FG		FH		GH	

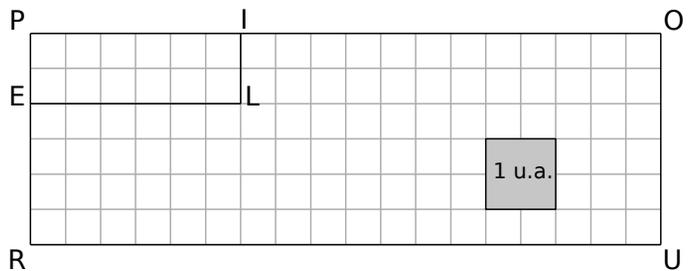
b. Montre que c'est un tableau de proportionnalité.

c. Dédus-en que le triangle FGH est une réduction du triangle RST. Précise le rapport de réduction.

2 Complète le tableau.

Distance sur la figure de départ	Rapport	Distance sur la figure d'arrivée
3 cm	3	
15 m	0,8	
	7,5	225 mm
	$\frac{2}{5}$	1,24 cm
2,5 cm		10 cm
2 dm		2,4 dm
9,3 m		6,2 m

3 On considère la figure suivante.



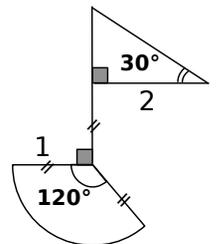
a. POUR est un agrandissement de PILE de rapport .....

b. PILE est une réduction de POUR de rapport .....

c. Quelle est l'aire en unités d'aire (u. a.) de POUR ? ..... de PILE ? .....

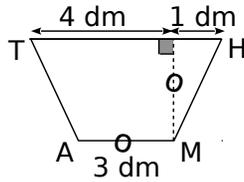
d. Quel est le rapport entre ces deux aires ?

4 Construis un agrandissement de cette figure de rapport  $\frac{3}{2}$ . L'unité de longueur est le centimètre.



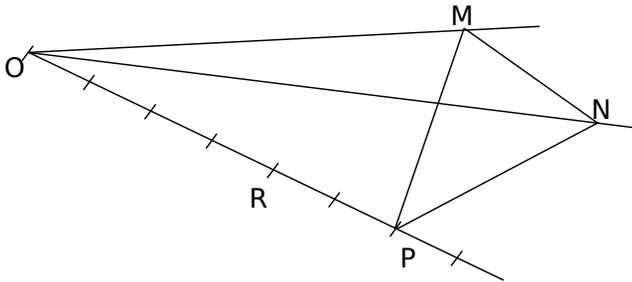
**5** MATH est un trapèze de bases [TH] et [AM].

Construis-en une réduction de rapport  $\frac{1}{10}$ .



**6 À la règle et l'équerre**

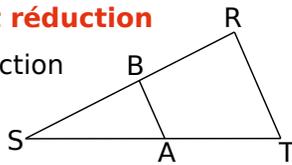
a. Construis le triangle RST où  $S \in [OM)$  et  $T \in [ON)$  réduction du triangle MNP sans mesurer.



b. Précise l'échelle de réduction : .....

**7 Calcul de longueurs et réduction**

Le triangle SBA est une réduction du triangle SRT.  
 $ST = 4 \text{ cm}$  ;  $SB = 3 \text{ cm}$  ;  
 $AB = 2 \text{ cm}$  et  $RT = 5 \text{ cm}$ .



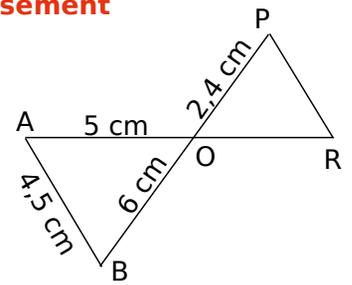
a. Quel est le rapport de réduction ?  
 .....

b. Calcule les longueurs SA et SR.  
 .....

c. Montre que  $\widehat{BAS} = \widehat{RTS}$ .  
 .....

**8 Papillon et agrandissement**

Sur le schéma ci-contre, les droites (AR) et (BP) sont sécantes en O.  $(AB) \parallel (PR)$



a. Calcule OR et PR.  
 .....  
 .....

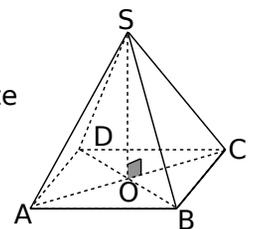
Calcul de OR : .....      Calcul de PR : .....

b. Dédus-en que le triangle OAB est un agrandissement du triangle OPR. Précise le rapport d'agrandissement.  
 .....

**9** La grande pyramide de Gizeh en Égypte est une pyramide régulière à base carrée. Sa hauteur actuelle est de 137 m et le côté de la base est de 230 m.

On veut réaliser une réduction SABCD de rapport  $\frac{1}{1000}$  de cette pyramide (voir schéma).

Quelles sont les dimensions en centimètres de SABCD ?



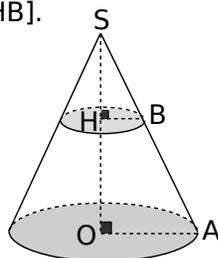
.....  
 .....

**10** Le cône ( $\mathcal{C}$ ) a pour sommet S et pour base le disque de centre H et de rayon [HB].

Le cône ( $\mathcal{C}'$ ) a pour sommet S et pour base le disque de centre O et de rayon [OA].

On a  $SH = 2$  cm et  $SO = 6$  cm.

Le cône ( $\mathcal{C}'$ ) est une réduction du cône ( $\mathcal{C}$ ).



a. Calcule le rapport de réduction.

.....

.....

b. Déduis-en le rayon de la base du cône ( $\mathcal{C}$ ) sachant que  $HB = 1,5$  cm.

.....

.....

c. Calcule la longueur d'une génératrice du cône ( $\mathcal{C}$ ).

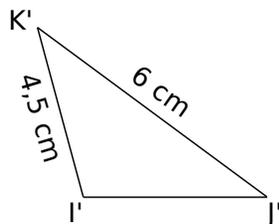
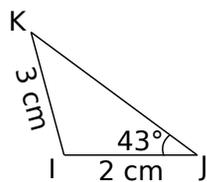
.....

.....

.....

.....

**11** On a représenté ci-dessous un triangle I'J'K' qui est un agrandissement du triangle IJK.



a. Détermine le rapport  $k$  d'agrandissement sous forme fractionnaire puis sous forme décimale.

.....

.....

b. Calcule la longueur I'J'.

.....

.....

c. Calcule la longueur KJ.

.....

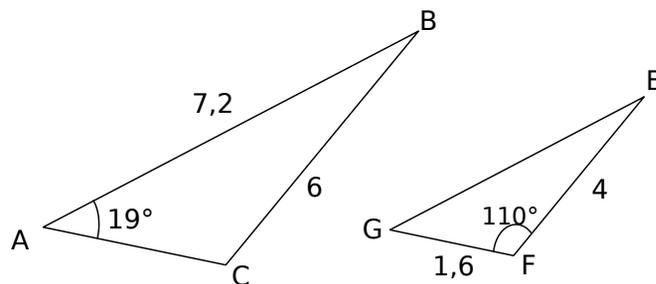
.....

d. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{I'J'K'}$ .

.....

.....

**12** Le triangle EFG est une réduction du triangle AB. Complète les mesures de longueurs et d'angles manquantes.



**13** Soit le triangle IJK tel que  $\widehat{IJK} = 80^\circ$  ;  $IJ = 2$  cm et  $JK = 4$  cm.

Construis-en un agrandissement de rapport 1,25.

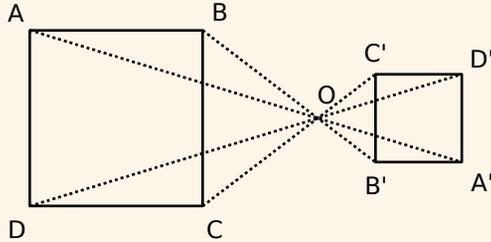
**14** Soit le triangle ABC tel que  $\widehat{ABC} = 70^\circ$  ;  $\widehat{BAC} = 53^\circ$  et  $AB = 14$  m.

Construis-en une réduction de rapport  $\frac{1}{200}$ .

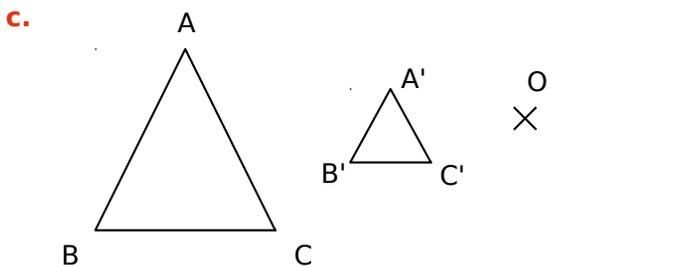
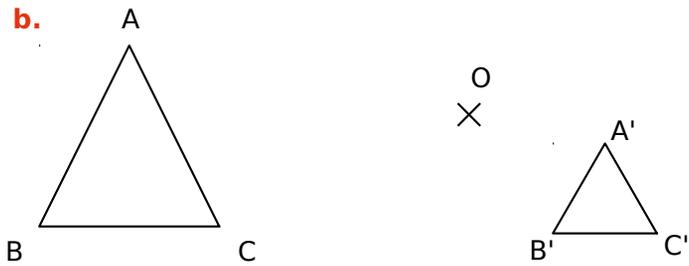
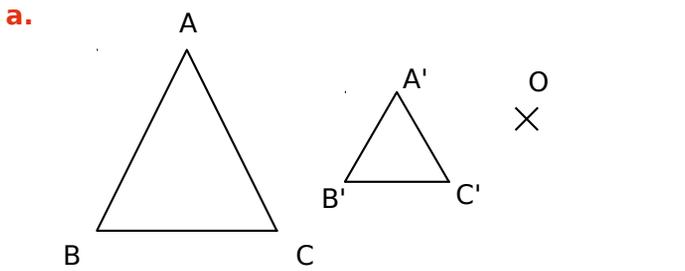
**Exercice corrigé**

Trace un carré ABCD et place un point O à l'extérieur. Construis A'B'C'D', image du quadrilatère ABCD par l'homothétie de centre O et de rapport -0,5.

**Correction**



**1** Dans chacun des cas suivants, vérifie si A'B'C' est l'image du triangle ABC par une homothétie de centre O.



**2 Dans un quadrillage**

**a.** L'objectif est de construire A'B'C', l'image par l'homothétie de centre O et de rapport 2 du triangle ABC de la figure ci-dessous.

- Mesure les longueurs OA ; OB ; OC.

OA	OB	OC

- Calcule les longueurs OA' ; OB' ; OC'.

OA' = .....

OB' = .....

OC' = .....

- Complète la figure en traçant l'image A'B'C' de ABC en rouge.

**b.** L'objectif est de construire E'F'G', l'image par l'homothétie de centre O et de rapport -1,5 du triangle EFG de la figure ci-dessous.

- Mesure les longueurs OE ; OF ; OG.

OE	OF	OG

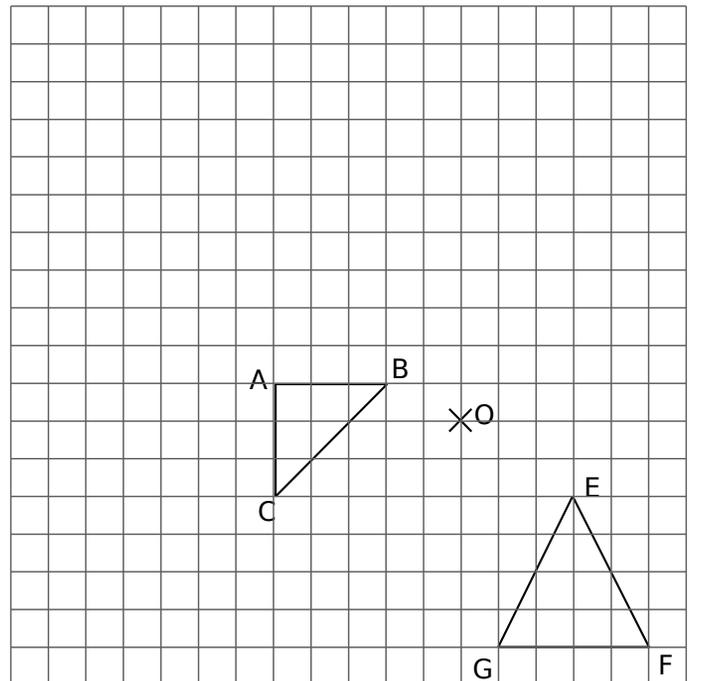
- Calcule les longueurs OE' ; OF' ; OG' ;

OE' = .....

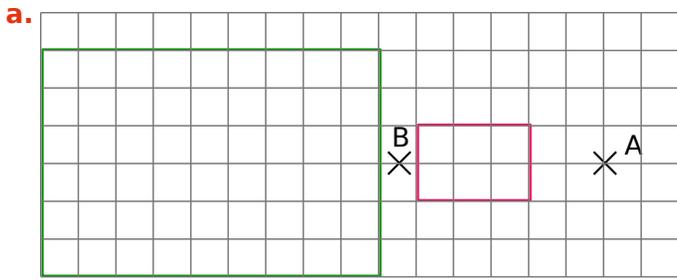
OF' = .....

OG' = .....

- Complète la figure en traçant l'image E'F'G' de EFG en vert.

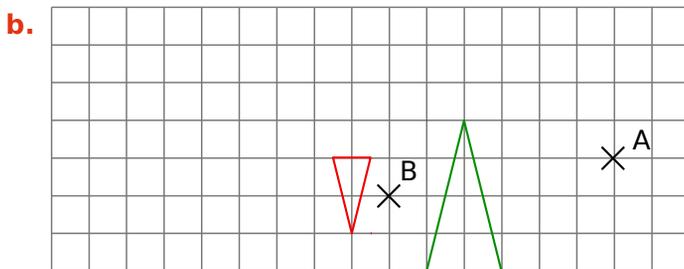


**3** Dans chacun des cas ci-dessous, la figure verte est l'image de la figure rouge par une homothétie. Détermine son centre et son rapport.



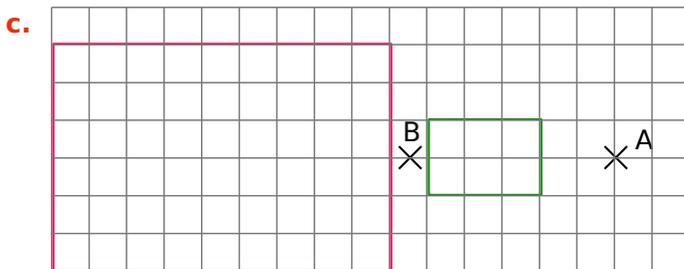
Centre : .....

Rapport : .....



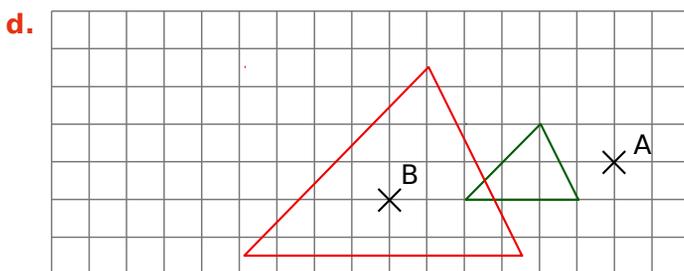
Centre : .....

Rapport : .....



Centre : .....

Rapport : .....

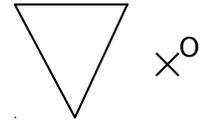


Centre : .....

Rapport : .....

**4** Dans chaque cas, construis l'image de la figure proposée par l'homothétie de centre O et de rapport indiqué.

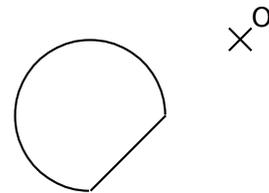
**a.** Rapport 2



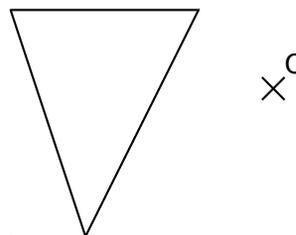
**b.** Rapport -2



**c.** Rapport 1,5



**d.** Rapport -1/3



# Repérage

# D5



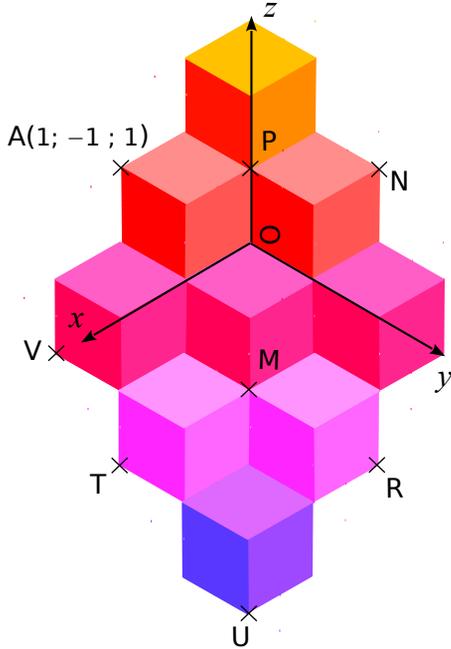
<b>Série 1 • Repérage dans le plan</b> .....	120
<b>Série 2 • Repérage sur la sphère</b> .....	122



# Série 1 Repérage dans le plan

**3** Voici une figure inspirée des œuvres de Vasarély.

Les pavages proposés par ce plasticien donne l'illusion de petits cubes empilés.



Pour se repérer dans cet empilement, on rajoute à l'abscisse et l'ordonnée une troisième coordonnée : l'altitude.

L'abscisse se lit le long de l'axe (0x) ;

L'ordonnée se lit le long de l'axe (0y) ;

L'altitude se lit le long de l'axe (0z) ;

**a.** En t'inspirant des coordonnées du point A, donne les coordonnées des points M, N, P, R, T, U et V.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

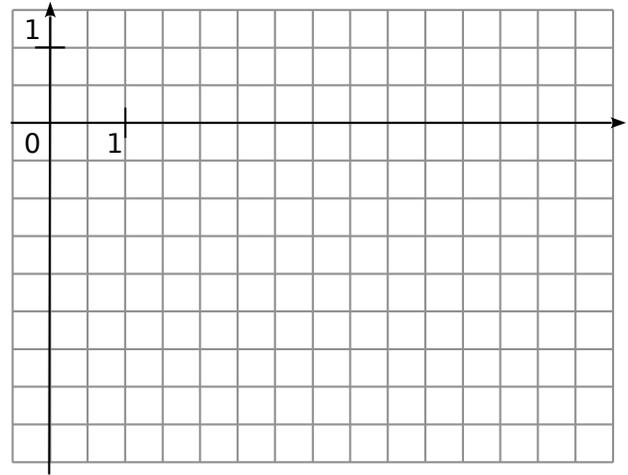
.....

.....

**b.** Place sur la figure les points suivants d'après leurs coordonnées.

- B(1 ; 0 ; 1)
- C(-1 ; 0 ; 2)
- D(1 ; 1 ; 0)
- E(2 ; 2 ; -2)

**4** Dans le repère ci-dessous, place les points M(4 ; -4) et P(2 ; 0).



**a.** Place le point S milieu du segment [MP]. Lis ses coordonnées.

.....

**b.** Conjecture un lien entre les abscisses de S, M et P.

.....

.....

**c.** Ce lien est-il le même pour leurs ordonnées ?

.....

.....

**d.** Place le point N(5 ; -1). Construis le point R, image de M par la translation qui transforme N en P.

**e.** Explique pourquoi S est aussi le milieu de [NR].

.....

.....

.....

.....

.....

**f.** Lis les coordonnées de R. Ta conjecture sur les coordonnées du milieu d'un segment est-elle conforme ?

.....

.....

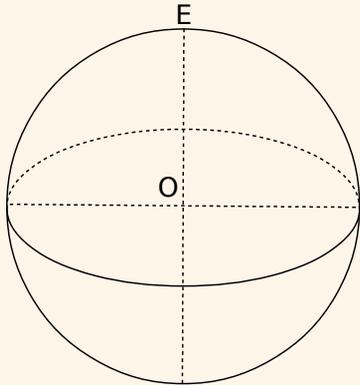
.....

.....

.....

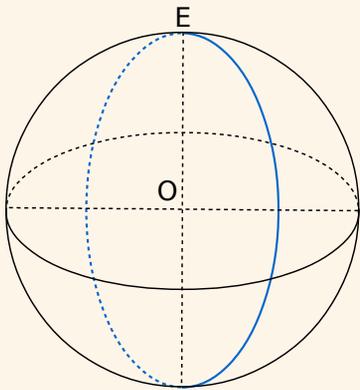
## Exercice corrigé

Construis un grand cercle passant par E.

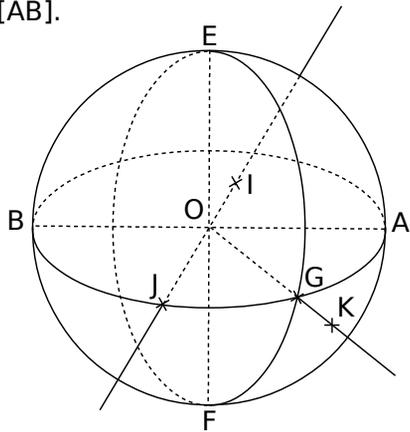


### Correction

Un grand cercle est une vue en coupe de la sphère passant par le centre de la sphère.



**1** La figure ci-dessous représente une boule de diamètre [AB].



**a.** Donne les noms des points situés sur la sphère :

.....

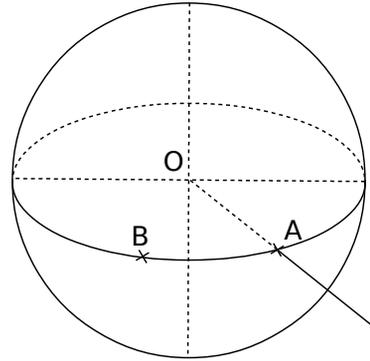
**b.** Donne le nom des points à l'intérieur de la sphère :

.....

**c.** Donne le nom du point à l'extérieur de la sphère :

.....

**2** Voici une vue en perspective d'une sphère de centre O.

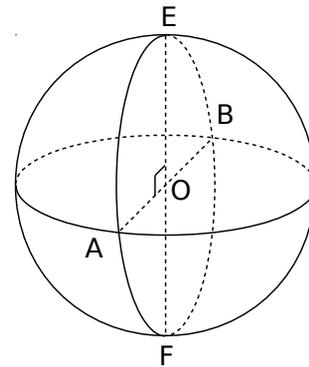


**a.** Place le point H, diamétralement opposé au point A.

**b.** Place un point L sur la demi-droite [OA) situé à l'intérieur de la sphère.

**c.** Trace à main levée sur la figure le grand cercle passant par B et H.

**3** La figure ci-dessous représente une sphère de centre O et de rayon 3 cm. [AB] et [EF] sont deux diamètres perpendiculaires.



**a.** Quelle est la nature du triangle EAO ? Justifie.

.....  
 .....  
 .....

**b.** Représente-le en vraie grandeur.

# Série 2 Repérage sur la sphère

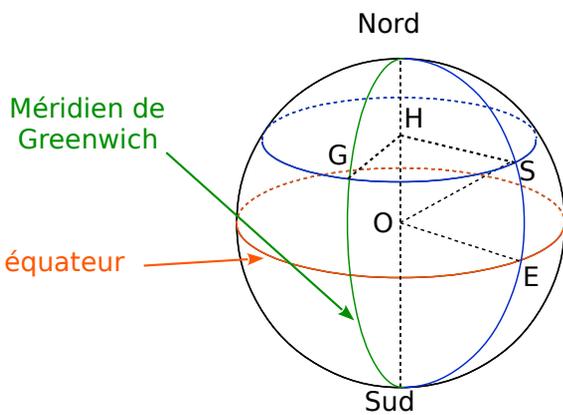
## 4 Coordonnées sur la Terre : latitude et longitude

La Terre est assimilée à une sphère de 6 370 km de rayon.

Les axes de repérage d'un point sur la Terre sont circulaires : horizontalement le grand cercle de l'équateur et verticalement le grand cercle passant par les pôles et la ville de Greenwich en Angleterre appelé Méridien de Greenwich.

La grille de repérage est alors construite par des cercles parallèles à l'équateur : les parallèles, et des grands-cercles passant par les pôles : les méridiens.

a. Sur la vue en perspective ci-dessous, on a représenté la ville de Stockholm (le point S) ainsi que le méridien et le parallèle passant par S.



b. Trace sur la figure le point Z diamétralement opposé à Stockholm.

c. La latitude de Stockholm est de  $59^\circ\text{N}$ . Il s'agit de l'angle  $\widehat{SOE}$  (E est le point de l'équateur situé sur le méridien de Stockholm et O le centre de la Terre) ; le N indique au nord de l'équateur.

Quelle est la latitude de Z ?

.....

.....

.....

d. La longitude de Stockholm est de  $18^\circ\text{E}$ . Il s'agit de l'angle  $\widehat{SHG}$  (H est le centre du parallèle passant par S et G le point du méridien de Greenwich qui est sur le même parallèle que S).

Quelle est la longitude de Z ?

.....

.....

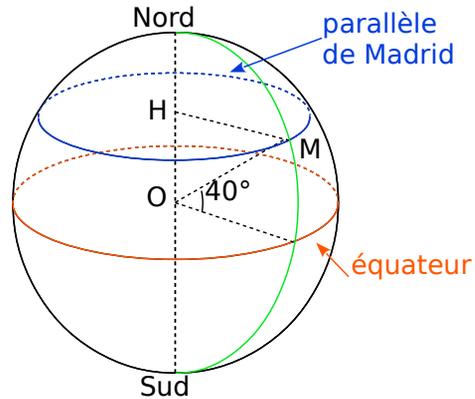
.....

.....

5 La Terre est assimilée à une sphère de 6 370 km de rayon.

La ville de Madrid est située sur le parallèle de latitude  $40^\circ$  Nord.

H est le centre du cercle correspondant à ce parallèle.



a. Reproduis une vue en coupe de la Terre le long du méridien de Madrid. Places-y les points O, M et H.

b. Que peux-tu dire du triangle OMH ?

.....

.....

c. Combien mesure OM ?

.....

.....

d. Calcule HM. Arrondis au km près.

.....

.....

.....

.....

e. Calcule la longueur du parallèle de Madrid. Arrondis au km près.

.....

.....

## 6 Mile nautique

Le mile nautique est une unité de mesure répandue en navigation. Le repérage sur une carte marine se fait par la latitude et la longitude exprimées en degré et minute. Le mile marin correspond à la longueur d'un arc de méridien d'une minute (un méridien est un demi-grand cercle passant par les pôles).

Le rayon de la Terre est de 6 370 km.

a. Quelle est la longueur d'un méridien ?

.....

.....

b. Combien mesure un arc de  $1^\circ$  ?

.....

.....

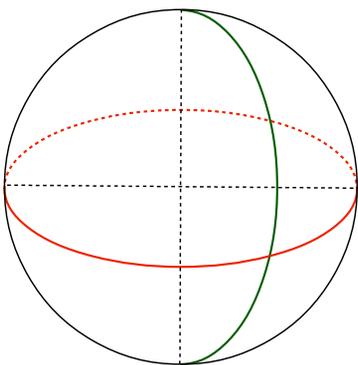
c. Combien mesure un mile nautique ?

.....

.....

d. Les villes de Le Cap et Pécs sont situées sur le même méridien de longitude  $18^\circ\text{E}$ . Leurs latitudes sont respectivement  $33^\circ\text{S}$  et  $46^\circ\text{N}$ .

Sur la sphère ci-dessous, on a représenté l'équateur et le méridien de longitude  $18^\circ\text{E}$ . Places-y approximativement les deux villes.



e. Calcule la distance entre Pécs et Stockholm le long de leur méridien commun en mile nautique, puis en km (arrondis au km près).

.....

.....

.....

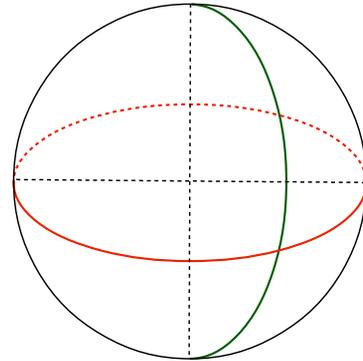
.....

.....

.....

7 Milan et Montréal sont sensiblement à la même latitude  $45^\circ 30' \text{N}$ .

a. Sur la sphère ci-dessous, on a représenté l'équateur et le méridien de Greenwich. Utilise-la pour faire un schéma de la situation. Il devra comporter un parallèle où seront positionnées Milan et Montréal et l'angle donnant la latitude.



b. Quelle est la longueur de ce parallèle ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c. Milan est à la longitude  $09^\circ 11' \text{E}$  et Montréal est à la longitude  $73^\circ 44' \text{W}$ .

Marque ces deux angles sur la figure.

d. Calcule la distance à vol d'oiseau entre ces deux villes.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

# Espace

# D6



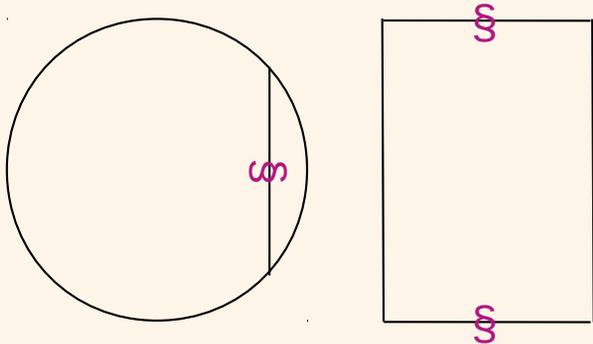
**Série 1 • Construire une vue en coupe** ..... 126

Exercice corrigé

Un cylindre de hauteur 4 cm et dont le rayon de la base mesure 2 cm a été coupé de part en part dans le sens de la hauteur à 1,5 cm de son centre.

Dessine la section en vraie grandeur.

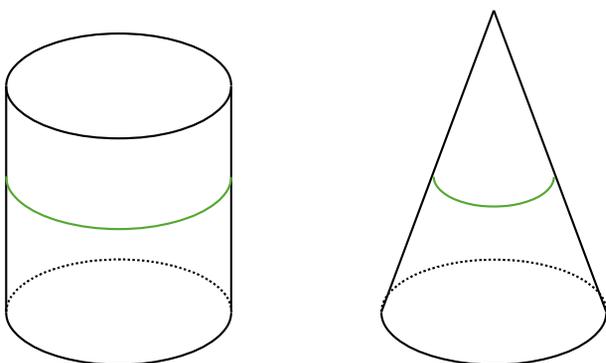
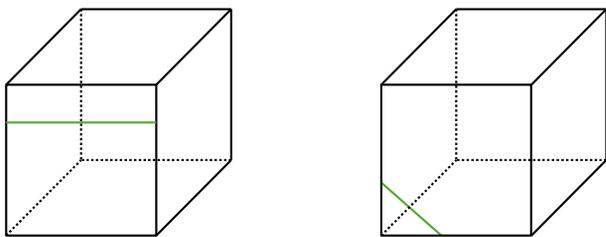
Correction



1 Sur les figures suivantes, les solides ont été coupés de part en part horizontalement.

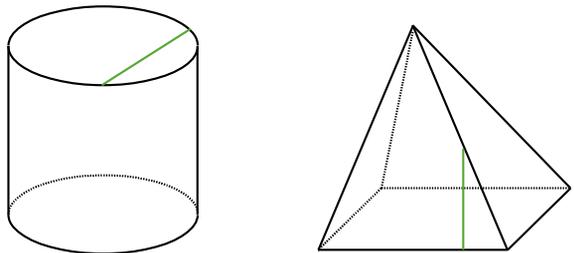
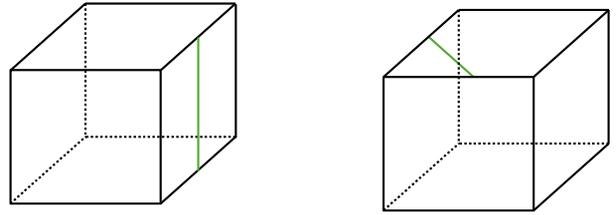
Complète les traits de coupe sur toutes les faces.

Indique la nature des sections obtenues.

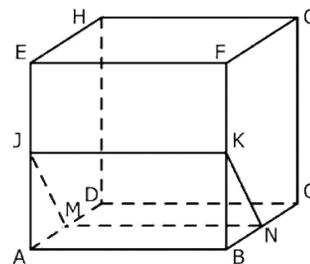


2 Sur les figures suivantes, les solides ont été coupés de part en part verticalement.

Complète les traits de coupe sur toutes les faces. Indique la nature des sections obtenues.

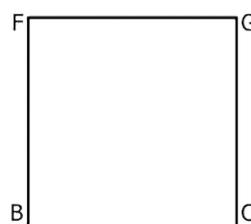


3 ABCDEFGH est un cube. Les points J, K, M et N sont les milieux respectifs des segments [AE], [FB], [AD] et [BC]. JKNM est une section du cube par un plan parallèle à l'arête [AB].



a. Donne, sans justifier, la nature de la section JKNM.

b. La face FGCD a été dessinée en vraie grandeur ci-dessous. Place les points K et N sur cette face.

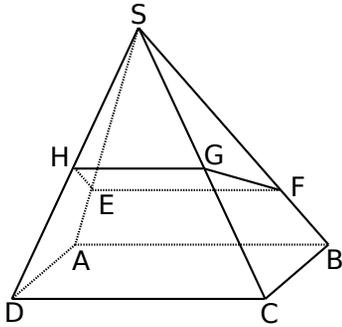


À côté, dessine la section JKNM en vraie grandeur.

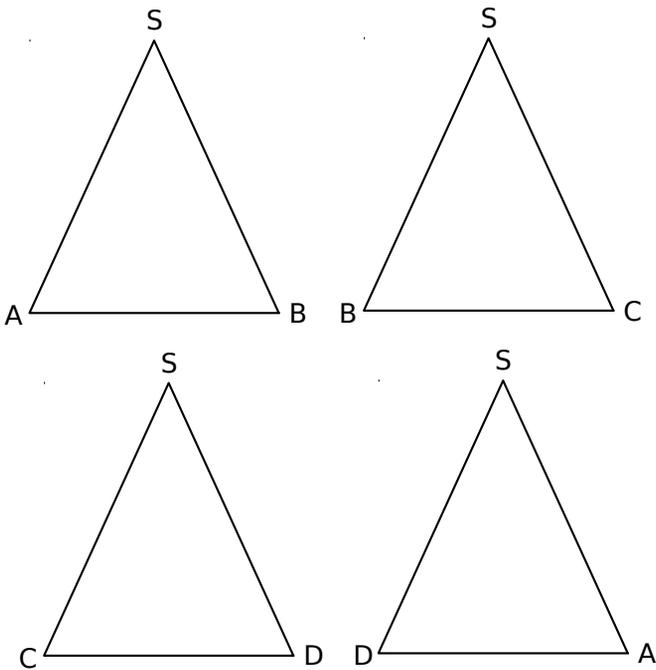
c. Quelle est la nature du solide AJMBKN ?

**4 Oups, ce n'est pas coupé droit**

La pyramide ci-dessous, qui est régulière à base carrée (chacune des faces latérales est un triangle isocèle), a été coupée de part en part en biais en partant de la moitié de sa face avant pour arriver au quart de sa face arrière.

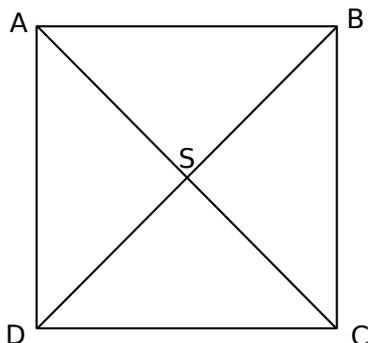


a. Les quatre faces latérales sont représentées ci-dessous. Dessine sur chacune le trait de section.



b. Quelle est la nature de la section EFGH ?

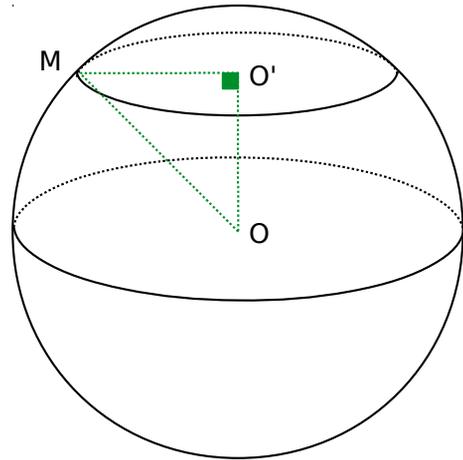
c. Dessine cette section à partir de la vue de haut représentée ci-dessous.



**5** On considère la sphère de centre O et de rayon 6 cm.

On la coupe horizontalement en passant par O' suivant le schéma ci-dessous. M est un point situé sur le trait de coupe. Comme O'M est horizontal et OO' vertical, on admet que le triangle OMO' est rectangle en O'.

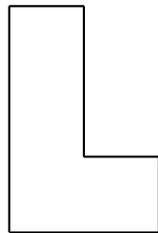
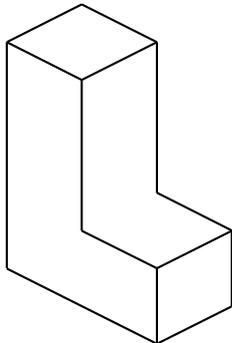
On donne  $OO' = 5$  cm.



Aucun calcul n'est nécessaire pour les deux constructions suivantes.

- a. Trace en vraie grandeur le triangle OO'M.
- b. Trace en vraie grandeur la section de la sphère.

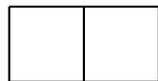
**6** Pour chacune des figures proposées, indique s'il s'agit d'une vue du dessus, une vue de dessous, une vue de gauche ou une vue de droite du solide représenté.



Vue de .....



Vue de .....

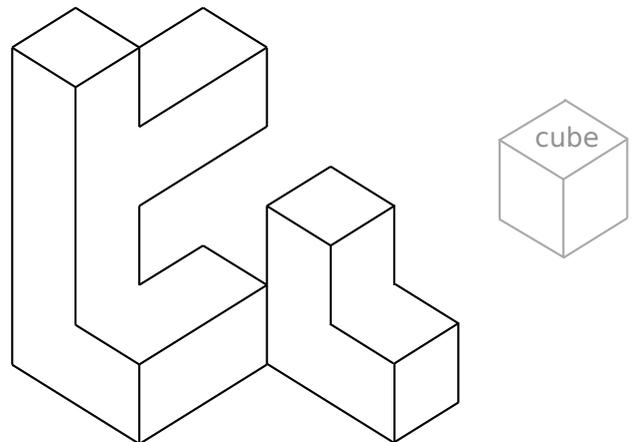


Vue de .....

**7** Propose trois solides, dont le schéma ci-après est une vue de dessus, mais qui ont des vues de côtés différentes.



**8** Voici un assemblage fabriqué à l'aide d'un collage de petits cubes de côté 1 cm.



Dessines-en une vue du dessus, une vue du dessous, une vue de gauche et une vue de droite.