

Série A - session 2013 : exercice 1 - corrigé**1- Calcul de U_1 et U_2**

$$U_1 = \frac{3}{4}U_0 - 1$$
$$= \frac{3}{4} \cdot 4 - 1$$

$$U_1 = 2 \quad \text{et}$$

$$U_2 = \frac{3}{4}U_1$$

$$U_2 = \frac{1}{2}$$

2.- a) Calcul de V_0

(V_n) est une suite géométrique, donc $V_3 = q^3 V_0$.

$$\text{Alors } V_0 = \frac{V_3}{q^3}.$$

$$V_0 = \frac{27/8}{(3/4)^3} = \frac{27/8}{27/64}$$

$$V_0 = 8$$

b) Expression de V_n en fonction de n

$$V_n = q^n V_0 = \left(\frac{3}{4}\right)^n \cdot 8$$

c) Expression de V_n en fonction de n

(V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{3}{4}$.

Limite de (V_n)

$0 < \frac{3}{4} < 1$, donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} (V_n) = 0$. Ainsi $\lim_{n \rightarrow +\infty} (V_n + 3) = 3$

3.- Calcul de la somme S

$$W_n = \ln\left(8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n\right) \text{ et } W_0 = 8.$$

$$\begin{aligned} S = W_0 + W_1 + \dots + W_5 &= 6 \frac{W_0 + W_5}{2} \\ &= 3 \cdot \left(\ln 8 + \ln \left(8 \left(\frac{3}{4} \right)^5 \right) \right) \\ &= 3 (\ln 8 + \ln 8 + 5 \ln 3 - 5 \ln 4) \\ &= 3 (3 \ln 2 + 3 \ln 2 + 5 \ln 3 - 10 \ln 2) \end{aligned}$$

$$S = 3(5 \ln 3 - 4 \ln 2)$$

Programme EDUCMAD